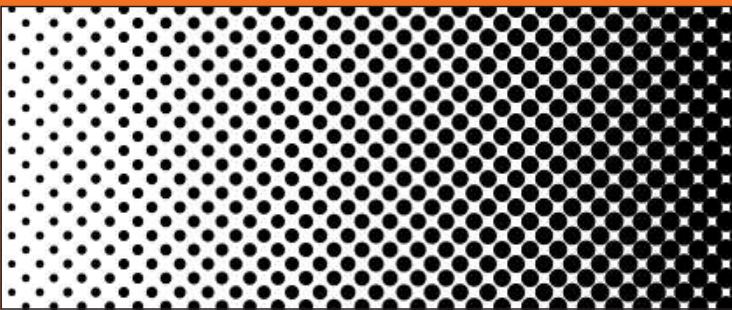


# ROZPRAWY MONOGRAFIE



314

BEATA HADAŁA

Walidacja modeli i identyfikacja  
warunku brzegowego wymiany ciepła  
przy chłodzeniu natryskowym stali



WYDAWNICTWA AGH

KRAKÓW 2016

Rozprawy  
Monografie **314**

# **314** DISSERTATIONS MONOGRAPHS

**BEATA HADAŁA**

Validation of the boundary condition models  
and boundary condition identification  
for water spray cooling of steel



AGH UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

KRAKOW 2016

ROZPRAWY  
MONOGRAFIE **314**

**BEATA HADAŁA**

Walidacja modeli i identyfikacja  
warunku brzegowego wymiany ciepła  
przy chłodzeniu natryskowym stali



WYDAWNICTWA AGH

KRAKÓW 2016

Wydawnictwa Akademii Górnictwo-Hutniczej  
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Redaktor Naczelny Wydawnictw AGH: *Jan Sas*

Komitet Naukowy Wydawnictw AGH:

*Zbigniew Kąkol* (przewodniczący)

*Marek Cała*

*Borys Mikułowski*

*Tadeusz Sawik*

*Mariusz Ziółko*

Recenzenci: *prof. dr hab. inż. Zbigniew Malinowski*

*prof. dr hab. inż. Henryk Radomiak*

*dr hab. Danuta Szeliga*

Afiliacje autora:

AGH Akademia Górnictwo-Hutnicza

Redakcja: *Małgorzata Koch*

© Wydawnictwa AGH, Kraków 2016

ISSN 0867-6631

ISBN 978-83-7464-836-3

Skład komputerowy: „Andre”

---

Wydawnictwa AGH

al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków

tel. 12 617 32 28, tel./faks 12 636 40 38

e-mail: [redakcja@wydawnictwoagh.pl](mailto:redakcja@wydawnictwoagh.pl)

<http://www.wydawnictwa.agh.edu.pl>

---

# Spis treści

<b>Streszczenie .....</b>	7
<b>Summary .....</b>	9
<b>Wykaz ważniejszych oznaczeń .....</b>	11
<b>1. Wstęp .....</b>	13
<b>2. Przejmowanie ciepła w procesach chłodzenia natryskowego metali .....</b>	15
2.1. Charakterystyka procesu przejmowania ciepła przy wrzeniu .....	16
2.2. Modele warunku brzegowego dla chłodzenia metali natryskiem wodnym .....	22
<b>3. Model przewodzenia ciepła w płycie wykorzystany do walidacji warunku brzegowego .....</b>	34
3.1. Ocena dokładności zastosowanego modelu numerycznego przewodzenia ciepła w płycie .....	38
<b>4. Badania eksperymentalne chłodzenia płyt natryskiem wodnym .....</b>	44
<b>5. Rozwiązywanie odwrotne zagadnienia przewodzenia ciepła w płycie .....</b>	48
5.1. Ocena niepewności rozwiązania odwrotnego .....	51
<b>6. Zastosowanie bilansu ciepła powierzchni do walidacji warunku brzegowego .....</b>	56
<b>7. Identyfikacja współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła dla płyt chłodzonych natryskiem wodnym .....</b>	59
<b>8. Walidacja modeli warunku brzegowego dla chłodzenia natryskowego .....</b>	69
8.1. Określenie zakresu wrzenia błonkowego .....	71
8.2. Analiza przebiegów zmian temperatury .....	75
8.3. Analiza różnicy temperatury dla wybranych faz chłodzenia .....	84
8.3.1. Zakres wrzenia błonkowego .....	85

