

Sławomir Lewandowski*, Włodzimierz Mosorow*, Jarosław Włodarczyk*

Analiza zniekształceń obrazów w tomografii gamma

1. Wprowadzenie

1.1. Zadanie rekonstrukcji obrazu

Jakość rekonstruowanego obrazu dla dowolnej techniki tomograficznej w dużym stopniu zależy od układu sensorów i wybranego algorytmu rekonstrukcji. Zadanie rekonstrukcji obrazu w odniesieniu do tomografii gamma polega na odtworzeniu rozkładu osłabień promieniowania na podstawie serii pomiarów pochodzących z detektorów tomografu. Na podstawie rozkładu osłabień możliwe jest wyznaczenie rozkładu gęstości w badanym przekroju, a więc jednocześnie wyznaczenie obrazu badanego procesu. Zależność między rozkładem gęstości oraz danymi pomiarowymi określa prawo Lamberta–Beera, które można zapisać w postaci wzoru [4]

$$I = I_0 \exp(-\mu \rho x) \quad (1)$$

gdzie:

- I – natężenie promieniowania po przejściu przez absorber,
- I_0 – natężenie promieniowania emitowanego przez źródło,
- μ – współczynnik osłabienia,
- ρ – gęstość absorbera,
- x – grubość absorbera.

Wyznaczenie rozkładu gęstości wymaga zatem rozwiązania zagadnienia odwrotnego. Aby zadanie rekonstrukcji można było rozwiązać przy użyciu metod numerycznych, niezbędna jest dyskretyzacja badanego obszaru, czyli jego podział na skończoną liczbę podobszarów zwanych **rekselami** (*reconstruction element*) [3]. Wartość danego reksela determinuje zależność (2). Występująca w tej zależności waga jest wyznaczana na podstawie geometrii tomografu i określa wkład danego reksela i do promienia mierzonego przez detektor j [2]. Jej wartość stanowi stosunek części pola objętego przez promień do pola całkowitego reksela [1], przy czym przyjmuje się zazwyczaj, że reksel jest kwadratem o boku równym jedności.

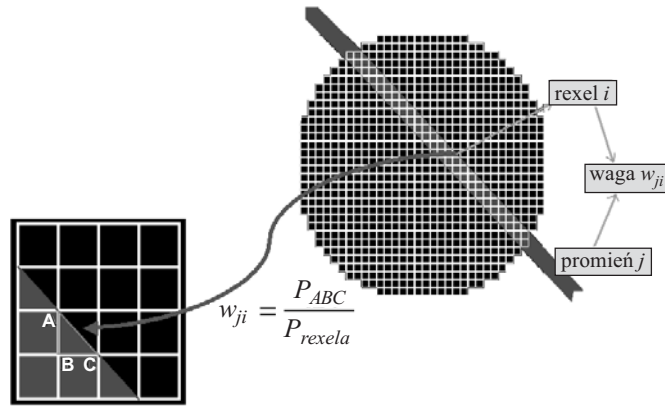
* Katedra Informatyki Stosowanej, Politechnika Łódzka

Sposób obliczania wagi przedstawia rysunek 1.

$$p_j = \sum_{i=1}^N w_{ji} \rho_i \quad (2)$$

gdzie:

- p_j – znormalizowana wartość zmierzona przez detektor j , gdzie $j = 1, 2, \dots, M$,
- ρ_i – znormalizowana gęstość odpowiadająca rekselowi i ,
- w_{ji} – wartość wagi dla promienia j oraz reksela i ,
- N – liczba rekseli,
- M – liczba detektorów (pomiarów).



Rys. 1. Sposób obliczania wagi (wkładu reksela i do promienia j)

1.2. Iteracyjne algorytmy rekonstrukcji obrazu

Jednym z najpowszechniej stosowanych algorytmów rekonstrukcji obrazów w tomografii gamma jest algorytm iteracyjny zwany ILST (*Iterative Least Square Technique*). Działanie algorytmu iteracyjnego polega na modyfikowaniu wartości każdego reksela w kolejnych krokach iteracji aż do osiągnięcia określonego kryterium. Działanie algorytmu przedstawia wzór

$$\rho_i^{l+1} = \rho_i^l + \sum_{j=1}^M \Delta \rho_{ij}^l \quad (3)$$

gdzie:

- ρ_i^l – gęstość reksela w poprzedniej iteracji,
- ρ_i^{l+1} – nowa gęstość reksela,
- $\Delta \rho_{ij}^l$ – poprawka dla reksela i obliczona na podstawie promienia j .

