



AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA IM. STANISŁAWA STASZICA W KRAKOWIE
WYDZIAŁ ZARZĄDZANIA

Praca dyplomowa licencjacka

*Analiza popytu na żywność w Polsce
z wykorzystaniem modelu AIDS*

Analysis of food demand in Poland using the AIDS model

Autor:	<i>Jadwiga Szkatuła</i>
Kierunek studiów:	Informatyka i Ekonometria
Opiekun pracy:	<i>dr Jacek Wołak</i>

Kraków, 2020

Spis treści

Wstęp.....	3
Aktualność i wprowadzenie do tematu.....	3
Cel pracy.....	4
1 Teoria popytu	5
1.1 Teoria wyboru konsumenta	5
1.2 Podstawowe pojęcia z zakresu analizy popytu	7
1.2.1 Krańcowa stopa substytucji	7
1.2.2 Krzywe Engla	8
1.2.3 Elastyczności popytu	10
1.3 Modele popytu konsumpcyjnego.....	13
1.3.1 Rodzaje modeli popytu	13
1.3.2 Jednorównaniowe modele popytu	14
1.3.3 Podstawowe kompletne modele popytu	16
2 Zestaw danych	22
2.1 Statystyki dotyczące dochodów rozporządzalnych	24
2.2 Statystyki dotyczące udziałów wydatków na poszczególne grupy	25
2.3 Statystyki dotyczące cen.....	27
3 Estymacja modelu	29
3.1 Przygotowanie danych do modelu.....	29
3.2 Estymacja parametrów	30
3.3 Porównanie wyników	34
4 Podsumowanie	36
5 Bibliografia	37
6 Spis Tabel.....	39
7 Spis Rysunków.....	39

Wstęp

W tym rozdziale przedstawiono wprowadzenie do tematyki problemu, określono hipotezy badawcze oraz cel pracy.

Aktualność i wprowadzenie do tematu

Współcześnie poziom konsumpcji na świecie jest bardzo wysoki. Wiele społeczeństw określa się mianem konsumpcyjnych, czyli takich, które dążą do zaspokojenia swoich potrzeb w jak najwyższym stopniu i z użyciem coraz większej liczby dóbr. Trend ten został zapoczątkowany wraz z rozwojem produkcji masowej i procesem bogacenia się ludności. Wzorce zachowań konsumentów ulegają ciągłym zmianom, dotyczy to również konsumpcji żywności.

Znajomość struktury popytu i zachowań konsumentów jest niezbędna do działań mających na celu poprawę stanu odżywiania ludności, podejmowania decyzji o dopłatach do żywności oraz zarządzania sektorem rolniczym.¹ Ponadto badanie zmian struktury popytu pod wpływem zmian dochodu jest przydatne do obliczania wskaźnika kosztów utrzymania w różnych grupach gospodarstw domowych oraz do prowadzenia odpowiedniej polityki socjalnej przez państwo.² Posiadanie informacji o reakcji popytu na dane towary na zmiany dochodów ludności i cen jest szczególnie pożądane przez producentów żywności, którzy na tej podstawie mogą decydować o wielkości produkcji, poziomie cen i wysokości wydatków na działania marketingowe. Do badania tej reakcji wykorzystuje się wskaźniki zwane dochodowymi i cenowymi elastycznościami popytu, które wyznacza się na podstawie modeli ekonometrycznych.

W pracach podejmujących tematykę analizy popytu konsumpcyjnego coraz częściej stosuje się kompletne modele popytu. W przeciwieństwie do modeli jednorównaniowych pozwalają one na opis kształtowania się całej struktury popytu włącznie z wyznaczeniem mieszanych współczynników elastyczności. W polskiej literaturze kom-

¹ S.Mittal, *Application of the Quaid's model to the food sector in India*, Journal of Quantitative Economics, Vol. 8 No.1, 2010, str. 42.

² J. Stanisławska F. Wysocki, *Ocena dochodowej elastyczności popytu na dobra i usługi konsumpcyjne w gospodarstwach domowych według grup dochodowych*, Polskie Stowarzyszenie Zarządzania Wiedzą, seria: studia i materiały, nr 52, 2011, str. 234.

pletny model popytu wykorzystany jest do wyznaczenia cenowych elastyczności podstawowych grup żywności [Dudek, 2008] oraz do analizy popytu ogółu dóbr konsumpcyjnych [Gostkowski, 2015]. Istnieją także prace, w których kompletne modele wykorzystano dla wybranych grup produktów m.in. analiza popytu na mięso [Wolak, 2008] oraz popytu na alkohol [Wolak, Pocijewski, 2011].

Na podstawie polskiej i zagranicznej literatury charakteryzującej popyt na żywność sformułowano dwie hipotezy, które zostaną zweryfikowane za pomocą kompletnego modelu popytu:

1. Chleb i produkty zbożowe oraz owoce i warzywa są dla Polaków dobrami podstawowymi.
2. Produkty z kategorii warzywa i nabiał są substytutami mięsa w Polsce.

Cel pracy

Celem pracy jest charakterystyka zmian zakupowych żywności w Polsce w 2016 roku w reakcji na zmiany ceny i dochodu konsumenta oraz określenie zależności substytucyjnych i komplementarnych pomiędzy grupami. Cele dodatkowe to poznanie struktury wydatków na żywność w zależności od lokacji i typu gospodarstwa domowego.

Aby osiągnąć cel badawczy należało zrealizować następujące zadania:

- Podzielenie poszczególnych produktów żywnościowych na grupy.
- Estymacja brakujących cen jednostkowych za pomocą modelu regresji.
- Uzupełnienie brakujących ilości zakupionych dóbr.
- Estymacja parametrów wielorównaniowego kompletnego modelu popytu LA/AIDS
- Wyznaczenie oraz interpretacja dochodowych i cenowych elastyczności popytu.

Praca składa się z dwóch zasadniczych części. W pierwszym rozdziale przedstawiono podstawowe pojęcia ekonomiczne dotyczące popytu oraz opisano wybrane modele popytu wraz z wykorzystanym w badaniu modelem LA/AIDS. W rozdziale drugim scharakteryzowano zestaw danych i przeprowadzono estymację modelu. Otrzymane wyniki zostały zinterpretowane i porównane z wynikami innych badań, przeprowadzonych dla danych z Polski i zagranicy. Pracę kończy podsumowanie oraz spis odwołań do literatury, tabel oraz wykresów.

1 Teoria popytu

Pierwsza praca dotycząca związków między popytem, podażą i cenami powstała na przełomie XVII i XVIII wieku. Późniejszy rozwój tematyki, szczególnie dynamiczny na przełomie XIX i XX wieku, wyróżnił dwa główne nurty. Pierwszy dotyczył analizy głównych praw rządzących rynkiem, natomiast drugi skupiał się na czynnikach wpływających na preferencje konsumentów i producentów z perspektywy psychologicznej.³ Późniejszy rozwój teorii popytu następował wraz z opracowaniami nowych narzędzi matematycznych i statystycznych oraz większą dostępnością danych empirycznych. Wraz z bogaceniem się społeczeństw, zmieniały się wzorce zachowań konsumentów oraz producentów. Kluczowe okazało się znalezienie czynników kształtujących popyt oraz ich siły oddziaływania, a także określenie schematów zachowania się konsumentów o określonym dochodzie przy obowiązujących cenach.

1.1 Teoria wyboru konsumenta

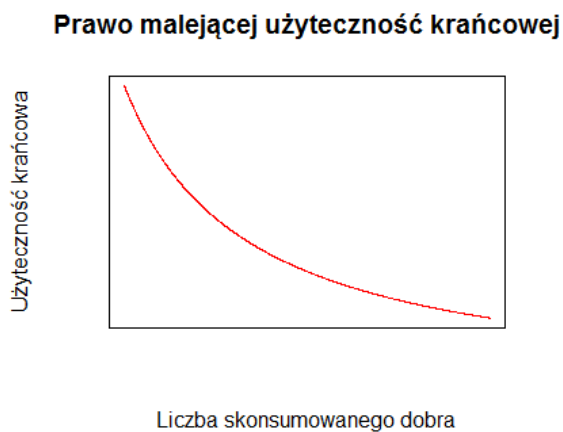
Twórcą teorii był angielski ekonomista W.S. Jevons, który w 1871r. opublikował pracę pt. *Zasady ekonomii politycznej*. Zapoczątkowała ona badania nad czynnikami kształtującymi zachowania konsumenta oraz sformułowała pojęcia: użyteczności krańcowej, produkcyjności krańcowej różnych czynników produkcji, kosztów i utargów końcowych oraz zasady racjonalnego funkcjonowania przedsiębiorstwa.⁴

Teoria wyboru konsumenta za pomocą narzędzi matematycznych bada zachowania gospodarstw domowych na rynku, przede wszystkim ich decyzji dotyczący dystrybucji dochodu na dobra w warunkach ograniczoności zasobów (ograniczenie budżetowe), podziału czasu poświęconego na pracę i odpoczynek oraz podziału dochodu na wydatki i oszczędności. Gospodarstwo domowe maksymalizują użyteczność uzyskiwaną z konsumpcji przy danych dochodach i cenach dóbr i usług. **Użyteczność** rozumiana jest jako subiektywna satysfakcja z konsumowania danego koszyka dóbr. W miarę zwiększania konsumpcji jednego dobra użyteczność całkowita wzrasta, ale jej przyrost jest coraz

³ B.SucHECKI, *Kompletne Modele Popytu*, PWE, Warszawa 2006, str.18.

⁴ M.KsiężYK, *Ekonomia*, Kraków, Kraków, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, 2006, str.93.

mniejszy.⁵ Jest to pierwsze **prawo Gossena**, tzw. prawo malejącej użyteczności krańcowej. Przyrost zadowolenia konsumenta z konsumowania kolejnych jednostek dobra jest coraz mniejsza.⁶



Rysunek 1 Prawo Gossena

Źródło: opracowanie własne w R.

Założenia teorii konsumenta.⁷

- Konsument dokonuje wyboru w oparciu o swoje preferencje, ograniczenia wynikają z wysokości dochodu jakim dysponuje.
- Konsument wybiera takie kombinacje dóbr, które mają dla niego najwyższą użyteczność, czyli maksymalizuje satysfakcję czerpaną z konsumpcji.
- Potrzeby konsumenta nigdy nie będą w pełni zaspokojone, konsument stale stara się osiągać coraz wyższe poziomy użyteczności.
- Konsument zachowuje się w sposób racjonalny.
- Konsument posiada pełną informację dotyczącą dostępnych na rynku dóbr, a także potrafi porównać jednoznacznie ich użyteczności.