8.3.2. Zakres całkowitego czasu chłodzenia .....	89
8.3.3. Zakres stosowalności modelu warunku brzegowego .....	91
8.4. Walidacja na podstawie bilansu ciepła powierzchni .....	92
8.5. Walidacja na podstawie ciepła odebranego z powierzchni chłodzonej dla wybranych faz chłodzenia .....	94
8.5.1. Wrzenie błonkowe .....	94
8.5.2. Cały zakres chłodzenia .....	96
8.6. Walidacja na podstawie rozkładu współczynnika wymiany ciepła .....	97
<b>9. Analiza wpływu gęstości strumienia wody na współczynnik wymiany ciepła .....</b>	<b>104</b>
<b>10. Model własny warunku brzegowego chłodzenia płyty natryskiem wodnym .....</b>	<b>110</b>
<b>11. Implementacja opracowanego warunku brzegowego do modelowania chłodzenia pasma w linii ciągłego odlewania stali .....</b>	<b>115</b>
11.1. Symulacja pola temperatury pasma dla średniego współczynnika wymiany ciepła .....	117
11.2. Symulacja pola temperatury pasma dla modelu własnego .....	121
<b>12. Podsumowanie .....</b>	<b>127</b>
<b>Literatura .....</b>	<b>131</b>

BEATA HADAŁA

## **Walidacja modeli i identyfikacja warunku brzegowego wymiany ciepła przy chłodzeniu natryskowym stali**

### **Streszczenie**

Określenie warunków brzegowych wymiany ciepła jest niezbędne do uzyskania jednoznacznego rozwiązania równania przewodzenia ciepła pozwalającego na wyznaczenie pola temperatury w badanym ośrodku. Warunki brzegowe na powierzchni ciała stałego mogą być określone kilkoma sposobami. Największe zastosowanie praktyczne mają warunki brzegowe drugiego i trzeciego rodzaju. Warunki brzegowe drugiego rodzaju określone są przez rozkład gęstości strumienia ciepła na powierzchni brzegowej. Warunki brzegowe trzeciego rodzaju zakładają podanie łatwo mieralnej temperatury chłodzącego płynu oraz trudnego do wyznaczenia współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej. Zaproponowane w literaturze empiryczne zależności, określające warunki brzegowe na powierzchni chłodzonej natrykiem wodnym, najczęściej definiowane są w postaci całkowitego współczynnika wymiany ciepła. Dostępne równania określają jego wartość jako funkcję temperatury chłodzonej powierzchni lub uzałeżniają go od parametrów wypływu cieczy z dyszy.

W pracy poddano analizie poprawność wybranych modeli warunku brzegowego, w celu wytypowania wzorów umożliwiających otrzymanie jak najlepszego odwzorowania pola temperatury chłodzonej płyty. Wybrane warunki brzegowe zostały zaimplementowane do programu wyliczającego zmiany temperatury płyty, na podstawie rozwiązania równania Fouriera–Kirchhoffa metodą elementów skończonych. Wyniki obliczeń numerycznych pozwoliły na wyznaczenie temperatury w wybranych punktach oraz określenie ilości energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej. Otrzymane wyniki zostały porównane z rzeczywistymi pomiarami zmiany temperatury płyt podczas chłodzenia natryskowego. Ocenę poprawności modeli warunku brzegowego przeprowadzono również przez porównanie ilości energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej, uzyskanej w wyniku obliczeń numerycznych, z ilością energii wyznaczoną z bilansu ciepła, uzyskanego z rozwiązania odwrotnego. Analiza wyników wykazała, że uśrednione wartości współczynnika wymiany ciepła pozwalają na otrzymanie jedynie przybliżonych zmian temperatury chłodzonej powierzchni. Najbardziej dokładne warunki brzegowe są określone przez lokalną wartość współczynnika wymiany ciepła, uzałeżnioną od lokalnej temperatury powierzchni.

W Katedrze Techniki Cieplnej i Ochrony Środowiska Akademii Górniczo-Hutniczej, od lat 90. XX wieku prowadzone są prace w zakresie wyznaczania średniej wartości współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej [18–34].

