Górnictwo i Geoinżynieria • Rok 35 • Zeszyt 1 • 2011

Marian Paluch, Ryszard Wosz**

ANALIZA DYNAMICZNEGO ZACHOWANIA SIĘ BELKI STROPU BEZPOŚREDNIEGO BĘDĄCEGO W JEDNOPARAMETROWYM KONTAKCIE ZE ZŁOŻEM W FORMIE POKŁADU EKSPLOATOWANEGO NA ZAWAŁ**

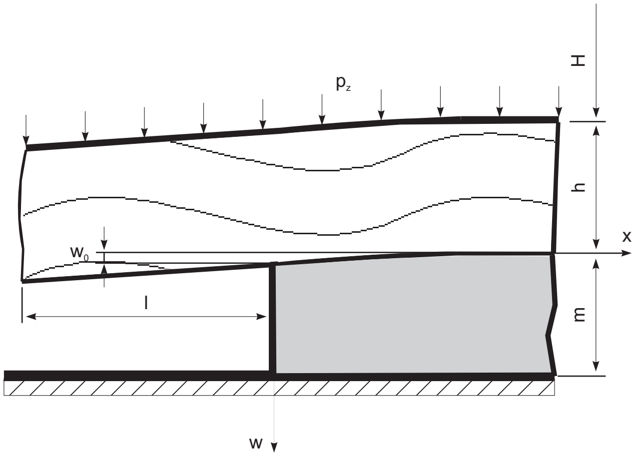
1. Wstęp

W artykule opisano zachowanie się warstw górotworu nad eksploatowanym systemem ścianowym z zawałem stropu złożem. Strop bezpośredni stanowi warstwa górotworu o własnościach ośrodka kruchego, czyli ulegającego zniszczeniu w sposób gwałtowny z wydzieleniem znacznej ilości energii sprężystej. Zjawisko to prowadzi do emisji drgań i wstrząsów stanowiących zagrożenie dla załóg kopalń. W rozwiniętym etapie eksploatacji pokładu strop jest ukształtowany w formie belki wspornikowej, na jednym końcu utwierdzonej, a na drugim swobodnej. Od góry belka jest obciążona nadkładem w postaci pionowej składowej p_z tensora naprężenia pierwotnego. Cały górotwór, strop oraz złoże, charakteryzuje się własnościami ośrodka sprężystego, które to własności opisują następujące parametry: współczynnik oporu właściwego złoża c, współczynnik odkształcalności podłużnej E warstwy stropowej, współczynnik Poissona ν. Zadanie sprowadza się do rozwiązania modelu opisującego ugięcie belki na sprężystym podłożu. W równaniu konstytutywnym modelu o wartości krzywizny osi belki decyduje moment zginający i siła ścinająca [3].

W artykule przedstawiono wyniki analizy zachowania się modelu opisującego eksploatację złoża typu pokładowego systemem ścianowym z zawałem stropu (rys. 1), w którym to modelu oprócz składnika statycznego, tzn. obciążenia belki i wielkości opisujących jej parametry geometryczne i odkształceniowe, uwzględniono składnik dynamiczny opisujący zmiany funkcji przemieszczeń w czasie.

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Górnictwa i Geoinżynierii

** Artykuł stanowi wynik zrealizowanego w ramach badań statutowych projektu. Nr umowy w AGH 11.11.100.277, tytuł pracy: Badanie zjawisk fizykomechanicznych wywołanych działalnością górniczą



Rys. 1. Hipotetyczny model zachowania się warstw stropowych przy eksploatacji złoża systemem ścianowym na zawał

2. Założenia i cel pracy

Celem pracy było zbudowanie modelu analitycznego pozwalającego ocenić stan naprężenia wokoło wyrobiska ścianowego w pokładowym złożu, np. węgla kamiennego lub innego surowca. Podstawową informacją do sporządzenia projektu eksploatacji jest informacja o sposobie zachowania się górotworu w stropie wyrobiska w trakcie prowadzonej eksploatacji. Chodzi o to, aby było wiadomo, jakich przemieszczeń stropu można się spodziewać oraz jakiej skali zjawiska dynamiczne mogą zachodzić w trakcie eksploatacji (wstrząsy i drgania propagujące w górotworze, tąpnięcia). Górotworowi przypisano własności ośrodka sprężystego, izotropowego i jednorodnego reprezentowane przez parametry odkształceniowe i wytrzymałościowe: E – współczynnik odkształcalności podłużnej, ν – współczynnik odkształcalności poprzecznej (Poissona), R_c – granica wytrzymałości na ściskanie, c – współczynnik oporu właściwego pokładu.