⁵ Ibidem.

⁶ E.Czarny, *Mikroekonomia*, Warszawa 2006, str.25.

⁷ K. Mazurek-Lopacińska, M. Sobocińska, *Nowe spojrzenie na konsumenta jako uczestnika życia gospodarczego*, 2014, Wrocław, str.191.

Krytyka neoklasycznej teorii wyboru konsumenta

Jak każdy model teoretyczny, teoria wyboru konsumenta jest uproszczeniem rzeczywistości i przyjmuje konkretne założenia. Jest on jednak tworem zdepersonalizowanym, nie bierze pod uwagę czynnika ludzkiego, emocji, nieracjonalności i omylności. Na wybór koszyka dóbr, oprócz dochodu i ceny, wpływa wiele pośrednich czynników. Są to m.in. uwarunkowania społeczne, przyzwyczajenia, uprzedzenia, marketing.

Dobra nie są także często racjonalnie konsumowane (np. wyrzucanie nadal sprawnych dóbr, które są już nie modne, marnotrawienie surowców na produkcję przedmiotów z założenia jednorazowych, czy niepełne wykorzystywanie potencjału dóbr z powodu braku wiedzy).

Preferencje nie są także stałe, ulegają zmianom poprzez dynamicznie zmieniające się ceny, rynki, produkty i dochody. Kolejnym krytykowanym elementem jest założenie o posiadaniu pełnej i darmowej informacji. Ze względu na ogrom informacji płynących od producentów oraz współcześnie bardzo szeroką gamę dostępnych produktów nie jest możliwe spełnienie tego założenia przez przeciętnego konsumenta.⁸ Jednak teoria wyboru konsumenta posiada założenia, które są spełnione dla większości jednostek. Jej narzędzia pozwalają na wyjaśnienie zachowań ogółu gospodarstw domowych, co nie byłoby możliwe bez pewnych, wskazanych wyżej uproszczeń.

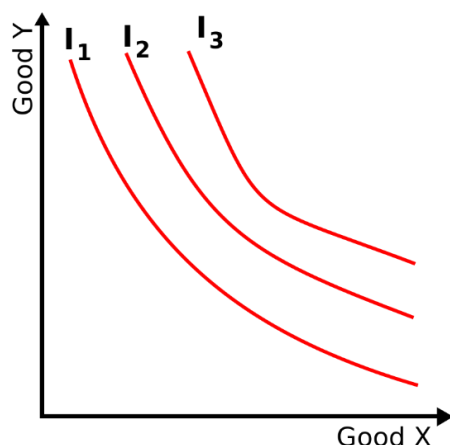
1.2 Podstawowe pojęcia z zakresu analizy popytu

1.2.1 Krańcowa stopa substytucji

Zjawisko to odnosi się do sytuacji kiedy konsument ma do wyboru dwa dobra, X i Y. Krańcowa stopa substytucji (ang. *Marginal Rate of Substitution*) to subiektywna proporcja, według której konsument jest skłonny zamienić dobro Y na X, aby jego satysfakcja pozostała niezmienna. Graficznie przedstawia to krzywa obojętności.⁹ Krzywa I_3 odpowiada kombinacjom dóbr o najwyższej użyteczności całkowitej, a krzywa I_1 kombinacjom dóbr o najniższej użyteczności całkowitej.

⁸ A.Graczyk, *Konsument w teorii i praktyce gospodarczej*, „Ekonomia i prawo”, tom 2, nr 1, 2006, str. 94-95.

⁹ E.Czarny, *art.cyt.*, str.40-41.



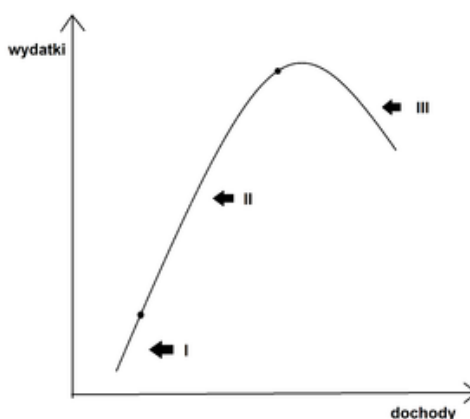
Rysunek 2 Krzywa obojętności.

Źródło: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f6/Simple-indifference-curves.svg/220px-Simple-indifference-curves.svg.png> [data dostępu: 8 czerwca 2020 roku]

1.2.2 Krzywe Engla

Krzywe Engla graficznie ukazują jak zmienia się popyt na dane dobro przy zmianie dochodu konsumenta. Taka informacja jest szczególnie istotna dla producentów, którzy mogą przewidzieć jak zmiany dochodów będą oddziaływały na sprzedaż. Wygląd krzywej różni się w zależności od rodzaju analizowanego dobra.¹⁰

Na dobra podrzędne w przypadku bardzo niskich dochodów popyt rośnie i po osiągnięciu pewnego poziomu spada, gdyż konsumenci zastępują podrzędne towary tymi o lepszej jakości.¹¹



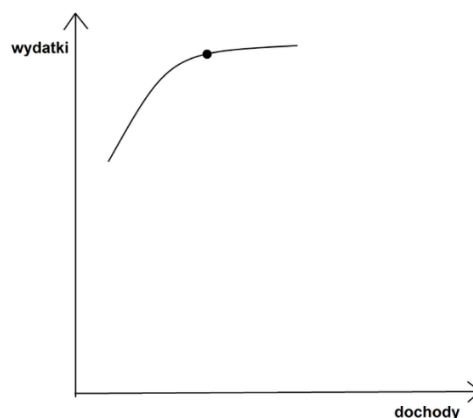
Rysunek 3 Krzywa Engla dla dóbr podrzędnych

Źródło: https://mfiles.pl/pl/index.php/Plik:Wykres_dobra_podrzedne.png [data dostępu: 2 czerwca 2020 roku]

¹⁰ Ibidem, str.44.

¹¹ A. Lewbel, B. College, *Engel curves Entry for The New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd edition, 2016

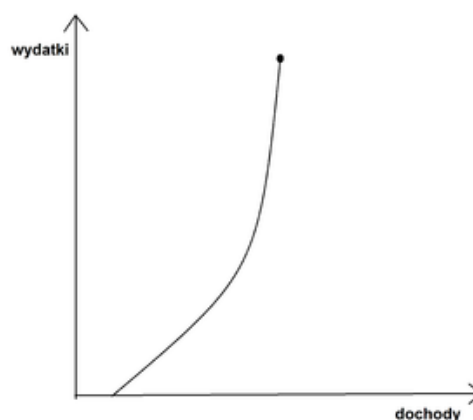
W przypadku dóbr podstawowych wraz ze wzrostem dochodów popyt na ten rodzaj produktów rośnie, ale jego udział w ogólnych wydatkach maleje.



Rysunek 4. Krzywa Engla dla dóbr podstawowych.

Źródło: https://mfiles.pl/pl/images/e/ec/Wykres_dobra_podstawowe.png [data dostępu: 2 czerwca 2020 roku]

Wydatki na dobra luksusowe pojawiają się po osiągnięciu pewnego poziomu dochodów i ich udział w wydatkach całkowitych wzrasta wraz ze wzrostem dochodu.



Rysunek 5 Krzywa Engla dla dóbr luksusowych.

Źródło: https://mfiles.pl/pl/index.php/Plik:Wykres_dobra_luksusowe.png [data dostępu: 2 czerwca 2020 roku]

Szczególną grupą aproksymant krzywych Engla są tzw. **funkcje Törnquista**, Łączą one, jako zmienną objaśnianą wydatki na dany produkt (usługę) i, jako zmienną objaśniającą – dochody.

- Dla dóbr podstawowych, gdzie x – *dochód*, a, b – *stałe*

$$T_1(x) = a * \frac{x}{x+b}, \text{ gdzie } x, a, b > 0 \quad (1)$$

- Dla dóbr wyższego rzędu, gdzie x – *dochód*, a, b – *stałe*

$$T_2(x) = a * \frac{x-c}{x+b}, \text{ gdzie } a, b, c > 0 \text{ oraz } x \geq c \quad (2)$$

- Dla dóbr luksusowych, gdzie x – *dochód*, a, b, c – *stałe*

$$T_3(x) = a * x * \frac{x-c}{x+b}, \text{ gdzie } a, b, c > 0 \text{ oraz } x \geq c \quad (3)$$

1.2.3 Elastyczności popytu

Współczynniki elastyczności informują o tym jak zmienia się popyt na dane dobro przy względnej zmianie określonych czynników, tj. ceny danego dobra, ceny innego dobra lub dochodu.

Cenowa elastyczność popytu to miara zmian wielkości popytu w stosunku do zmian cen. Cenowa elastyczność popytu określa, o ile procentowo popyt na dane dobro się zmieni przy zmianie ceny o 1%, gdzie Δx – *zmiana popytu*, x – *popyt*, ΔP – *zmiana ceny*, P – *cena*.¹²

$$E_{xP} = \frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta P}{P} \quad (4)$$

Cenowa elastyczność popytu zwykle jest ujemna, gdyż wzrost ceny powoduje zazwyczaj spadek popytu i na odwrót. Występują jednak sytuacje, w których cenowa elastyczność popytu jest dodatnia. Pierwsza z nich to tzw. **paradoks Giffena**. Jest to sytuacja ekonomiczna, w której wielkość popytu na dane dobro wzrasta pomimo wzrostu ceny. Taka sytuacja może wystąpić przy niskich dochodach, kiedy rośnie cena dobra podrzędnego (np. chleb). Konsumenci nie chcą zastępować go i tak droższym dobrem normalnym, większą część wydatków przeznaczają na ten droższy produkt.¹³ Natomiast zwiększony popyt na dobra luksusowe przy wzroście ich ceny nazywany jest **efektem Veblena**.¹⁴ Dotyczy on najbogatszych grup społecznych, dla których dobra luksusowe

¹² E.Czarny, *art.cyt.*, str.25.

¹³ Ibidem, str.39.

¹⁴ Ibidem, str.40-41.

mogą być sposobem na dowartościowanie się (im mniej osób je posiada tym bardziej podkreślają one status materialny).