W pracach [54, 88, 90–92] oraz niniejszej monografii powyższe badania zostały rozszerzone o rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej. Na podstawie wyników lokalnych zmian współczynnika wymiany ciepła, otrzymanych z rozwiązania odwrotnego, zbudowano model warunku brzegowego dla chłodzenia płyty natryskiem wodno-powietrznym. Model ten uwzględnia wpływ takich czynników, jak: ciśnienie, temperatura powierzchni chłodzonej oraz odległość punktu materialnego od osi dyszy, na wartość całkowitego współczynnika wymiany ciepła. Podano przykład zastosowania nowego modelu warunku brzegowego do precyzyjnych obliczeń zmian temperatury w strefie chłodzenia wtórnego pasma w procesie ciągłego odlewania stali. Wykazano, że lokalny warunek brzegowy pozwala na uzyskanie pola temperatury istotnie różniącego się od wyniku uzyskanego przy zastosowaniu średniego współczynnika wymiany ciepła.

W pracy zamieszczono wyniki obliczeń dotyczące walidacji i identyfikacji warunków brzegowych. Obliczenia te zostały wykonane z wykorzystaniem wyników pomiarów temperatury i kodów źródłowych, których pierwotna wersja została opracowana w projekcie badawczo-rozwojowym nr NR15 0020 10 pt.: *Opracowanie metody i oprogramowania do wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła w procesach chłodzenia metali za pomocą płynów*.

BEATA HADALĀ

## **Validation of the boundary condition models and boundary condition identification for water spray cooling of steel**

### **Summary**

Determination of heat transfer boundary condition is essential for correct solution of heat conduction equation in a solid body. The temperature distribution inside the solid body can be determined if the boundary conditions are known. The boundary condition at solid body surface can be specified in various ways. The most important in practice are specified heat flux or combined radiation and convection boundary condition. In case of specified heat flux boundary condition the heat flux distribution over the solid body surface has to be defined. In case of combined convection and radiation boundary condition effective heat transfer coefficient distribution over the solid body surface and the surrounding medium temperature have to be specified. The surrounding medium temperature is relatively simple to determine but the effective heat transfer coefficient determination encounters serious difficulties especially for water cooling of hot solid bodies. For practical reasons the heat transfer boundary condition for simulations of water spray cooling of hot solid bodies are specified in a form of the effective heat transfer coefficient. The known from literature boundary condition are formulated as functions of temperature of a cooled object surface or in a form of equations which take into consideration the fluid flow parameters.

The work is focused on analysis of the selected from the literature models of the heat transfer boundary condition for water spray cooling of metals. The main goal was to select the best boundary condition models for steel plate cooling. The selected boundary condition models have been implemented into the finite element code which has been used to solve the heat condition in the cooled plate. It has made possible determining the plate temperature variation in selected points inside the cooled plate as well as the heat flux distribution over the cooled surface. The computed temperature variations have been compared with the measured temperatures during water spray cooling of steel plates. Validation of boundary condition models has also been performed by comparing the total energy transferred from the cooled surface to the cooling water. The energy obtained from numerical solution for a particular boundary condition model has been compared to the energy determined from the inverse solution to the plate cooling. The inverse solutions have been obtained for measured temperatures during water spray cooling of steel plates. From the analysis, the conclusions can be draw that the boundary condition models which define average heat transfer coefficient over

the cooled surface have given only approximate solution to the plate cooling. The correct results of numerical simulations of the temperature field inside the plate cooled by water sprays can be obtained only for the boundary condition models which define local heat transfer coefficient as a function of a local plate surface temperature.

At the Department of Heat Engineering and Environment Protection, AGH University of Science and Technology from the nineties years of the 20th century works concerning the average heat transfer coefficient identification [18–34] have been conducted. In the present work and in the works [54, 88, 90–92] an attempt has been made to determine the heat transfer coefficient distribution over the cooled surface.

The inverse solutions to the plate cooling have allowed determining the local heat transfer coefficients variations in time. Based on the heat transfer coefficients determined from the inverse solutions a new boundary condition model for water spray cooling of steels has been proposed. The model defines the effective heat transfer coefficient as function of a local temperature of the cooled surface, the water spray pressure and the distance from water spray nozzle. The developed boundary condition model has been implemented into the finite element code for determining the strand temperature in the continuous casting line. It has been shown that the essential temperature variations of the strand temperature can be reviled if the local heat transfer coefficient is implemented in the finite element simulation to the strand temperature.