Poprawkę dla danego rekseła oblicza się na podstawie różnicy między wartościami odczytanymi z detektorów a wartościami obliczonymi z zależności (2) na podstawie aktualnego rozkładu gęstości [3]. Jeżeli w danym kroku iteracyjnym l reksel i ma wartość ρ_i^l , to korzystając z (2), możemy wyznaczyć, jakie powinny być wskazania detektorów. Otrzymujemy wówczas zależność

$$p_{cj}^l = \sum_{i=1}^N w_{ji} \rho_i^l \quad (4)$$

gdzie:

p_{cj}^l – znormalizowana wartość, jaką powinien wskazywać detektor j ,

ρ_i^l – znormalizowana gęstość odpowiadająca rekselowi i .

Poprawkę dla danego rekseła i otrzymujemy korzystając z zależności [4]

$$\Delta \rho_{ij}^l = \frac{w_{ji} \Delta p_j^l}{\sum_{i=1}^N w_{ji}^2} = \frac{w_{ji} \left(p_j - \sum_{i=1}^N w_{ji} \rho_i^l \right)}{\sum_{i=1}^N w_{ji}^2} \quad (5)$$

gdzie:

Δp_j^l – różnica między wartością zmierzoną i obliczoną dla detektora j ,

p_j – znormalizowana wartość odpowiadająca wskazaniu detektora j .

2. Analiza zniekształceń obrazu

Dla symulacji danych pomiarowych została wybrana geometria tomografu pokazana na rysunku 2. Dla wybranego **fantomu** wykorzystano zależność (2), gdzie za ρ_i przyjęto rozkład gęstości fantomu. Następnie uzyskane dane pomiarowe były poddane działaniu opisywanego w punkcie 1.2 algorytmu rekonstrukcji obrazu. Warunkiem zatrzymania algorytmu ILST było spełnienie kryteriów (6a) oraz (6b).

$$\delta d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M (g_i^p - g_i^r)^2}{\sum_{i=1}^M (g_i^r - \bar{g}^r)^2}} \cdot 100\% < 0,1\% \quad (6a)$$

$$\delta r = \frac{\sum_{i=1}^M |g_i^p - g_i^r|}{\sum_{i=1}^M |g_i^p|} \cdot 100\% < 1\% \quad (6b)$$

gdzie:

δd – znormalizowany błąd średni kwadratowy,

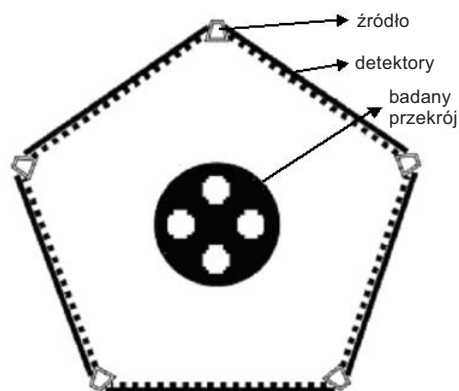
δr – znormalizowany błąd średni,

g_i^p – poziom jasności reksela i w fantomie,

g_i^r – poziom jasności reksela i w obrazie.

Dla wszystkich analizowanych fantomów po 10 iteracjach spełnione były kryteria (6a) oraz (6b).

Zniekształcenia obrazu analizowane były przez porównanie zadanego fantomu oraz obrazu po rekonstrukcji zwanego **tomogramem**.



Rys. 2. Geometria stosowanego tomografu gamma

2.1. Zniekształcenia fantomów symetrycznych

Jako pierwsze analizowane były fantomy symetryczne względem poziomej oraz pionowej osi symetrii. Wybrane fantomy zostały przedstawione na rysunku 3.



Rys. 3. Wybrane analizowane fantomy symetryczne

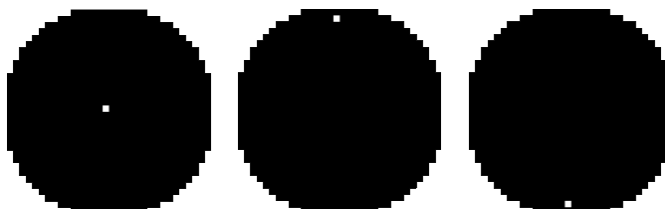


Rys. 4. Tomogramy uzyskane z fantomów symetrycznych

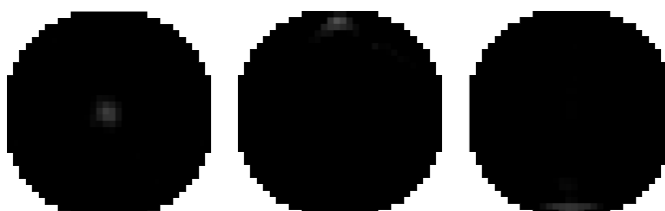
Rysunek 4 pokazuje natomiast obrazy po rekonstrukcji dla fantomów z rysunku 3. We wszystkich tomogramach można dostrzec jedną zasadniczą cechę: pozostają one symetryczne względem pionowej osi symetrii. Należy tutaj dodać, że również geometria wykorzystanego tomografu (rys. 2) reprezentowana przez macierz wag była symetryczna względem pionowej osi symetrii. Prowadzi to do wniosku, że na zniekształcenia rekonstruowanych obrazów silny wpływ ma geometria tomografu, m.in. rozmieszczenie źródeł i detektorów promieniowania gamma.