Rodzaje popytu ze względu na elastyczność cenową:

- Proporcjonalny, gdy procentowa zmiana popytu jest taka sama jak procentowa zmiana ceny $|E_{DP}|=1$.
- Elastyczny, gdy procentowa zmiana popytu jest większa od procentowej zmiany ceny $|E_{DP}| > 1$.
- Nieelastyczny, gdy procentowa zmiana popytu jest mniejsza od procentowej zmiany ceny $0 < |E_{DP}| < 1$.
- Całkowicie nieelastyczny (sztywny), gdy wielkość popytu nie reaguje na zmianę ceny dobra $|E_{DP}| = 0$.
- Doskonale elastyczny, gdy przy danej cenie wielkość popytu może przybierać dowolne rozmiary.

Dochodowa elastyczność popytu to stosunek względnej zmiany wielkości popytu na dobro do względnej zmiany dochodu, gdzie Δx – zmiana popytu, x – popyt, ΔM – zmiana dochodu, M – dochód¹⁵

$$E_{Mx} = \frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta M}{M} \quad (5)$$

Jego wartość jest ujemna dla dóbr niższego rzędu, a dodatnia dla dóbr normalnych. E_{Mx} przyjmuje wartości z przedziału $[0,1]$ dla dóbr podstawowych, a powyżej 1 dla dóbr luksusowych.

Zależność ekonomiczna mówiąca o tym, że w miarę wzrostu dochodów gospodarstwa domowego, wydatki na żywność rosną, lecz ich udział w wydatkach całkowitych się zmniejsza to tzw. **prawo Engla**. Jest to powszechnie występujące zjawisko, a wynika z faktu, że po spełnieniu podstawowych potrzeb dodatkowy dochód jest w niskiej części przeznaczony na żywność, a w większości na dobra wyższego rzędu, ew. dobra luksusowe (wydatki związane z samochodem, turystyka) lub oszczędności.¹⁶

¹⁵ Ibidem, str.44.

¹⁶ B.Suczeki, *art.cyt.*, str. 79-82.

Mieszana elastyczność popytu – procentowa zmiana popytu na dobro A w reakcji na procentową zmianę ceny dobra B. Określa ona o ile procent zmieni się popyt na dobro A, jeśli cena dobra B zmieni się o 1%, gdzie ΔD_A – zmiana popytu A, D_A – popyt A, ΔP_B – zmiana ceny B, P_B – cena B.

$$E_{D_A/P_B} = \frac{\Delta D_A}{D_A} : \frac{\Delta P_B}{P_B} \quad (6)$$

Jej wartość jest dodatnia dla dóbr względem siebie substytucyjnych, tzn. takich które spełniają tę samą potrzebę, a ujemna dla dóbr komplementarnych, czyli wzajemnie się uzupełniających, które zazwyczaj kupowane są razem.

1.3 Modele popytu konsumpcyjnego

Model ekonometryczny jest funkcją, w której zmienną objaśnianą (endogeniczną) jest popyt na dane dobro, czyli liczba jego jednostek, którą konsumenci są skłonni zakupić w danym czasie i warunkach. Zmiennymi objaśniającymi (egzogenicznymi) są czynniki popytotwórcze. Są to – w zależności od potrzeb – m.in. cena tego dobra, ceny dóbr komplementarnych i substytucyjnych, jakość, dochód, poziom inflacji, wydatki na promocje i reklamę, konkurencja, sytuacja polityczno-gospodarcza kraju (np. kryzys gospodarczy), wielkość gospodarstwa domowego, czynniki kulturowe (np. zakazy religijne) oraz sezonowość.¹⁷

Opisuje go wzór, gdzie Y – popyt, b_j – parametry, $j = 1, 2, \dots, k$, X_j – zmienne objaśniające, $j = 1, 2, \dots, k$, ε – składnik losowy.

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + \dots + b_kX_k + \varepsilon \quad (7)$$

Rozwój prac modelujących popyt na podstawie danych empirycznych nastąpił na przełomie XIX i XX wieku. Początkowo opierano się na niewielkiej liczbie danych, dotyczącej konsumpcji losowo wybranych rodzin, zaczęto także badać poziom życia ludności i to, w jaki sposób dochód wpływa na decyzje konsumpcyjne. Zauważono, że wydatki na towary luksusowe pojawiają się dopiero po zaspokojeniu podstawowych potrzeb oraz że cena kształtowana jest zarówno przez popyt, jak i podaż (jest to założeniem koncepcji równowagi rynkowej). Stopniowo zaczęto zwracać uwagę na istnienie czynników poza cenowych kształtujących popyt oraz przeprowadzać coraz pełniejsze analizy. W latach 40-tych XX wieku testowano także dopasowanie różnych funkcji nieliniowych do wydatków gospodarstw domowych.

1.3.1 Rodzaje modeli popytu

Wyróżnia się cztery główne klasy modeli:¹⁸

- "Klasyczne" jednorównaniowe modele ekonometryczne, dla konkretnych dóbr lub grup dóbr.

¹⁷M. Purczyński, *Optymalizacja polityki cenowej przedsiębiorstwa branży piwowarskiej*, Poznań, 2012, str. 30-31.

¹⁸B. Suchecki, art. cyt., str. 9.

- Kompletne modele popytu (KMP), pozwalające na kompleksową analizę całej struktury popytu.
- Ekonometryczne makromodele funkcjonowania gospodarki narodowej.
- Modele rynków.

Ze względu na rodzaj zależności między zmiennymi modele dzieli się na liniowe i nieliniowe. A spośród nieliniowych rozróżnia się:¹⁹

- liniowe względem parametrów (np. model wielomianowy, model hiperboliczny, model logarytmiczny)
- linearyzowane (np. model wykładniczy, model potęgowy, model potęgowo-wykładniczy, model wykładniczo-hyperboliczny)
- nieliniowe w ścisłym sensie (np. model logistyczny).

1.3.2 Jednorównaniowe modele popytu

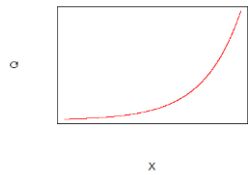
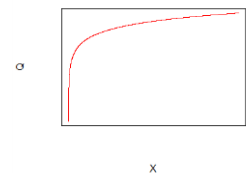
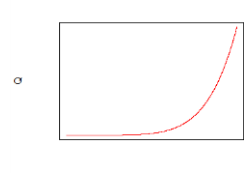
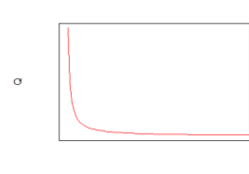
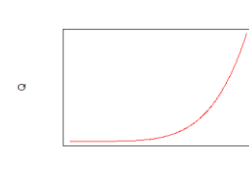
Do największych zalet tego rodzaju modeli należy łatwość estymacji i możliwość dopasowania odpowiedniej funkcji do rodzaju danych empirycznych. Przykładowo, do danych dotyczących konsumpcji żywności modele logarytmiczne będą bardziej dopasowane od modeli liniowych. Jednak nie pozwalają one na kompleksową analizę z następujących powodów:²⁰

- Występuje brak addytywności - prognoza popytu otrzymana po zsumowaniu pojedynczych jednorównaniowych modeli różni się od tej otrzymanej dla całej grupy dóbr.
- Niepełny obraz działań uczestników rynku - biorąc pod uwagę jeden rodzaj dobra pomija się zachowania związane z konsumpcją innych rodzajów dóbr z tej kategorii.
- Nieuwzględnienie warunków *a priori*, czyli czynników wynikających z poprzednich badań ekonometrycznych, teorii i ogólnych znanych zależności ekonomicznych.

¹⁹ M.Purczyński, art.cyt., str. 32.

²⁰ B.Suchacki, art.cyt., str. 9.

Tabela 1 Przykładowe rodzaje jednorównaniowych modeli, gdzie, X – dochód, b_j – parametry.

Funkcja	Wzór	Wykres
Liniowa	$Y = b_0 + b_1 X$	
Wykładnicza	$Y = b_0 \exp(b_1 X)$	
Logarytmiczna	$Y = b_0 + b_1 \log(X)$	
Potęgowa	$Y = b_0 X^{b_1}$	
Hiperboliczna	$Y = b_0 + \frac{b_1}{X}$	
Wielomianowa (drugiego stopnia)	$Y = b_0 + b_1 X + b_2 X^2$	

1.3.3 Podstawowe kompletne modele popytu

Klasyczna teoria popytu była wystarczającym narzędziem do pierwszej połowy XX wieku. Po II wojnie światowej nastąpił gwałtowny wzrost produkcji na masową skalę, znacznie zmieniły się także zachowania i preferencje konsumentów, co na nowo zapoczątkowało dynamiczny rozwój teorii popytu. Nowe modele korzystały z osiągnięć w zakresie nowoczesnej matematyki, socjologii oraz psychologii.²¹ Potrzeba połączenia klasycznych jednorównaniowych modeli z wielorównaniowymi systemami do analizy globalnego popytu zapoczątkowała rozwój kompletnych modeli popytu, nazywanymi także systemami funkcji popytu.²² W przeciwieństwie do modeli jednorównaniowych, pozwalają one na analizę całej struktury popytu.²³ Zazwyczaj zmiennymi objaśniającymi są dochody i ceny, ale czasami uwzględnia się także czynniki pozaekonomiczne. Są one także dobrze dostosowane do prognozowania popytu innego niż konsumpcyjny, np. na pracę, pieniądź i aktywa na rynkach finansowych i kapitałowych.²⁴ KMP są odpowiednie do badań opartych na danych makroekonomicznych w postaci szeregów czasowych, a także na danych mikroekonomicznych w postaci danych budżetów gospodarstw domowych.²⁵ Konsument wybierają koszyk dóbr oznaczony $q = [q_1, q_2, \dots, q_N]$, w którym każde dobro ma określoną cenę $p = [p_1, p_2, \dots, p_N]$.

Czynnikiem ograniczającym jest budżet, zazwyczaj uznaje się za niego dochód (m).

$$m \leq p^T q \quad (8)$$

Zgodnie z teorią wyboru konsumenta, gospodarstwa domowe postępują racjonalnie i dążą do maksymalizacji swojej użyteczności.²⁶

$$U = u(q) \quad (9)$$

Jako pierwszy kompletny model uznaje się pośredni addytywno-logarytmiczny system C.E.V. Lesera opracowany w 1941r. Następnie L.R.Klein i H.Rubin (1947/1948) stworzyli liniowy system wydatków LES (ang *Linear Expenditure System*), który był w

²¹B.Suczeki, art.cyt.,, str. 22.

²² Ibidem, str.107.

²³ M.Purczyński, art.cyt.,, str. 40.