The results concerning validation and identification of the boundary conditions have been obtained using source codes of software which primary version has been developed under the project NR15 0020 10: *The method and software development for the heat transfer coefficient identification in processes of metal cooling with fluids*.

## Wykaz ważniejszych oznaczeń

- $B$  – wektor obciążenia cieplnego  
 $c$  – ciepło właściwe,  $J/(kg \cdot K)$   
 $C$  – macierz pojemności cieplnej  
 $d_{zgorz}$  – grubość zgorzeliny, m  
 $DE, DG$  – parametry  
 $D_k$  – średnica dyszy, m  
 $K$  – macierz przewodności cieplnej  
 $l$  – wymiar charakterystyczny, m  
 $m$  – liczba niewiadomych  
 $n$  – numer węzła  
 $NP$  – liczba czujników temperatury  
 $NT$  – liczba punktów pomiaru temperatury  
 $NX, NY$  – liczba elementów powierzchniowych  
 $p$  – ciśnienie, Pa  
 $q_e$  – całkowita gęstość strumienia ciepła,  $W/m^2$   
 $q_{kon}$  – gęstość strumienia ciepła w wyniku konwekcji,  $W/m^2$   
 $q_{rad}$  – gęstość strumienia ciepła w wyniku radiacji,  $W/m^2$   
 $\Delta Q_{odwr}$  – określona z rozwiązania odwrotnego ilość przejętego ciepła, J  
 $\Delta Q_{przew}$  – ciepło dostarczone w wyniku przewodzenia do powierzchni, J  
 $\Delta Q_{przej}$  – ciepło przejęte z powierzchni przez otoczenie w wyniku promienowania i konwekcji w czasie  $\Delta\tau$ , J  
 $\Delta Q_{wb}$  – błąd bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej, J  
 $q_v$  – gęstość wewnętrznego źródła ciepła,  $W/m^3$

- $r$  – odległość punktu materialnego od osi dyszy, m  
 Ra – liczba Rayleigha  
 $S$  – pole powierzchni,  $\text{m}^2$   
 $t$  – temperatura,  $^\circ\text{C}$   
 $t_a$  – temperatura otoczenia,  $^\circ\text{C}$   
 $t_p$  – temperatura chłodzonej powierzchni,  $^\circ\text{C}$   
 $t_w$  – temperatura wody,  $^\circ\text{C}$   
 $T$  – temperatura, K  
 $T_a$  – temperatura otoczenia, K  
 $T_k$  – temperatura komory chłodzącej, K  
 $T_p$  – temperatura chłodzonej powierzchni, K  
 $v_i$  – średnia prędkość ruchu pasma, m/s  
 $\dot{V}$  – natężenie przepływu wody,  $\text{dm}^3/\text{s}$   
 $\dot{V}_s$  – gęstość strumienia wody,  $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$   
 $\dot{V}_{s1}$  – gęstość strumienia wody,  $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{min})$   
 $w$  – prędkość kropel wody, m/s  
 $x_i$  – współrzędne kartezjańskie  
 $\alpha$  – współczynnik wymiany ciepła,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$   
 $\alpha_c, \alpha_e$  – całkowity współczynnik wymiany ciepła,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$   
 $\alpha_{kon}, \alpha_{kon1}$  – współczynnik wymiany ciepła przez konwekcję,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$   
 $\alpha_{rad}, \alpha_{rad1}$  – współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$   
 $\varepsilon$  – emisyjność powierzchni  
 $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  – współrzędne naturalne elementu sześciennego  
 $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$   
 $\rho$  – gęstość,  $\text{kg}/\text{m}^3$   
 $\tau$  – czas, s  
 $\Delta\tau$  – przyrost czasu, s  
 $\varphi$  – współczynnik korygujący

# 1. Wstęp

Systemy odprowadzania ciepła z powierzchni za pomocą płynu są coraz częściej wykorzystywane przy chłodzeniu układów elektronicznych, urządzeń laserowych oraz w przemyśle energetycznym [135]. Chłodzenie tego typu jest także szeroko wykorzystywane w przemyśle metalurgicznym do szybkiego chłodzenia metali z bardzo wysokich temperatur, osiągających  $1200^{\circ}\text{C}$ , np. w ciągłym odlewaniu stali lub w procesach obróbki cieplnej metali i ich stopów [130]. Metoda ta pozwala na osiągnięcie wysokich wartości współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonego przedmiotu i utrzymanie wymaganej temperatury chłodzonej powierzchni. Jest to bardzo istotne w procesach produkcyjnych, ponieważ pozwala zwiększyć jakość produktów i optymalizować wydajność produkcji.