3. Konstrukcja modelu

Model przedstawiono na rysunku 1, na którym pokazano poprzeczny przekrój przez czoło frontu eksploatacyjnego ścianowego w pokładzie o miąższości m. W stropie znajduje się wspornik o długości l wywierający dodatkowe, poza pierwotnym, obciążenie pokładu w strefie czoła frontu. Grubość warstwy stropowej tworzącej wspornik wynosi h, a głębokość eksploatacji H.

W celu pełnego zobrazowania procesu uginania się warstwy stropowej w rozwiązaniu przedstawiono również równanie osi wspornika i jej przemieszczenie. Do rozwiązania wykorzystano równanie linii ugięcia osi belki na sprężystym podłożu, w którym uwzględnia się wpływ na krzywiznę osi belki zarówno momentu zginającego, jak i siły ścinającej. Model jest w płaskim stanie odkształcenia.

4. Równanie linii ugięcia osi belki stropowej w części nad złożem

Równanie ruchu ma postać

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + \frac{El}{\rho F}\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} - \frac{2I(1+\nu)\cdot k\cdot b\cdot c}{\rho F^2}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + \\ + \frac{b\cdot c}{\rho F} w(x,t) = \frac{b\cdot p_z(x,t)}{\rho F} \tag{1}$$

gdzie:

$w(x,t)$ — funkcja ugięcia osi belki stropowej,
l — długość wspornika,
El — sztywność zginania,
I — moment bezwładności przekroju na zginanie,
F — pole przekroju poprzecznego jednostkowego odcinka belki, $F = bh$,
ρ — gęstość masy górotworu,
H — głębokość eksploatacji,
ν — współczynnik odkształcalności poprzecznej (współczynnik Poissona),
$p_z(x, t)$ — obciążenie dynamiczne belki,
p_{z0} — składowa pionowa tensora ciśnienia pierwotnego, $p_{z0} = p_z(x, 0)$,
k — współczynnik kształtu przekroju prostokątnego, $k = 1{,}2$ [2],
c — współczynnik oporu właściwego pokładu,
b — szerokość modelu ($b = 1$ m),
t — czas.

Równanie (1) jest równaniem różniczkowym czwartego stopnia, które rozwiązano metodą Fouriera, polegającą na rozdzieleniu funkcji zmiennych geometrycznych i czasu.

Rozwiązania równania (1) poszukujemy w formie

$$w(x,t) = y(x)\cdot T(t) \tag{2}$$

Po zróżniczkowaniu funkcji (2) i podstawieniu do równania (1) otrzymujemy

$$y(x)\cdot \ddot{T}(t) + T(t)\left[\frac{E\cdot I}{\rho\cdot F} y^{IV}(x) - \frac{2kbc\cdot I\cdot(1+\nu)}{\rho\cdot F^2} y^{II}(x) + \frac{bc}{\rho\cdot F} y(x)\right] = 0 \tag{3}$$

Równanie (3) po przekształceniach ma postać

$$\frac{-\ddot{T}(t)}{T(t)} = \frac{1}{y(x)}\cdot\left[\frac{E\cdot I}{\rho\cdot F} y^{IV}(x) - \frac{2kbc\cdot I\cdot(1+\nu)}{\rho\cdot F^2} y^{II}(x) + \frac{bc}{\rho\cdot F} y(x)\right] = \omega^2 \tag{4}$$

gdzie ω – jest stałą.