²⁴B.Suczeki,, art.cyt, str. 22.

²⁵ Ibidem, str.10-11.

²⁶ M.Purczynski, art. cyt., s. 40.

kolejnych latach modyfikowany i parametrycznie rozszerzany.²⁷ Ważnym osiągnięciem było stworzenie różniczkowo-logarytmicznego systemu funkcji popytu, znanego jako modelu rotterdamskiego.²⁸ Jego głównymi twórcami byli A.P. Barten (1964) i H.Theil (1965). Jako jeden z najbardziej oryginalnych uznaje się model translogarytmiczny-TRANSLOG,²⁹ który stworzyli L.R.Christensen ,D.W.Jorgensen oraz L.J.Lau (1975r.). Do popularniejszych należy zaliczyć AIDS (ang. *Almost Ideal Demand System*), którego autorami są A.S. Deaton i J.Muellerbauer(1980).³⁰ Koncepcja ta była później rozszerzana jako model QUAIDS (ang. *Quadratic Almost Ideal Demand System*) w 1997r. przez J.Banksa, R.Blundella oraz A.Lewbela. W 1991r. R.Alesie i A.Kepteyn zaproponowali DAIDS (ang. *Dynamic Almost Ideal Demand System*).³¹

Model AIDS – Almost Ideal Demand System.

Został zaproponowany w 1980r. przez A.S.Deatona i J.Muellbauera i jest jednym z najpopularniejszych i najczęściej występujących w badaniach empirycznych systemów funkcji popytu. Jest on odpowiedni do stosowania na danych dotyczących budżetów gospodarstw domowych. Udział wydatków jest wyrażony jako funkcja logarytmów cen i dochodów.³²

Postać modelu AIDS.

$$w_i = \alpha_i + \sum_j^n \gamma_{ij} \ln P_j + \beta_i \ln \left(\frac{M}{P} \right), i = 1, \dots, n \quad (10)$$

w_i - część całkowitych wydatków przeznaczona na zakup i -tego dobra

α, β, γ - parametry równania

M - całkowite wydatki na analizowane dobra

P – ogólny indeks cen

Nieliniowy indeks cenowy oznacza się wzorem.³³

$$\ln P = \alpha_0 + \sum_{i=0}^n \alpha_i \log p_i + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \gamma_{ij} \log p_i \log p_j \quad (11)$$

²⁷ B.Suczeki,, art.cyt., str.108.

²⁸ Ibidem, str.126.

²⁹ Ibidem, str.130.

³⁰ Ibidem, str.133.

³¹ Ibidem, str.163-166.

³² S.Wen Chern, K.Ishibashi, K.Taniguchi, Y. Tokoyama, *Analysis of Food Consumption Behavior by Japanese Households, 2012*, str 23.

³³ J.Wolak, *Charakterystyki popytu na wyroby alkoholowe na podstawie wyników badań nad budżetami gospodarstw domowych w roku 2016*, wyd. AGH, str.3.

Aby spełniał założenia teorii popytu, na parametry modelu nałożone są pewne warunki spełniające odpowiednie wymagania ekonomiczne.³⁴

Warunek budżetowy

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n \beta_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad (12)$$

daje gwarancję, że wydatki nie przekroczą dostępnego dochodu i suma wydatków na poszczególne dobra będzie taka sama jak wydatki całkowite.

Warunek jednorodności stopnia zerowego

$$\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0 \quad (13)$$

gwarantuje, że jeżeli dochody i ceny zmieniają się proporcjonalnie to popyt pozostanie taki sam. Skutecznie eliminuje to problem inflacji lub zmiany systemu pieniężnego w kraju, który pojawia się przy badaniach z wykorzystaniem danych w postaci szeregów czasowych.³⁵

Warunek symetryczności efektów substytucji

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \quad (14)$$

zmiana popytu na dobro wywołana zmianą ceny jest spowodowana przez dwa efekty: dochodowy i substytucyjny. Substytucyjny wynika z tego, że zmiana ceny na jedno dobro, powoduje zmianę jego popytu oraz popytu dóbr pokrewnych, a efekty tej zmiany powinny być symetryczne. Warunek ten nazywany jest najczęściej równaniem Slutskiego.

³⁴ J. Wolak, G. Pocijewski, *Analiza popytu na alkohol w Polsce z zastosowaniem modelu korekty błędem AIDS*, Managerial Economics 10, 2011, str.163.

³⁵ M. Purczynski, art. cyt., str.43.

LA/AIDS- Linear Approximation of AIDS

W celu uproszczenia obliczeń w praktyce stosuje się liniową wersję modelu AIDS, czyli LA/AIDS (ang. *Linear Approximation of AIDS*). Jako model liniowy jest on relatywnie łatwy do estymacji i interpretacji. Nieliniowy indeks cenowy typu translog zastępuje się wtedy przez indeks liniowy np. zaproponowany przez J.R.N. Stone'a.³⁶

$$P^* = \exp \left[\sum_{i=1}^n w_i \log p_i \right] \quad (15)$$

Wartość indeksu Stone'a zależy od jednostek w jakich wyrażone są ceny, dlatego w części prac stosuje się tzw. skorygowany indeks Stone'a.³⁷

$$P^* = \exp \left[\sum_{i=1}^n w_i \log \frac{p_i}{\bar{p}_i} \right] \quad (16)$$

Postać równań LA/AIDS jest tutaj następująca:³⁸

[illegible]

Na parametry modelu nakłada się wcześniej opisane warunki: budżetowy, jednorodności stopnia zerowego oraz symetrii efektów substytucji. Model ten należy do klasy modeli prostych o równaniach pozornie niezależnych. Ze względu na restrykcje stosuje się estymację łączną całego modelu. Przy estymacji pomija się jedno z równań, gdyż udziały sumują się do jedności.³⁹

³⁶ J.Wolak, art.cyt.,str.3

³⁷ H.Dudek, *Elastyczności cenowe popytu na żywność Analiza na podstawie modelu LA/AIDS*, 2008, str.63.

³⁸ B.Suczek, art. cyt, str.138.

³⁹ H.Dudek, art. cyt, str.63.

Elastyczności w modelu LA/AIDS.

W wyniku estymacji otrzymywane są parametry modelu LA/AIDS, a na ich podstawie oblicza się elastyczności cenowe i dochodowe, dzięki którym możliwa jest ekonomiczna analiza danych.⁴⁰ W teorii kompletnych modeli popytu pojawiają się dwa rodzaje elastyczności.⁴¹

- Skompensowana, Hicksa, mierzy ona tylko efekt substytucyjny, oznaczana jest jako $\widetilde{\varepsilon}_{ij}$.
- Nieskompensowana, Marshalla, mierzy zarówno efekt substytucyjny, jak i dochodowy ε_{ij} .

Występuje między nimi następująca zależność.

$$\widetilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} + w_j E_i \quad (18)$$

w_j – udział wydatków na zakup danego dobra j

E_i – nieskompensowane elastyczności popytu względem wydatku całkowitego

Dochodowe elastyczności :⁴²

$$\eta_i = 1 + \frac{\beta_i}{\overline{w}_i} \quad (19)$$

Nieskompensowane własne cenowe elastyczności popytu na i -te dobro ze względu na cenę i -tego dobra:

$$\varepsilon_{ii} = \frac{\gamma_{ij}}{\overline{w}_i} - \beta_i - 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

Nieskompensowane mieszane cenowe elastyczności popytu na i -te dobro ze względu na cenę j -tego dobra:⁴³

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{\overline{w}} - \beta_i - \frac{\overline{w}_j}{\overline{w}_i}, \quad i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

⁴⁰ J.Wolak, , art. cyt, str.4.

⁴¹ M. Purczynski, art. cyt., str.41.

⁴² J.Wolak, G.Pociejewski, art. cyt, str.164.

⁴³ H.Dudek, . art. cyt, str.64.

Skompensowane własne cenowe elastyczności popytu na i-te dobro ze względu na cenę i-tego dobra:

$$\widetilde{\varepsilon}_{ii} = \varepsilon_{ii} + \eta_i \overline{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

Skompensowane mieszane cenowe elastyczności popytu na i-te dobro ze względu na cenę j-tego dobra:

$$\widetilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij} + \eta_i \overline{w}_j, \quad i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

Zwykle wartości nieskompensowanych własnych elastyczności są niższe niż skompensowanych.⁴⁴

⁴⁴ Ibidem.

2 Zestaw danych

W pracy wykorzystano dane pochodzące z badania pt. Budżety gospodarstw domowych zrealizowanego przez Główny Urząd Statystyczny w 2016 roku. Badanie prowadzone jest metodą reprezentacyjną. Spośród wszystkich gospodarstw domowych w Polsce wylosowano próbę, która pozwala na uogólnienie wyników badania na wszystkie gospodarstwa. Jego uczestnicy proszeni są, aby w ciągu miesiąca notować wszystkie swoje dochody oraz wydatki na poszczególne dobra, które przypisywane są do odpowiedniej kategorii w klasyfikacji GUS. Dodatkowo pobierane są także informacje m.in. na temat ilości osób w gospodarstwie, rodzaju zatrudnienia, wykształceniu, miejscu zamieszkania oraz warunków mieszkaniowych.⁴⁵ Dane obejmują 36 886 gospodarstw domowych z terenu całej Polski, z czego wszystkie zadeklarowały wydatki na żywność. Produkty spożywcze oznaczone są symbolami od „011111”-„011991” i na potrzeby analizy zostały podzielone na 8 grup.