2.2. Zniekształcenia fantomów typu „pojedynczy reksel”

Kolejną grupą fantomów poddanych analizie były fantomy składające się z pojedynczego reksela. Celem tych badań było określenie zniekształcenia pojedynczego piksela w zależności od tego, gdzie się on znajduje (w pobliżu środka badanego przekroju lub w pobliżu brzegu). Wybrane fantomy zostały przedstawione na rysunku 5. Rysunek 6 pokazuje natomiast obrazy fantomów uzyskane po rekonstrukcji algorytmem iteracyjnym.



Rys. 5. Wybrane analizowany fantomy typu „pojedynczy reksel”



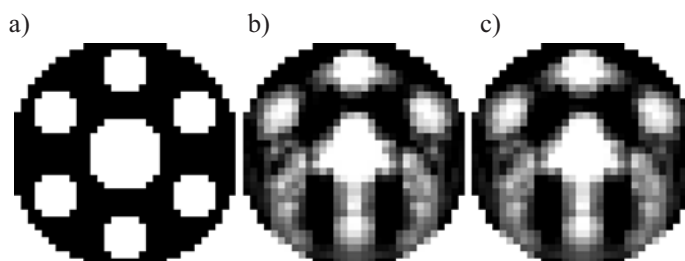
Rys. 6. Tomogramy uzyskane z fantomów typu „pojedynczy reksel”

Z rysunku 6 wynika, że reksel znajdujący się w pobliżu środka badanego przekroju ulega rozmyciu, jednak pozostaje on nadal symetryczny. Reksele znajdujące się w pobliżu brzegu przekroju oprócz rozmycia ulegają również niesymetrycznemu zniekształceniu (rozciągnięciu).

2.3. Tomogram jako fantom

Ostatni eksperyment przeprowadzony w ramach badania zniekształceń polegał na potraktowaniu zrekonstruowanego obrazu jako fantomu. Następnie na podstawie tego fantomu były wygenerowane dane pomiarowe i ponownie przeprowadzony był proces rekonstrukcji.

Uzyskane wyniki przedstawione są na rysunku 7.



Rys. 7. Tomogram jako fantom: a) fantom oryginalny; b) tomogram odpowiadający fantomowi oryginalnemu; c) zrekonstruowany obraz dla tomogramu b) użytego w roli fantomu

Porównując rysunki 7b oraz 7c możemy stwierdzić, że są one niemal identyczne. Prowadzi to do stwierdzenia, że ten sam tomogram uzyskujemy dla fantomu pokazanego na rysunkach 7a oraz 7b.

3. Podsumowanie

W artykule zostały przedstawione wyniki analizy zniekształceń powstających w rekonstruowanych obrazach w tomografii gamma. Jest to wstępny etap badań mających na celu opracowanie nowego algorytmu rekonstrukcji obrazu, który będzie uwzględniał położenie źródeł oraz detektorów tomografu (geometrię tomografu). Na podstawie znanej geometrii możliwe będzie ograniczenie powstających w tomogramach zniekształceń (rozmycie, zniekształcenia geometryczne itp.). Jednym ze sposobów realizacji tego celu będzie zastąpienie klasycznej równomiernej siatki dyskretnej używanej przy rekonstrukcji obrazu przez siatkę nierównomierną uwzględniającą geometrię tomografu.

Literatura

- [1] Sankowski D., Mosorow V., Lewandowski S.: *Reconstruction image error in gamma tomography*. 1st Polish and International PD Forum – Conference on Computer Science, Bronisławów, 2005

- [2] Maad R., Johansen G.A.: *Automatic Weight Matrix Generation for Gamma-Ray Tomography*. 3rd World Congress on Industrial Process Tomography, Banff, Canada, 2003
- [3] Hjertaker B.T.: *Multiphase Flow Imaging by Dual Mode Tomography*. Ph.D. Thesis, Department of Physics University of Bergen, Norway, 1998, 94–97
- [4] Kak C.A., Slaney M.: *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. New York, The Institute of Electrical and Electronics Engineering 1999, 275–296