Po separacji funkcji czasu i przemieszczenia układ równań przedstawia się następująco

$$\ddot{T}(t)+\omega^2 T(t)=0 \tag{5}$$

$$\frac{E\cdot I}{\rho\cdot F}\,y^{IV}(x)-\frac{2kbc\cdot I\cdot(1+\nu)}{\rho\cdot F^2}\,y^{II}(x)+\left(\frac{bc}{\rho\cdot F}-\omega^2\right)y(x)=0 \tag{6}$$

Rozwiązaniem równania (5) jest funkcja

$$T(t)=A_1\cos(\omega\cdot t)+A_2\sin(\omega\cdot t) \tag{7}$$

gdzie:

A_1 i A_2 — stałe całkowania,

t — czas.

Korzystając nadal z tej samej techniki rozwiązywania, wyznaczono równanie charakterystyczne dla (6)

$$r^4-2\cdot\alpha^2\cdot r^2+\beta^4=0 \tag{8}$$

gdzie:

$$\alpha^2=\frac{kbc\cdot(1+\nu)}{E\cdot F}\qquad \beta^4=\frac{bc-\rho F\cdot\omega^2}{E\cdot I} \tag{9}$$

Równanie (8) jest równaniem dwukwadratowym. Po wprowadzeniu nowej zmiennej i podstawieniu

$$u=r^2$$

równanie sprowadza się do postaci równania kwadratowego

$$u^2-2\cdot\alpha^2\cdot u+\beta^4=0 \tag{10}$$

dla którego wyróżnik równania

$$\Delta=4(\alpha^4-\beta^4)$$

Wyróżnik Δ może przyjmować wartość dodatnią, równą zero lub ujemną, co rzutuje na charakter pierwiastków równania. Do rozwiązania modelu przyjęto wariant z ujemną wartością Δ.

W takim przypadku rozwiązaniem są dwie pary sprzężonych pierwiastków zespolonych

$$r_{1,2} = \pm \frac{\beta}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{1+\psi} - i\sqrt{1-\psi}\right) = \pm\lambda \mp i\cdot\gamma$$
$$r_{3,4} = \pm \frac{\beta}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{1+\psi} + i\sqrt{1-\psi}\right) = \pm\lambda \pm i\cdot\gamma \tag{11}$$

gdzie:

$$\psi = \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{kbc\cdot(1+\nu)\cdot I}{F\sqrt{EI(bc-\omega^2\rho F)}}$$

$$\lambda = \frac{\beta}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\psi} \quad \left[\frac{1}{\mathrm{m}}\right] \qquad\qquad \gamma = \frac{\beta}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\psi} \quad \left[\frac{1}{\mathrm{m}}\right]$$

Uwzględniając powyższe, funkcja linii ugięcia stropu zależna tylko od współrzędnej położenia ma postać

$$y(x) = e^{-\lambda\cdot x}\cdot(D_1\cdot\cos(\gamma x) + D_2\cdot\sin(\gamma x)) \tag{12}$$

gdzie: D_1 i D_2 – stałe całkowania wyznaczane z warunków brzegowych.

Warunki brzegowe przyjęto w początku układu współrzędnych, czyli nad frontem ścianowym

1) dla $x = 0$ wielkość momentu zginającego wynosi $M_g(0) = \dfrac{p_z\cdot b\cdot l^2}{2}$
2) dla $x = 0$ wielkość siły ścinającej wynosi $T(0) = p_z\cdot b\cdot l$

Po podstawieniu do równań drugiej i trzeciej pochodnej funkcji obniżenia, opisujących moment zginający i siłę ścinającą, warunków brzegowych wyznaczono stałe D_1 i D_2

$$D_2 = D_1\,\frac{\lambda^2 - \gamma^2 + \frac{l}{2}\lambda^3 - \frac{3}{2}\lambda\gamma^2 l}{2\lambda\gamma - \frac{l}{2}\gamma^3 + \frac{3}{2}l\lambda^2\gamma} \tag{13}$$