Proces chłodzenia płynem można realizować kilkoma sposobami [75], wśród których chłodzenie laminarne i chłodzenie natryskowe mają wzrastający udział w przemyśle [120]. Stosowanie tych metod pozwala na chłodzenie w szerokim zakresie szybkości przejmowania ciepła w zależności od typu dyszy i parametrów przepływu płynu. Systemy te odgrywają dużą rolę w kształtowaniu prawidłowej mikrostruktury i otrzymywaniu wymaganych właściwości mechanicznych wyrobów odlewanych, kutych lub walcowanych na gorąco [82]. Odpowiednia prędkość chłodzenia jest osiągana dzięki regulacji szybkości przepływu i ciśnienia wody, co skutkuje bardzo zróżnicowanym przejmowaniem ciepła z powierzchni chłodzonego metalu.

Symulacje numeryczne umożliwiają wyznaczenie odpowiedniej szybkości chłodzenia materiału niskim kosztem, w przypadku gdy znane są warunki brzegowe na powierzchni chłodzonego materiału [138]. Znacząca poprawę otrzymanych wyników uzyskuje się przez zastosowanie warunku brzegowego w postaci rozkładu współczynnika wymiany ciepła [41]. Istnieją metody pomiaru miejscowego współczynnika wymiany ciepła, takie jak metoda wymiany masy albo metoda wykorzystująca ciekłe kryształy do pomiaru temperatury powierzchni. Jednakże metody te nie mogą być stosowane w przypadku procesów wysokotemperaturowych. Inna grupa metod powszechnie używanych do określenia współczynnika wymiany ciepła podczas chłodzenia wodą opiera się na rozwiązaniach zagadnienia odwrotnego równania przewodzenia ciepła. W tym przypadku współczynnik wymiany ciepła na powierzchni chłodzonego materiału jest

określony z minimalizacji funkcji celu, która definiuje różnice pomiędzy zmierzonymi a obliczonymi wartościami temperatury.

Jedno z pierwszych rozwiązań odwrotnych do określenia strumienia ciepła na chłodzonej powierzchni, wykorzystujące pomiar temperatury w chłodzonym obiekcie, zostało podane przez Becka [6]. W metodzie tej wykorzystuje się jednowymiarowe rozwiązanie równania przewodzenia ciepła w płycie za pomocą różnic skończonych, gdzie właściwości termofizyczne zależą od temperatury. W każdym pojedynczym kroku może być określona jedna wartość strumienia ciepła. Aby uzyskać stabilność rozwiązania, wymagane jest przyjęcie określonego rozkładu strumienia ciepła w założonym przedziale czasu.