⁴⁵ <https://stat.gov.pl/badania-statystyczne/badania-gospodarstw-domowych-i-rolnicze/bbgd/> [data dostępu 14.06.2020 roku]

Tabela 2. *Klasyfikacje produktów żywnościowych.*

Grupa	Produkty
Produkty zbożowe	Ryż, Mąka pszenna, Pozostałe mąki, Kasze i ziarna zbóż, Pieczywo, Pozostałe wyroby piekarskie, Pizza i inne półprodukty mączne, Makarony i produkty makaronowe, Płatki śniadaniowe, Pozostałe produkty zbożowe
Mięso i ryby	Mięso wołowe, cielęce, wieprzowe, baranie, kozie, Kury, koguty, kurczęta, Pozostały drób, Pozostałe mięsa, Podroby i przetwory podrobowe, Wędliny, Mięso mielone mieszane, Inne przetwory mięsne, Ryby świeże lub chłodzone, Ryby mrożone, Owoce morza świeże lub chłodzone, Owoce morza mrożone, Ryby i owoce morza suszone, wędzone lub solone, Pozostałe przetwory z ryb i owoców morza
Nabiał i jaja	Mleko pełne świeże i niskotłuszczowe, Mleko zagęszczone i w proszku, Jogurt, Sery dojrzewające i topione, Twarogi, Śmietana, Napoje i inne produkty mleczne, Jaja
Tłuszcze	Masło, Margaryna i inne tłuszcze roślinne, Oliwa z oliwek, Pozostałe oleje jadalne, Pozostałe tłuszcze zwierzęce
Owoce	Owoce cytrusowe, Banany, Jabłka, Owoce jagodowe, Owoce pestkowe, Pozostałe owoce, Owoce mrożone, Owoce suszone i orzechy, Przetwory owocowe
Warzywa	Salata, Kapusta, Kalafiorowate, Pomidory, Ogórki, Marchew, Buraki, Cebula, Pozostałe warzywa i grzyby, Warzywa i grzyby mrożone, Kapusta kwaszona, Pozostałe przetwory warzywne i grzybowe, Ziemniaki, Pozostałe przetwory ziemniaczane, Chipsy, Pozostałe warzywa bulwiaste i przetwory z warzyw bulwiastych
Wyroby cukiernicze	Cukier, Dżemy, marmolady, Miód, Czekolada, Wyroby cukiernicze, Lody, Sztuczne substytuty cukru
Sosy, przyprawy i inne artykuły żywnościowe	Sosy, przyprawy, Sól, Przyprawy korzenne i zioła kulinarne, Żywność dla dzieci, Gotowe dania, Inne artykuły żywnościowe, gdzie indziej niesklasyfikowane

Źródło tabeli: Zeszyt metodologiczny. Badanie budżetów gospodarstw domowych, Główny Urząd Statystyczny, Warszawa, 2018

W kategorii „Inne” nie podano w większości przypadków gramatury zakupionej żywności, co utrudniałoby obliczanie cen jednostkowych towarów. Z tego powodu ta kategoria została pominięta.

2.1 Statystyki dotyczące dochodów rozporządzalnych

Niezerowe dochody zadeklarowało 36 616 gospodarstw. W Tabeli 3 przedstawiono podsumowanie dochodów tych gospodarstw z podziałem na region, wielkość miejscowości zamieszkania i typ społeczno-ekonomiczny.

Tabela 3 Statystyki dotyczące wielkości dochodów gospodarstw, które zadeklarowały niezerowe dochody.

	Min	Kwartyl dolny	Mediana	Średnia	Kwartyl górny	Max	Skośność	Kurtoza
Ogółem	1	2229	3500	4095	5102	818077	109,8	17307,2
Region centralny	18	2300	3753	4483	5609	52144	3,5	23,2
Region północny	1	2160	3400	4193	5000	818077	65,8	4706,5
Region północno-zachodni	20	2368	3608	4081	5155	47500	3,2	27,8
Region południowy	30	2350	3530	4005	5029	32948	2,2	7,9
Region południowo-zachodni	27,6	2200	3507,4	3985,8	5081,8	26250	2,1	6,6
Region wschodni	20	2016	3180	3700	4696	51962	3,9	35,5
Typ gospodarstwa rolników	20	2277	4088	6244	6851	818077	34,2	1264,5
Niezarobkowych	16	1096	1960	2373	3152	44400	7,2	129,7
Na własny rachunek	80,5	3629	5010	5841,9	7000	38500	2,4	7,3
Pracowników	0,99	3050	4300	4764,5	5850,9	48010	2,6	13,8
Emerytów i rencistów	7,4	1668	2460	2817,1	3554,2	20268,3	1,8	4,1
Wieś	7,4	2160,1	3432	4085,2	5070,2	818007	92,7	10379,7
Miejscowość do 20 tys. mieszkańców	80,5	2119,7	3323,5	3782,3	4800	52144,4	4,17	46,4
Miejscowość 20–100 tys. mieszkańców	1	2226	3450	3819,4	4860	32947	2,2	10
Miejscowość 100–200 tys. mieszkańców	27,5	2268,8	3500	3923,6	4999,7	28723	28723	9,5
Miejscowość 200–500 tys. mieszkańców	3	2386,2	3565,3	4113,9	5190	24000	2	4,5
Miejscowość ponad 500 tys. mieszkańców	55	2509	4021	4863	6100	48010	2,9	14,4

Źródło tabeli: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

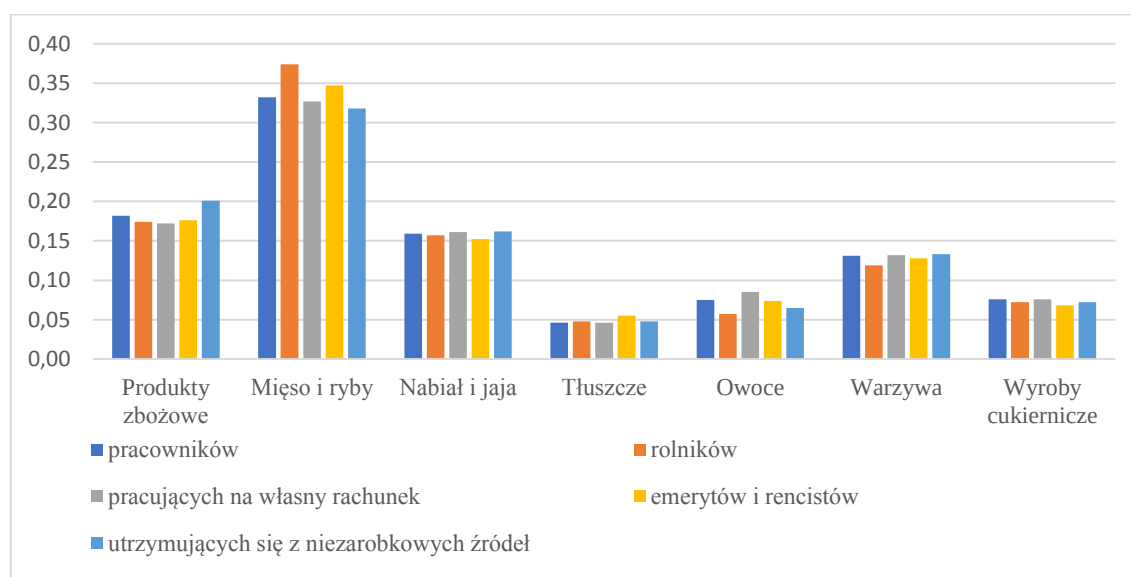
Najwyższą średnią oraz medianę dochodów zanotowano w rejonie centralnym, a najniższą w rejonie wschodnim. Ze względu na typ gospodarstwa, najwyższe zarobki

występują w grupie osób pracujących na własny rachunek, a najniższe są osób utrzymujących się z niezarobkowych źródeł. Z kolei wraz ze wzrostem wielkości miejscowości, wzrasta zarówno średnia, jak i mediana dochodów.

Współczynnik skośności informuje o asymetrii rozkładu i dla wszystkich grup jest on dodatni. Oznacza to, że rozkład ma prawostronną asymetrię tzn. średnia jest wyższa od mediany (to jest typowe zjawisko dla rozkładu dochodów). W przypadku wysokiej wartości współczynnika skośności mediana lepiej odzwierciedla najbardziej typową mierzonej wartości niż średnia arytmetyczna. Największa asymetria występuje w grupie osób mieszkających na wsi.

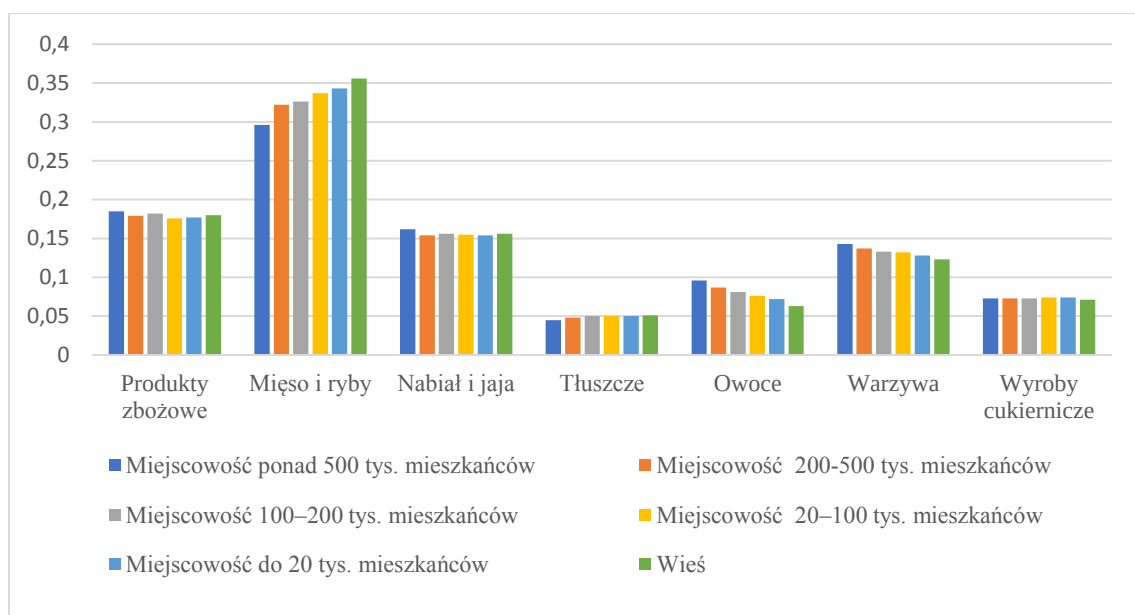
Kurtoza określa jak bardzo obserwacje skoncentrowane są wokół średniej. Dodatkowo wyniki oznaczają, że w przypadku dochodów wartości są bardziej skoncentrowane wokół średniej niż w rozkładzie normalnym.