Po pomnożeniu przez A2

$$A_2 D_2 = A_2 D_1\,\frac{\lambda^2 - \gamma^2 + \frac{l}{2}\lambda^3 - \frac{3}{2}\lambda\gamma^2 l}{2\lambda\gamma - \frac{l}{2}\gamma^3 + \frac{3}{2}l\lambda^2\gamma} \tag{14}$$

Dalsze podstawienia redukują liczbę stałych

$$A_2 D_1 = C_1$$
$$A_2 D_2 = C_2 \tag{15}$$

$$w(x,t) = [C_1 \sin(\omega t)\cos(\gamma x) + C_2 \sin(\omega t)\sin(\gamma x)] \cdot e^{-\lambda x} \tag{16}$$

Porównując odpowiednie wielkości z równań drugiej i trzeciej pochodnej funkcji ugięcia, wyznaczono stałe

$$A_1 = 0 \qquad C_1 = f(\lambda,\gamma,l) \qquad C_2 = f(\lambda,\gamma,l) \tag{17}$$

Stałe całkowania A_1 i A_2 dla funkcji (7) wyznaczono z warunków początkowych. Z praktyki wiadomo, że dynamiczny proces wyzwalania energii sprężystej jest zjawiskiem o bardzo krótkim czasie przebiegu. Szacuje się [1], że czas trwania procesu wynosi od 0,3 s do 0,48 s. Drugi z dynamicznych parametrów – prędkość wyrzutu oderwanej masy skalnej – zmienia się w większym przedziale czasu. Na podstawie badań parametrów dynamicznych w czasie strzelania materiałem wybuchowym w kopalniach stwierdzono, że prędkość ta może wynosić od kilku dziesiątych m/s do kilku m/s (w konkretnych badaniach [1] v = 0,33 m/s i v = 2,9 m/s). Poza tym istotną rolę w procesie wyrzutu skały odgrywa prędkość inicjacji zjawiska, czyli prędkość początkowa. Przedział wartości to kilka setnych m/s (w konkretnym przykładzie [1] to v_0 = 0,0108 m/s). Na podstawie powyższego przyjęto następujące warunki początkowe:

1) dla czasu $t_0 = 0$ prędkość początkowa wyrzutu skały wynosi v_0,
2) dla czasu t_1 prędkość wynosi v_1.

Podstawiając do równań otrzymamy:

$$v(t_0) = v_0$$

$$v(t_1) = \frac{dT(t)}{dt} = -A_1 \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t_1) + A_2 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t_1)$$

$$v(t_1) = v_1$$

$$v_0 = 0{,}0108 \text{ m/s}$$

$$v_1 = 0{,}33 \text{ m/s} - 2{,}9 \text{ m/s}$$

W celu uzyskania możliwości przeprowadzenia analizy ugięcia belki stropowej na całej długości do rozwiązania dołączono równanie linii osi wspornika [4]

$$y^{ws}(x) = \frac{p_z}{E \cdot I} \cdot \left(\frac{x^4}{24} + K_1 \frac{x^3}{6} + K_2 \frac{x^2}{2} + K_3 x + K_4 \right)$$

gdzie: K_1, K_2, K_3, K_4 – stałe całkowania.

Na podstawie rozwiązania [18] wyznaczono następujące wielkości stałych

$$K_1 = \frac{L_1 \cdot \lambda(3\gamma^2 - \lambda^2) + L_2 \cdot \gamma(3\lambda^2 - \gamma^2)}{p_z \cdot b} EI$$

$$K_2 = \frac{EI}{p_z \cdot b}[L_1(\lambda^2 - \gamma^2) - 2\lambda \cdot \gamma \cdot L_2]$$

$$K_3 = \frac{EI}{p_z \cdot b}(L_2 \cdot \gamma - L_1 \cdot \lambda)$$

$$K_4 = \frac{EI}{p_z \cdot b} L_1$$

Na rysunku 2 pokazano odcinek połączonych linii osi belki nad złożem i osi wspornika.