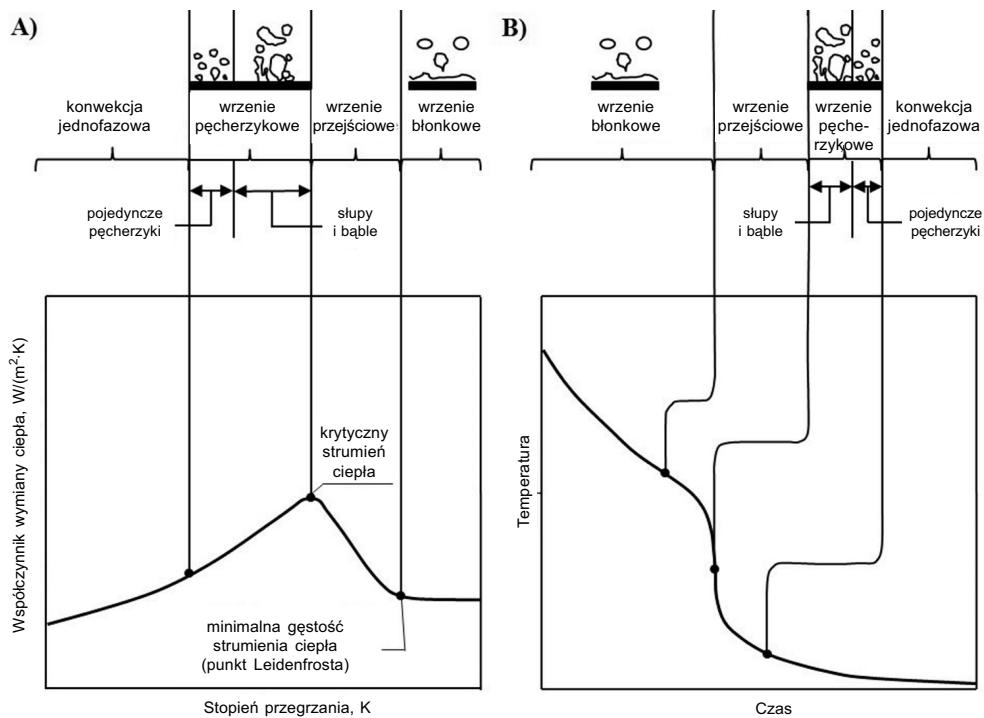
Rozwiązania odwrotne zagadnienia jednowymiarowego przewodzenia ciepła zostały przedstawione między innymi w pracach [8, 38, 143], w których uzyskano średnie wartości strumienia ciepła przy użyciu metody Becka. Jednakże przy chłodzeniu materiałów o znaczących wymiarach, przewodzenia ciepła nie można uprościć do jednowymiarowego zagadnienia, ze względu na zmianę temperatury we wszystkich kierunkach. Obliczenia numeryczne oparte na rozwiązaniu odwrotnym dla dwuwymiarowego przewodzenia ciepła podczas hartowania wodą zostały przedstawione w pracy [74]. Rosnące wymagania w zakresie projektowania zaawansowanych systemów chłodzenia [1] i modelowanie procesów rozwoju mikrostruktury [82] wymagają podania miejscowego współczynnika wymiany ciepła. W tym przypadku określenie zmian współczynnika wymiany ciepła w czasie na chłodzonej powierzchni wymaga zastosowania rozwiązań odwrotnych z użyciem trójwymiarowego modelu przewodzenia ciepła (3D).

W literaturze światowej opisano stosunkowo niewiele badań przeprowadzonych w celu oszacowania rozkładu miejscowego współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej, w zakresie wysokich temperatur, z udziałem wrzenia powierzchniowego. Znane rozwiązania zostały uzyskane dla odczytów temperatury, które zostały określone na podstawie symulacji komputerowych [65, 153], nieodzwierciedlających zjawisk obserwowanych podczas chłodzenia.

W pracy poddano ocenie wybrane z literatury modele warunku brzegowego. Analizę modeli warunku brzegowego wykonano na podstawie ilości przejętego ciepła z powierzchni chłodzonej natryskiem, zmiany temperatury w czasie chłodzenia oraz rozkładów współczynnika wymiany ciepła. Ocenę modeli wykonano na podstawie danych uzyskanych z rozwiązań odwrotnych dla płyt wykonanych z trzech materiałów różniących się przewodnością cieplną. Płyty były chłodzone dyszą natryskową o różnych ciśnieniach wody zasilającej. Na podstawie uzyskanych lokalnych wartości współczynnika wymiany ciepła zbudowano model lokalnego warunku brzegowego dla chłodzenia natryskowego stali, we wszystkich zakresach wrzenia.

## 2. Przejmowanie ciepła w procesach chłodzenia natryskowego metali

Przejmowanie ciepła z gorącej powierzchni w czasie chłodzenia natryskiem wodnym jest zbliżone do wymiany ciepła podczas wrzenia na powierzchni zanurzonej w cieczy [8]. Jednakże wartości gęstości strumienia ciepła w przypadku intensywnego chłodzenia powierzchni natryskiem wodnym są znacznie wyższe. Zależność współczynnika przejmowania ciepła od stopnia przegrzania przy wrzeniu wody przedstawiono na krzywej wrzenia (rys. 2.1A).