2.2 Statystyki dotyczące udziałów wydatków na poszczególne grupy



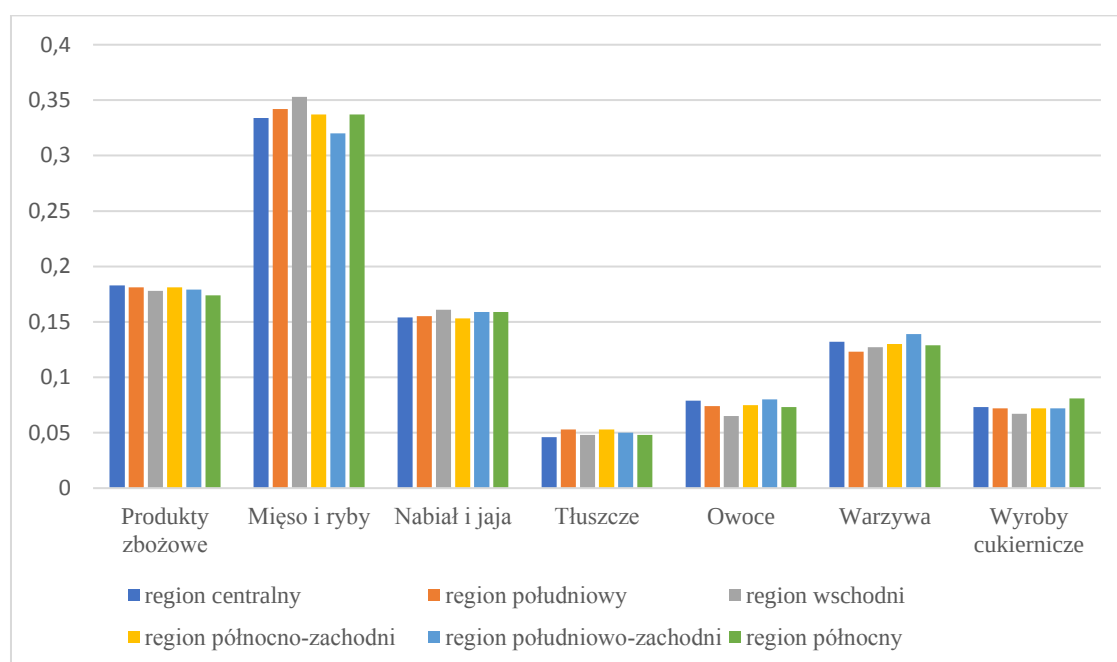
Rysunek 6. Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na typ społeczno-ekonomiczny gospodarstwa.

Źródło wykresu: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.



Rysunek 7. Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na wielkość miejscowości zamieszkania gospodarstwa.

Źródło wykresu: Opracowanie własne na podstawie danych GUS.



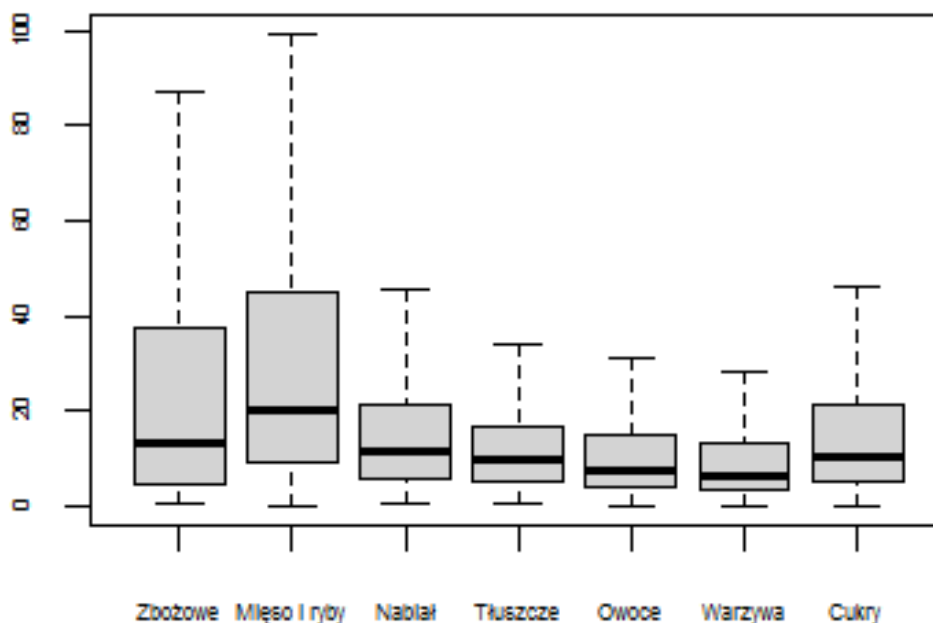
Rysunek 8 Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na region zamieszkania gospodarstwa.

Źródło : Opracowanie własne na podstawie danych GUS.

Największa część wydatków na żywność przeznaczona jest na mięso, następnie na produkty zbożowe i później nabiał. Najmniejszy udział mają wydatki na tłuszcze. Za-

uważone tendencje są takie same dla każdego regionu, wielkości miejscowości zamieszkania i grupy społeczno-ekonomicznej. Procentowy udział wydatków na mięso i ryby zależy od wielkości miasta, im liczniejsze tym jest on mniejszy. Odwrotnie jest w przypadku wydatków na owoce i warzywa, im mniejsza miejscowość tym ich udział maleje.

2.3 Statystyki dotyczące cen



Rysunek 9 Wykres pudełkowy - średnie ceny dla ogółu gospodarstw bez obserwacji odstających.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Na wykresach pudełkowych można zauważyć, że najwyższe ceny jednostkowe mają produkty z grupy mięso i ryby, ich rozkład ma też najwyższe odchylenie standardowe. Z kolei najniższe średnie ceny posiadają warzywa i owoce.

W tabeli 4 przedstawiono średnie ceny produktów za jednostkę, ze względu na wybrane cechy gospodarstw. Po średnio najwyższych cenach kupują mieszkańcy rejonu centralnego, a następnie północnego, natomiast po najniższych wschodniego. Ze względu na typ gospodarstwa najwyższe ceny płacą gospodarstwa, w których osoba o najwyższych zarobkach pracuje na własny rachunek, a najniższe gospodarstwa rolnicze oraz emeryci i renciści. W większości przypadków wraz ze wzrostem wielkości miasta wzrastają ceny żywności.

Tabela 4 Średnie ceny produktów za kg/litr

	Produkty zbożowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Wa- rzywa	Wyroby cukiernicze
Ogółem	9,155	15,592	8,404	11,68	7,263	5,859	19,468
Region centralny	9,567	16,455	8,602	12,327	7,545	6,092	20,27
Region północny	9,234	15,493	8,407	11,294	7,324	6,1	19,506
Region pół- nocno-zachodni	9,26	15,447	8,496	11,564	7,32	5,85	19,15
Region połu- dniowy	9,16	15,795	8,591	11,983	7,281	5,816	19,098
Region połu- dniowo-zachodni	9,321	15,9	8,586	11,598	7,586	6,058	20,588
Region wschodni	8,357	14,279	7,735	11,006	6,581	5,275	18,448
Typ gospodar- stwa rolników	8,38	13,847	7,982	10,235	6,476	5,311	17,184
Niezarobkowych	8,894	14,582	7,946	10,665	6,347	5,991	18,504
Na własny ra- chunek	10,075	18,035	9,065	13,54	8,44	6,419	22,585
Pracowników	9,371	16,099	8,512	11,637	7,584	6,214	20,57
Emerytów i ren- cistów	8,822	14,789	8,242	11,686	6,809	5,332	17,778
Wieś	8,66	14,33	8,097	10,69	6,753	5,547	18,119
Miejscowość do 20 tys. miesz- kańców	8,968	15,024	8,262	11,316	7,173	5,774	19,247
Miejscowość 20–100 tys. mieszkańców	9,092	15,463	8,276	11,645	7,148	5,777	19,07
Miejscowość 100–200 tys. mieszkańców	9,423	16,324	8,668	12,305	7,696	6,023	20,742
Miejscowość 200–500 tys. mieszkańców	9,624	16,933	8,632	12,763	7,722	6,168	21,053
Miejscowość po- nad 500 tys. mieszkańców	10,555	19,096	9,398	14,317	8,601	6,764	22,878

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

3 Estymacja modelu

3.1 Przygotowanie danych do modelu

W celu estymacji modelu AIDS należało przekształcić bazę danych. W pierwszym kroku wybrano tylko te wydatki, które odnosiły się do analizowanych grup. Były to 1 296 006 transakcje spośród 2 602 435 wszystkich dokonanych przez gospodarstwa domowe. Następnie uzupełniono brakujące ilości. Dane dotyczące zakupu pizzy i inne półproduktów mącznych, pozostałych produktów zbożowych, pozostałych przetworów z ryb i owoców morza, napojów i innych produktów mlecznych oraz sałaty nie posiadały wyspecyfikowanej gramatury. Jej brak uniemożliwiłoby późniejsze obliczenie cen jednostkowych, dlatego ilości zostały przybliżone proporcjonalnie do cen jednostkowych towarów z tej samej kategorii.

Następnie na podstawie informacji o ilości i wydatku całkowitym zakupionych towarów z poszczególnych grup, uzupełniono zbiór o ceny jednostkowe. Część gospodarstw nie wykazała wydatków na całe grupy towarów. W takiej sytuacji ceny jednostkowe zostały przybliżone modelem, w których zmiennymi objaśniającymi były: typ społeczno-ekonomiczny gospodarstwa domowego, region i wielkość miejscowości zamieszkania oraz wysokość dochodu rozporządzalnego. W celu uzyskania bardziej rzetelnych wyników, do estymacji parametrów modelu pominięto 1% gospodarstw, które zadeklarowały zakupy po najwyższych oraz najniższych cenach jednostkowych.

Tabela 5 Liczba zerowych wydatków na poszczególne kategorie

	Produkty zbożowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Warzywa	Wyroby cu- kiernicze
Liczba gospodarstw o zerowych wydatkach	7	57	26	616	444	71	897

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Tabela 6 Parametry modelu estymującego ceny jednostkowe na podstawie wybranych zmiennych.

Zmienna	Produkty zbożowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Warzywa	Wyroby cukiernicze
Stała	8,710***	16.864***	3,561***	12,580***	5,677***	5,312***	16,334***
Dochód rozporządzalny [w tys. zł]	0.033***	0.068***	0,15***	0,056***	0,022***	0,020***	0,089***
Klasa miejscowości (bazowy: powyżej 500 tys. mieszkańców)							

Tabela 6 (c.d.)