5. Równanie linii ugięcia osi belki stropowej

Po wyznaczeniu funkcji cząstkowych $y = f(x)$ i $T = f(t)$, skonstruowano funkcję ugięcia całkowitego osi belki stropowej w części nad złożem dla $x \geq 0$

$$\begin{aligned} &w(x,t) = y(x) \cdot T(t) \\ &w(x,t) = e^{-\lambda \cdot x}[D_1 \cdot \cos(\gamma \cdot x) + D_2 \cdot \sin(\gamma \cdot x)] \cdot [A_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + A_2 \cdot \sin(\omega \cdot t)] \end{aligned} \tag{18}$$

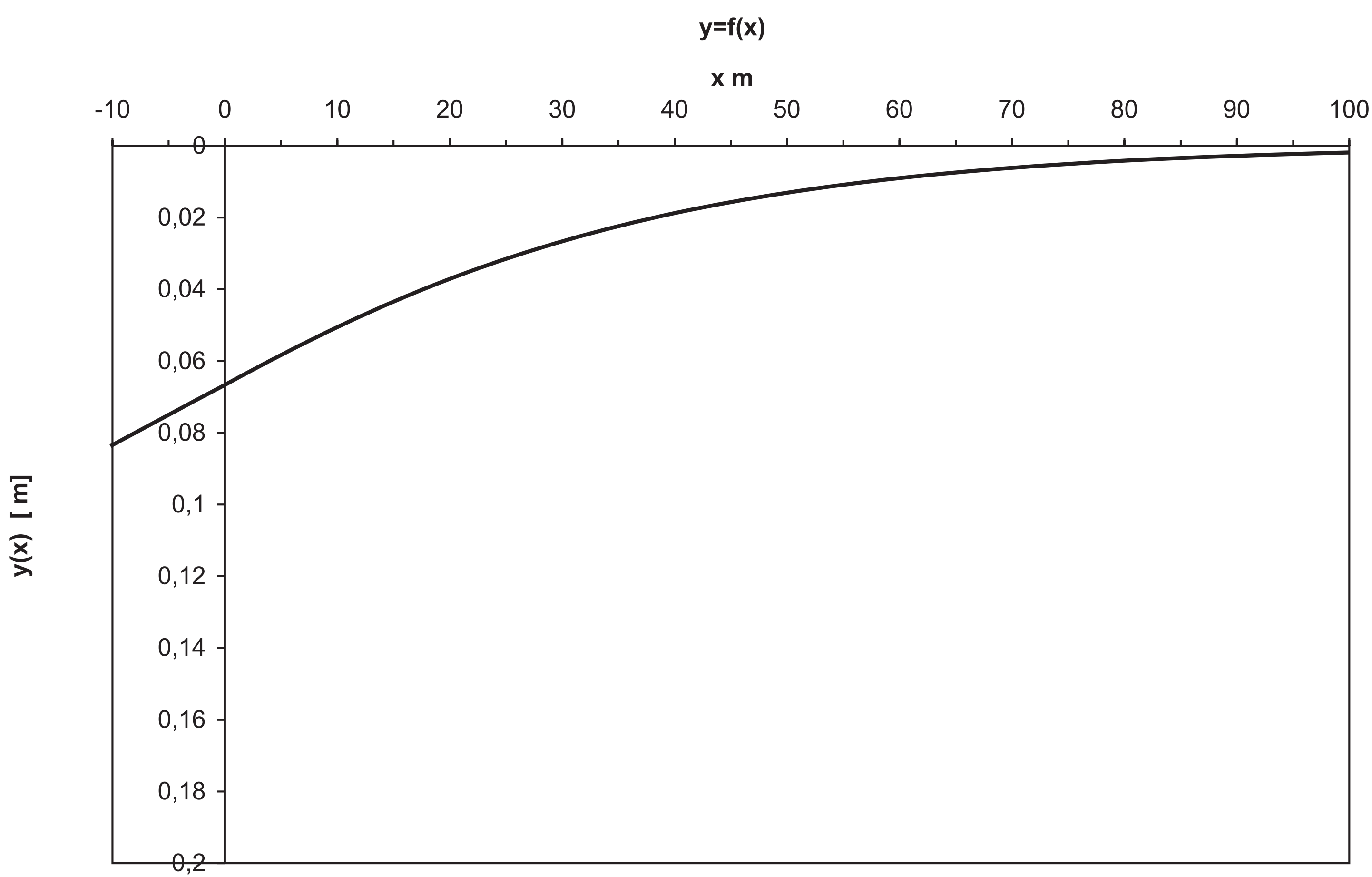
6. Dane obliczeniowe

Przyjęto następujące wartości parametrów obliczeniowych:

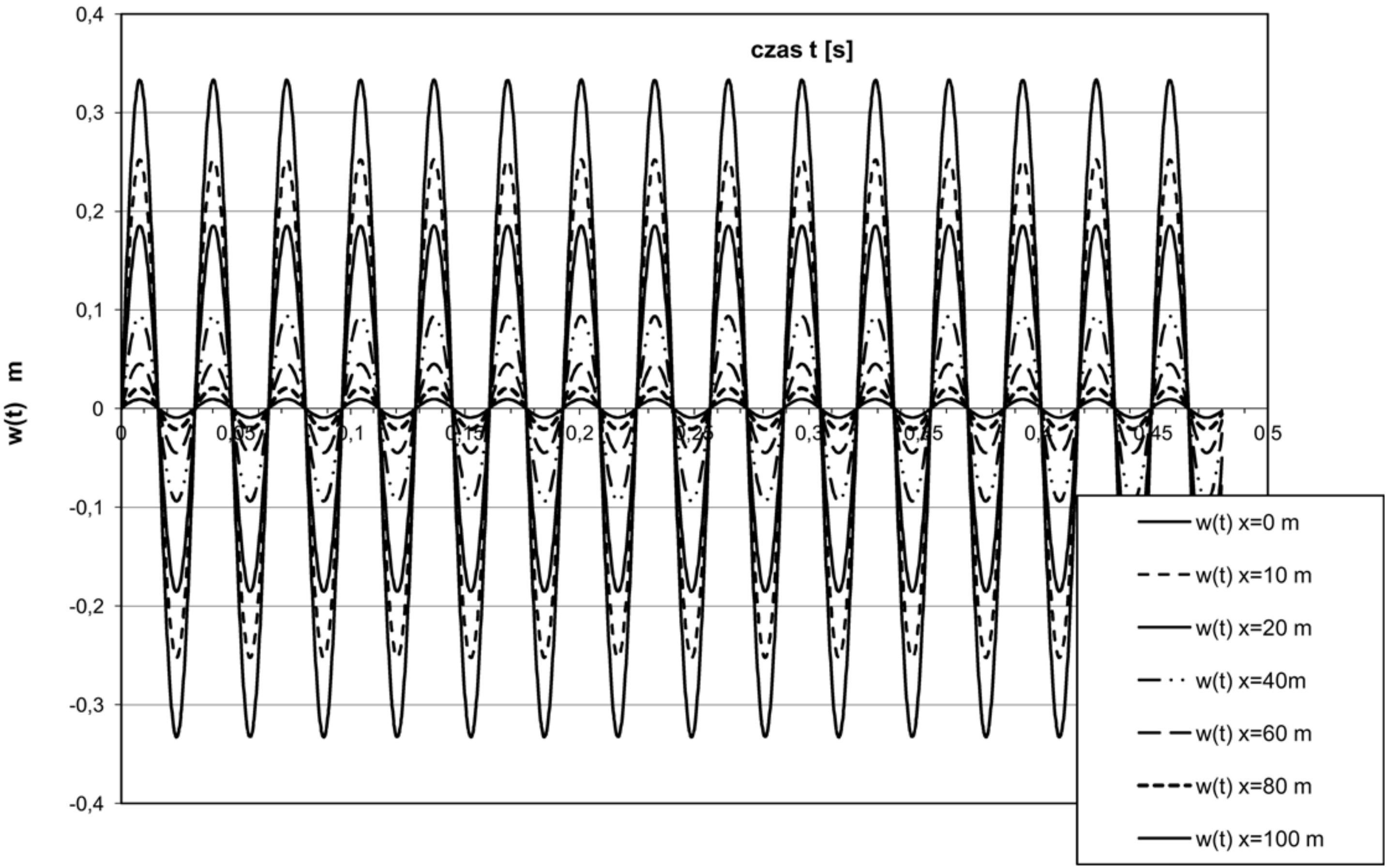
— głębokość eksploatacji	H = 1000 m,
— średni ciężar objętościowy nadkładu	γ = 0,025 MN/m^3,
— miąższość złoża	m = 2,5 m,
— gęstość masy górotworu	ρ = 2500 kg/m^3,
— grubość warstwy stropu bezpośredniego	h = 12 m,
— współczynnik odkształcalności podłużnej stropu	E = 20 GPa,
— moment bezwładności przekroju belki na zginanie	I = bh^3/12,
— grubość tarczy modelowej	b = 1 m,
— współczynnik kształtu przekroju prostokątnego	k = 1,2,
— długość wspornika	l = 10 m.