200 – 500 tys. mieszkańców	-0.615***	-1.276***	-0,561***	-1,162***	-0,484***	-0,418***	-1,240***
100 - 200 tys. mieszkańców	-0.811***	-1.687***	-0,615***	-1,597***	-0,581***	-0,684***	-1,699***
20 - 100 tys. mieszkańców	-1.225***	-2.306***	-0,701***	-2,180***	-0,806***	-0,932***	-3,180***
poniżej 20 tys. mieszkańców	-1.331***	-2.691***	-0,649***	-2,549***	-0,770***	-1,039***	-3,346***
Wieś	-1.760***	3.159***	-0,947***	-3,244***	-0,971***	-1,413***	-4,628***
Typ gospodarstwa (bazowy: pracowników)							
Rolników	-0.675***	-0.672***	-0,615***	-0,365**	-0,332***	-0,859***	-1,895***
Pracujących na własny rachunek	0.469***	1.0432***	0,258***	1,561***	0,419***	0,297***	1,357***
Emerytów i rencistów	-0.209***	-0.698***	-0,242***	0,255***	-0,199***	-0,488***	-1,750***
Utrzymujących się z niezarobkowych źródeł	-0.630***	-1.430***	-0,354***	-1,000***	-0,466***	-0,347***	-1,344***
Region (bazowy: centralny)							
Region południowy	-0.266***	0.068***	-0,179***	0,307***	0,019	-0,075*	0,077
Region wschodni	-0.579***	-0.446***	-0,302***	-0,390***	0,278***	-0,497***	-0,593***
Region północno-zachodni	-0.020	-0.174**	0,218***	0,290***	0,136***	0,059.	0,179
Region południowo-zachodni	0.095*	-0.093	0,153***	-0,139	0,238***	0,192***	0,932***
Region północny	0.037	-0.251***	0,330***	0,122	0,147***	0,158***	0,970***

Symbole ***, **, * oraz „.” oznaczają istotność parametru odpowiednio dla $\alpha = 0,1\%$, 1% , 5% i 10% .

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS

Wszystkie parametry modelu okazały się istotne. W następnym kroku obliczono ceny jednostkowe, udziały w wydatkach poszczególnych grup dla każdego z gospodarstw domowych oraz łączne wydatki na żywność.

3.2 Estymacja parametrów

Zdecydowano się na wyznaczenie oszacowań cenowych i dochodowych elastyczności popytu na podstawie wyników estymacji liniowej postaci modelu AIDS (LA/AIDS), z wykorzystaniem cenowego indeksu Stone’a. Obliczenia przeprowadzono w programie R z użyciem pakietu MicEconAids, którego autorem jest Arne Henningsen.⁴⁶ Na parametry modelu zostały nałożone restrykcje, które zapewniają spełnienie założeń sumowalności, jednorodności i symetrii. Zbadano także, w jakim zakresie dane zapewniają warunki monotoniczności i wklęsłości.

⁴⁶ <https://cran.r-project.org/web/packages/micEconAids/index.html> [data dostępu: 17.06.2020 roku]

Warunek monotoniczności dotyczy monotonicznego wzrostu funkcji wydatków, co oznacza, że pierwsza pochodna w odniesieniu do cen jest nieujemna.⁴⁷ Warunek monotoniczności jest spełniony dla 100% obserwacji.

Warunek wklęsłości gwarantuje, że istnieje unikalne rozwiązanie problemu maksymalizacji funkcji użyteczności i funkcja wydatków jest wklęsła.⁴⁸ Jest on spełniony dla wszystkich obserwacji z wyjątkiem pięciu, co daje procentowy wynik 99,99%.

Tabela 7 Parametry modelu LA-AIDS.

	α_i	γ_{ij}							β_i
Produkty zbożowe	0.2999 ***	0,0801 ***	-0,0410 ***	-0,0036 ***	-0,0120 ***	-0,0164 ***	-0,0072 ***	0,001	-0,024 ***
Mięso i ryby	0.243 ***	0,0410 ***	0,0671 ***	-0,0004	0,0019 ***	-0,0093 ***	-0,0055 ***	-0,0127 ***	0,011 ***
Nabiał	0.1214 ***	-0,0036 ***	-0,0004	0,0041 ***	0,0000	-0,0010 *	-0,0006	0,0015 ***	0,009 ***
Tłuszcze	0.0604 ***	0,0120 ***	0,0019 ***	0,0000	0,0173 ***	0,0022 ***	-0,0032 ***	-0,0061 ***	-0,004 ***
Owoce	0.0963 ***	-0,0164 ***	0,0093 ***	0,0010 *	0,0022 ***	0,0169 ***	0,0033 ***	0,0042 ***	-0,002 ***
Warzywa	0.0964 ***	-0,0072 ***	0,0055 ***	0,0006	0,0032 ***	0,0033 ***	0,0120 ***	0,0011 **	0,010 ***
Wyroby cukiernicze	0.0830 ***	0,0001	-0,0127 ***	0,0015 ***	-0,0061 ***	0,0042 ***	0,0011 **	0,0119 ***	0,000

Źródło: obliczenia własne w programie R.

Elastyczności popytu

Wszystkie wyniki podane w tabelach 9, 10 i 11 zostały obliczone dla średnich cen i wartości wydatków na poszczególne dobra w całkowitych wydatkach na żywność z użyciem funkcji z pakietu MicEconAids.

⁴⁷A.Henningsen, *Demand Analysis with the "Almost Ideal Demand System" in R: Package micEconAids*, str. 12.

⁴⁸*Ibidem*, str. 14.

Tabela 8 Elastyczności dochodowe

Produkty zbo- żowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Warzywa	Wyroby cukier- nicze
0,881***	1,033***	1,059***	0,929**	0,971***	1,087***	0,998***

Źródło: obliczenia własne w programie R.

Tabela 9 Elastyczności cenowe Marshalla

	Produkty zbożowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Warzywa	Wyroby cu- kiernicze
Produkty zbożowe	-0,566***	-0,171***	-0,004	-0,052***	-0,072***	-0,026***	0,010***
Mięso i ryby	-0,136***	-0,803***	-0,005*	0,004*	-0,032***	-0,020***	-0,042***
Nabiał	-0,041***	0,020***	-0,979***	-0,004*	-0,012***	-0,009**	0,005*
Tłuszcze	-0,208***	0,056***	0,008.	-0,667***	0,047***	-0,055***	-0,111***
Owoce	-0,201***	-0,111***	-0,009,	0,030***	-0,781***	0,045***	0,056***
Warzywa	-0,084***	-0,071***	-0,015***	0,032***	0,020***	-0,908***	0,002
Wyroby cu- kiernicze	0,002	-0,168***	0,020***	-0,081***	0,056***	0,015**	-0,842***

Źródło: obliczenia własne w programie R.

Tabela 10 Elastyczności cenowe Hicksa

	Produkty zbożowe	Mięso i ryby	Nabiał	Tłuszcze	Owoce	Warzywa	Wyroby cu- kiernicze
Produkty zbożowe	-0,390***	0,115***	0,127***	0,006*	-0,003	0,080***	0,076***
Mięso i ryby	0,071***	-0,468***	0,149***	0,058***	0,049***	0,105***	0,036***
Nabiał	0,171***	0,324***	-0,821***	0,052***	0,071***	0,119***	0,085***
Tłuszcze	-0,022*	0,357***	0,146***	-0,618***	0,120***	0,057***	-0,041***
Owoce	-0,007	0,204***	0,136***	0,081***	-0,705***	0,162***	0,130***
Warzywa	0,133***	0,282***	0,147***	0,025***	0,105***	-0,777***	0,084***
Wyroby cu- kiernicze	0,202***	0,156***	0,168***	-0,028***	0,134***	0,135***	-0,767***

Źródło: obliczenia własne w programie R.

Wszystkie wyznaczone w badaniu elastyczności dochodowe są dodatnie co oznacza, że wszystkie grupy dóbr są dobrami normalnymi. Do dóbr podstawowych można zaliczyć produkty zbożowe, tłuszcze oraz owoce. Najwyższą elastyczność dochodową mają warzywa i nabiał, można je zaliczyć do dóbr luksusowych, wraz ze wzrostem dochodu gospodarstw domowych, popyt na nie wzrasta bardziej niż proporcjonalnie. Pierwsza hipoteza badawcza okazała się częściowo prawdziwa, gdyż warzywa okazały się nie być dobrem podstawowym. Reszta elastyczności jest bliska jedności, co oznacza, że popyt na nie wzrasta mniej więcej proporcjonalnie się do rosnącego dochodu.

Współczynniki skompensowanych cenowych elastyczności popytu Hicksa określają miarę samego efektu substytucyjnego, czyli bez wpływu efektu dochodowego, natomiast współczynniki nieskompensowanych elastyczności cenowych Marshalla mierzą oba te efekty. Elastyczności, zarówno skompensowane, jak i nieskompensowane, zgodnie z oczekiwaniem są ujemne, a ich wartości bezwzględne kształtują się w granicach 0,39-0,98. Oszacowania skompensowanych własnych cenowych elastyczności co do wartości bezwzględnych są mniejsze niż dla nieskompensowanych elastyczności. Największa różnica występuje dla mięsa i ryb. Świadczy to o znaczącym wpływie efektu dochodowego na popyt tej grupy.

Dla wszystkich grup produktów żywnościowych – zgodnie z oczekiwaniami – elastyczności cenowe są mniej niż proporcjonalne. Najbardziej wrażliwy na zmianę ceny jest nabiał, wskaźnik elastyczności Marshalla wynosi $\varepsilon_{33} = -0,98$ i warzywa $\varepsilon_{66} = -0,91$, natomiast na zmiany ceny w najmniejszym stopniu reagują produkty zbożowe $\varepsilon_{11} = -0,57$ i tłuszcze $\varepsilon_{44} = -0,67$.

Przewaga dodatnich wartości w tabeli 10 sugeruje zależności substytucyjne między większością grup, co często występuje w przypadku popytu na żywność, gdyż jedna grupa produktów zastępowana jest przez inną. Wartość $\varepsilon_{42} = 0,357$ oznacza, że przy wzroście ceny mięsa o 10% popyt na tłuszcze wzrasta o 3,57%, a $\varepsilon_{24} = 0,058$ wskazuje na wzrost popytu na mięso o 0,58% przy podwyższeniu ceny tłuszczów o 10%. Jedno-procentowy wzrost cen mięsa powoduje także wzrost popytu na nabiał o 3,24% i warzyw o 2,82%. Potwierdza to postawioną we wstępie hipotezę o substytucji tych grup dóbr. Przykładem dóbr komplementarnych są wyroby cukiernicze i tłuszcze. Przy wzroście ceny tłuszczu o 10% popyt na cukry spada o 0,28%, z kolei, jeśli cena cukrów wzrośnie o 10%, popyt na tłuszcze spadnie o 0,41%.