7. Obliczenia

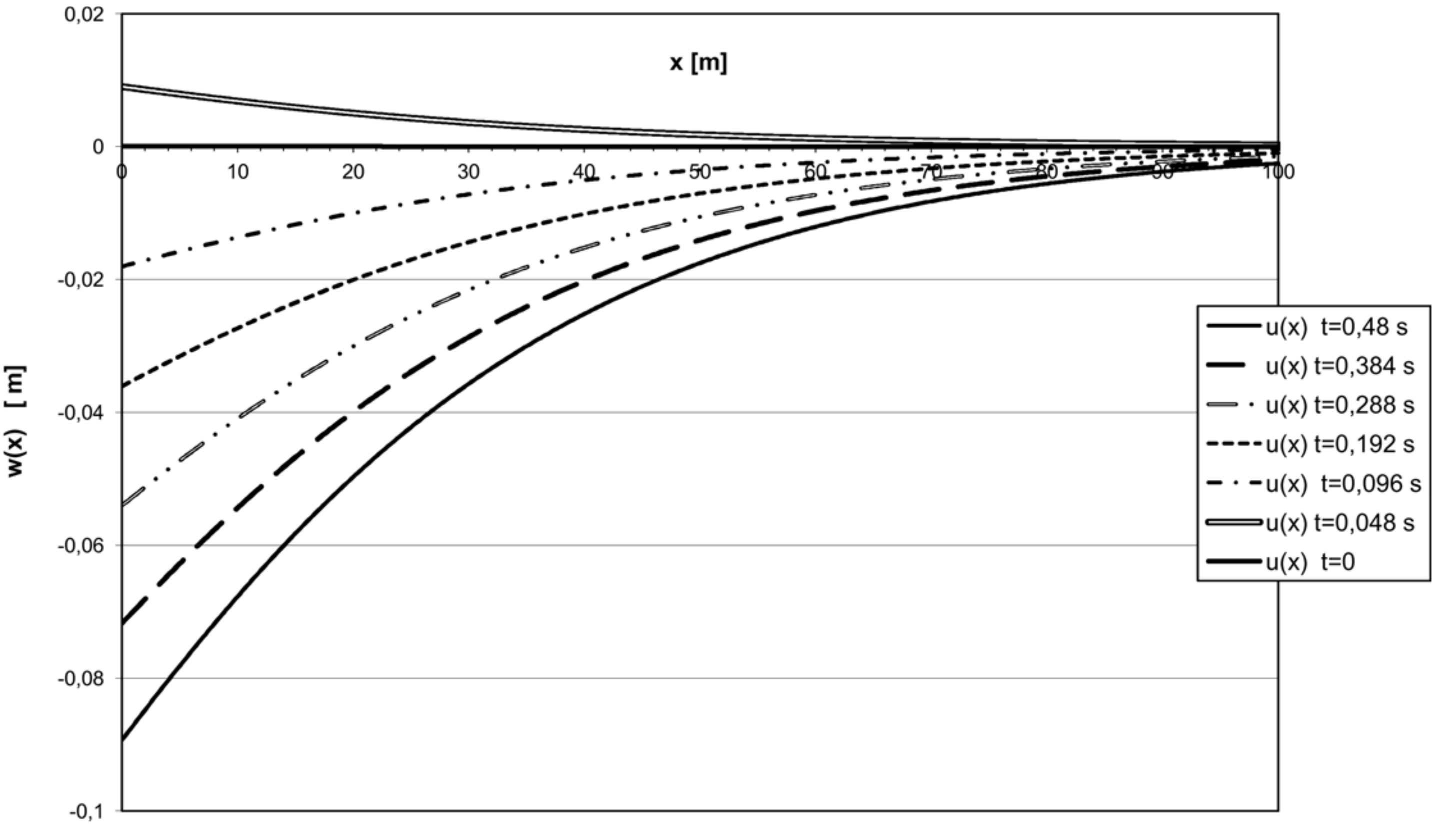
Aby był spełniony przyjęty wcześniej warunek ujemnej wartości wyróżnika, parametr nie może przekroczyć wartości ω = 195,78 s^{-1}. Przyjęto przedział wartości parametru od zera do wartości maksymalnej z podziałem na 500 punktów. Współrzędna x zawierała się w granicach od 0 do 100 m. Na rysunku 3 pokazano rozkłady funkcji obniżenia w w zależności od czasu przy wartości współrzędnej od x = 0 do x = 100 m. Rysunek 4 przedstawia rozkłady funkcji obniżenia w zależności od współrzędnej x, przy założonych przedziałach czasu w granicach od t = 0 s do t = 0,48 s.