3.3 Porównanie wyników

Istnieje wiele artykułów, w których autorzy charakteryzowali popyt na wybrane grupy żywnościowe w różnych krajach. Hanna Dudek przeprowadziła badanie, którego celem była ocena wrażliwości 8 głównych grup produktów spożywczych na zmiany cen, wykorzystując model LA/AIDS. W swojej pracy posłużyła się danymi z 2003 roku obejmującymi wydatki emerytów i rencistów w Polsce. Dla większości grup otrzymała zbliżone lub wyższe nieskompensowane elastyczności cenowe. Przyczyną tego może być zawężenie przez autorkę danych do konkretnego typu gospodarstw. Dochody emerytów i rencistów są niższe niż średnia, dlatego ich decyzje zakupowe są bardziej uzależnione od bieżących cen. Zdecydowanie największa różnica występuje dla warzyw, -1,2491 w stosunku do -0,908. Natomiast kategorią, która jest dużo mniej wrażliwa na zmiany cen są wyroby cukiernicze. Powód może stanowić duża popularność tego typu produktów wśród starszych osób, a co za tym idzie mniejsza zmiana nawyków zakupowych przy wzroście ceny w porównaniu do zachowań wszystkich rodzajów gospodarstw.

Pracą, w której także posłużono się modelem LA/AIDS jest „Food Demand in Slovenia”, której autorzy modelowali popyt w Słowenii posługując się zestawem danych z 1988 i 1993 roku. Otrzymane elastyczności cenowe dla produktów zbożowych, mięsa, tłuszczów i warzyw są na moduł wyraźnie niższe dla Słowenii niż dla Polski. Tak samo jest przy porównaniu elastyczności dochodowych, wyższe dla Słowenii są tylko w przypadku owoców, które są tam dobrem luksusowym.⁴⁹

Ciekawą pracą, której wyniki przeanalizowano w celach porównawczych, jest artykuł pt. “The Impact of Food Prices on Consumption: A Systematic Review of Research on the Price Elasticity of Demand for Food”.⁵⁰ Wyznaczono w niej średnie elastyczności cenowe żywności na podstawie 160 badań przeprowadzonych w Stanach Zjednoczonych. Podobnie jak w przypadku Słowenii nieskompensowane wskaźniki są niższe na moduł w porównaniu do Polski. Największa różnica występuje dla wyrobów cukierniczych, a najbardziej zbliżone są dla owoców.

⁴⁹ E. Erjavec, G.J. Mergos, L.Mizzi, J. Turk., *Food Demand in Slovenia*, 2007, str. 274.

⁵⁰ T.Andreyeva, M. W. Long.: K.D. Brownell, *The Impact of Food Prices on Consumption: A Systematic Review of Research on the Price Elasticity of Demand for Food*, American Journal of Public Health, , Vol 100, No. 2, 2010, str. 216 .

Przytoczone prace potwierdzają tendencje występowania względnie niskich cenowych elastyczności popytu na rynku detalicznym w krajach zamożnych.⁵¹ Istnieje także analogiczna zależność między poziomem dochodów, a wysokością dochodowych elastyczności na żywność, którą wykazano dla Polski w pracy pt. „Ocena dochodowej elastyczności popytu na dobra i usługi konsumpcyjne w gospodarstwach domowych według grup dochodowych”.⁵² Autorzy, korzystając z danych budżetów gospodarstw domowych w 2006 r., przedstawili dochodowe elastyczności na wybrane grupy wydatków przy podziale gospodarstw na 10 grup dochodowych. W przypadku żywności i napojów bezalkoholowych zarówno procentowe udziały wydatków jak i dochodowe elastyczności malały wraz ze wzrostem zamożności gospodarstwa. Dla rodzin dysponujących dochodem do 200 zł/os/miesiąc elastyczność dochodowa wynosiła 1,22, a powyżej 1700 zł/os/miesiąc – 0,07.

⁵¹ H. Dudek, art.cyt. str. 65.

⁵² J. Stanisławska, F. Wysocki, art.cyt., str 237-240.

4 Podsumowanie

Model LA/AIDS okazał się użytecznym narzędziem do analizy popytu na żywność. Wykorzystano go do estymacji dochodowych, cenowych własnych i mieszanych elastyczności popytu dla podstawowych grup żywności. Wykorzystano dane udostępnione przez GUS dotyczące wydatków niemal 37 tys. gospodarstw domowych. Otrzymane wyniki, zgodnie z oczekiwaniami, wskazują na to, że w 2016 roku wszystkie grupy żywności były dobrami normalnymi o nieelastycznym popycie. Najbardziej wrażliwe na zmianę ceny są warzywa, a najmniej produkty zbożowe. Przedstawiono także zależności substytucyjne i komplementarne między grupami. Wyniki porównano ze współczynnikami elastyczności otrzymanymi w innych pracach polskich i zagranicznych. Dodatkowo wykazano pewne zależności dotyczące wielkości dochodu, cen jednostkowych oraz procentowych udziałów w wydatkach poszczególnych grup dóbr od lokalizacji i typu społeczno-ekonomicznego gospodarstwa domowego. Zweryfikowano także hipotezy badawcze.

Wyniki badań przeprowadzonych z użyciem kompletnych modeli pozwalają otrzymać przydatne informacje o wzorcach zachowań konsumentów. Mogą być one wykorzystane przy podejmowaniu decyzji dotyczących polityki cenowej i fiskalnej, a także tych podejmowanych przez producentów, dotyczących procesu produkcji i promocji.

Uzasadnione byłoby przeprowadzenie analogicznego badania dla poprzednich i/lub następnych lat. Porównanie wyników pozwoliłoby na ocenę zmiany wrażliwości popytu poszczególnych grup na dochody i ceny w czasie. Z kolei estymacja modelu z podziałem gospodarstw ze względu na lokalizację, wykształcenie i typ pozwoliłoby wyznaczyć i porównać struktury popytu w wyznaczonych grupach.

5 Bibliografia

1. Andreyeva T., Long M. W., Brownell K.D., *The Impact of Food Prices on Consumption: A Systematic Review of Research on the Price Elasticity of Demand for Food*, American Journal of Public Health, 2010, 100 (2), str. 216-222.
2. Chern, W. S., Ishibashi, K., Taniguchi, K., & Tokoyama, Y., 2002, *Analysis of food consumption behavior by Japanese households*.
3. Czarny E., *Mikroekonomia*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa, 2006, ISBN 83-208-1603-3.
4. Dudek H., *Elastyczności cenowe popytu na żywność- analiza na podstawie modelu LA/AIDS*, Warszawa, Stowarzyszenie Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu, Roczniki Naukowe, tom X, zeszyt 4.
5. Erjavec, E., Mergos, G. J., Mizzi, L., Turk, J., 1998, *Food demand in Slovenia*, Bodenkultur-wien and Munchen, 49, 273-280.
6. Graczyk A., *Konsument w teorii i praktyce gospodarczej*, Ekonomia i prawo, 2006, 2 (1), str. 93—112.
7. Henningsen A., *Demand Analysis with the “Almost Ideal Demand System” in R: Package micEconAids*, Department of Food and Resource Economics, University of Copenhagen.
8. <https://stat.gov.pl/badania-statystyczne/badania-gospodarstw-domowych-i-rolnicze/bbgd/> [data dostępu 14.06.2020 roku]
9. Książek M., *Ekonomia*, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków, 2006, ISBN 83-7464-078-2.
10. Lewbel A., *Engel curves Entry for The New Palgrave Dictionary of Economics*, 2nd edition, 2016, Boston College.
11. Majewski M., *Podstawy ekonomii matematycznej*, dostępne przez: http://mar-maj.math.uni.lodz.pl/Files/El_Ek_Mat_W.pdf [data dostępu: 28.05.2020] r.
12. Mazurek-Łopacińska K., Sobocińska M., *Nowe spojrzenie na konsumenta jako uczestnika życia gospodarczego* 2014, *Handel wewnętrzny* 4(351), str.189-201.
13. Purczyński M., *Optymalizacja polityki cenowej przedsiębiorstwa branży piwowarskiej*, praca doktorska, Poznań, 2012.
14. Stanisławska J., Wysocki F., *Ocena dochodowej elastyczności popytu na dobra i usługi konsumpcyjne w gospodarstwach domowych według grup dochodowych*, Polskie Stowarzyszenie Zarządzania Wiedzą, seria: studia i materiały, 2011, 52, str.233-245.
15. Suhecki B., *Kompletne modele popytu*. Warszawa, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, 2006, ISBN 83-208-1647-5.

16. Wolak J., *Charakterystyki popytu na wyroby alkoholowe na podstawie wyników badań nad budżetami gospodarstw domowych w roku 2016*, Wybrane zastosowania metod ilościowych w ekonomii i finansach, Wydawnictwo AGH, 2020.
17. Wolak J., Pocijewski G., *Analiza popytu na alkohol w Polsce z zastosowaniem modelu korekty błędem AIDS*, *Ekonomia Menedżerska*, 2011, 10, str. 161–172.

6 Spis Tabel

Tabela 1 Przykładowe rodzaje jednorównaniowych modeli	15
Tabela 2. Klasyfikacje produktów żywnościowych.....	23
Tabela 3 Statystyki dotyczące wielkości dochodów gospodarstw, które zadeklarowały niezerowe dochody.	24
Tabela 4 Średnie ceny produktów za kg/litr	28
Tabela 5 Liczba zerowych wydatków na poszczególne kategorie.....	29
Tabela 6 Parametry modelu estymującego ceny jednostkowe na podstawie wybranych zmiennych.	29
Tabela 7 Parametry modelu LA-AIDS.	31
Tabela 8 Elastyczności dochodowe	32
Tabela 9 Elastyczności cenowe Marshalla	32
Tabela 10 Elastyczności cenowe Hicksa.....	32

7 Spis Rysunków

Rysunek 1 Prawo Gossena	6
Rysunek 2 Krzywa obojętności.....	8
Rysunek 3 Krzywa Engla dla dóbr podrzędnych.....	8
Rysunek 4. Krzywa Engla dla dóbr podstawowych.....	9
Rysunek 5 Krzywa Engla dla dóbr luksusowych.....	9
Rysunek 6. Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na typ społeczno-ekonomiczny gospodarstwa.	25
Rysunek 7. Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na wielkość miejscowości zamieszkania gospodarstwa.....	26
Rysunek 8 Miesięczne udziały wydatków na poszczególne grupy żywności ze względu na region zamieszkania gospodarstwa.	26
Rysunek 13 Wykres pudełkowy - średnie ceny dla ogółu gospodarstw bez obserwacji odstających.	27