Rys. 2. Oś odkształconej belki stropowej w części nad złożem i zrobami



Rys. 3. Rozkład funkcji ugięcia osi belki stropu bezpośredniego w czasie



Rys. 4. Rozkład funkcji ugięcia osi belki stropu bezpośredniego z odległością

8. Podsumowanie i analiza wyników

W artykule przedstawiono model opisujący sytuację technologiczną eksploatacji złoża typu pokładowego systemem ścianowym na zawał.

Model zawiera w sobie składnik pozwalający symulować zachowanie dynamiczne związane z ruchem drgającym konstrukcji belki.

Na tym etapie obliczeń można sformułować wstępne wnioski dotyczące zachowania się modelu. Na rysunku 2 przedstawiono zmiany wartości amplitudy drgań modelu w miarę wzrostu odległości od czoła ściany. Maksimum o wartości 0,3332 m funkcja obniżenia osiąga w punkcie o współrzędnej $x = 0$ po czasie $t = 0{,}008 + \mathrm{i}\ 0{,}032$ [s], gdzie $i = 0 \div 15$. Na rysunku 3 przedstawiono rozkład funkcji ugięcia osi belki stropu bezpośredniego z odległością. Maksymalne ugięcie wynosi około 9 cm i maleje z odległością według krzywej wykładniczej. W odległości około 30 m od czoła ściany obniżenia osiągają poziom 50% wartości maksymalnej. Można zauważyć regularny przyrost obniżeń belki w miarę upływu czasu. Dla czasów: $t_1 = 0{,}192$ s, $t_2 = 0{,}288$ s, $t_3 = 0{,}384$ s i $t_4 = 0{,}48$ s przyrost wynosi około 18 mm.

W dalszym ciągu realizacji projektu autorzy mają zamiar kontynuować prace, wykorzystując dostępne wyniki laboratoryjnych badań własności ośrodka skalnego.

LITERATURA

[1] *Kidybiński A.:* Dynamiczne obciążenie obudowy chodnikowej w czasie tąpań. Górnictwo 1986 (kwartalnik), z. 2

[2] *Kłeczek Z.:* Geomechanika górnicza. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice, 1994

[3] *Ozog T.:* Ugięcie stropu przy uwzględnieniu sił ścinających, AGH 1964 (praca doktorska)

[4] *Wosz R.:* Ugięcie stropu bezpośredniego i zasadniczego przy eksploatacji złoża systemem komorowo-filarowym z ugięciem stropu – równanie linii ugięcia wspornika stropu zasadniczego, Górnictwo i Geoinżynieria (kwartalnik AGH) 2003, z. 2