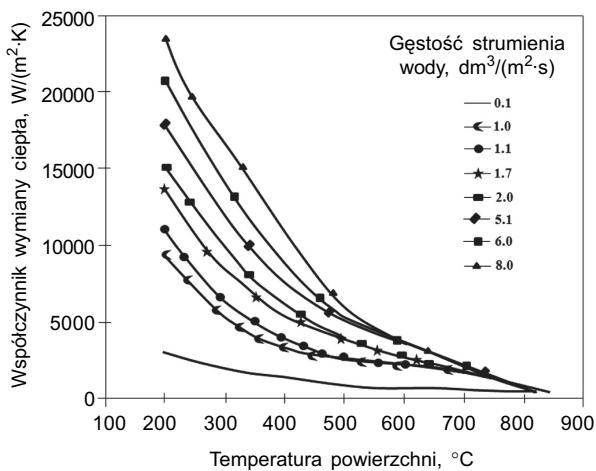
**Rys. 2.1.** Zależność współczynnika wymiany ciepła od stopnia przegrzania wody w procesie ogrzewania wody w naczyniu podgrzewanym od dołu przy ciśnieniu atmosferycznym, w warunkach konwekcji swobodnej (A), oraz krzywa chłodzenia dla małego obiektu chłodzonego przez zanurzenie (B) [11, 96]

W pierwszym etapie chłodzenia, w zakresie wysokich temperatur powierzchni, do punktu Leidenfrosta występuje wrzenie błonkowe. W tym zakresie wrzenia powierzchnia pokryta jest warstwą pary izolującej od niej ciecz. Głównymi mechanizmami transportu ciepła w szczeelinie parowej są przewodzenie ciepła oraz, ze względu na występującą wysoką temperaturę powierzchni, promieniowanie ciepła. W przypadku chłodzenia natryskowego trwałość błonki parowej jest niewielka, ulega ciągłe rozrywaniu wskutek dużej prędkości strumienia wody opadającego na chłodzoną powierzchnię. Dalsze chłodzenie powoduje spadek temperatury powierzchni i przejście z fazy wrzenia błonkowego do fazy wrzenia przejściowego. Zmniejsza się ilość czynnych ośrodków wytwarzania pary tworzących błonę, co sprzyja pojawiению się obszarów bezpośredniego chłodzenia powierzchni przez ciecz. W tym czasie obserwuje się wzrost wartości współczynnika przejmowania ciepła aż do wartości maksymalnej. Kolejnym etapem na krzywej chłodzenia jest obszar wrzenia pęcherzykowego. Wrzenie pęcherzykowe charakteryzuje się zmniejszającą się intensywnością ruchu pęcherzyków pary i spadkiem wartości współczynnika przejmowania ciepła. Dalsze chłodzenie powoduje całkowity zanik pęcherzyków pary i przejście do wymiany ciepła odbywającej się tylko wskutek konwekcji wymuszonej cieczy jednofazowej [62, 150]. Charakter zmian temperatury powierzchni małego obiektu, chłodzonego przez zanurzenie, przedstawiono na krzywej chłodzenia (rys. 2.1B).

## 2.1. Charakterystyka procesu przejmowania ciepła przy wrzeniu

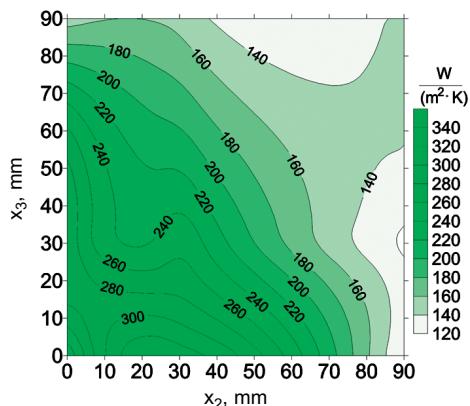
Zmiana wartości współczynnika wymiany ciepła na gorącej powierzchni metalu podczas chłodzenia zależy od sposobu chłodzenia [5]. Wartości współczynnika wymiany ciepła są prawie o 25% wyższe w przypadku chłodzenia strumieniem wodnym w porównaniu z chłodzeniem zanurzeniowym [5]. Uzyskuje się bardziej jednorodne chłodzenie przy zastosowaniu dysz wodno-powietrznych niż w przypadku dysz wodnych [119].

W szczególności zmiana współczynnika wymiany ciepła zależy od charakterystyki systemu chłodzenia oraz parametrów medium chłodzącego, tj. gęstości strumienia wody (rys. 2.2) [78], natężenia przepływu wody [81], ciśnienia wody, prędkości wody wypływającej z dyszy natryskowej [58], rodzaju i konstrukcji dyszy [81], kąta padania na powierzchnię metalu strugi wody (orientacji dyszy [105]), liczby dysz [97], temperatury powierzchni (rys. 2.3–2.6), temperatury wody [58, 81, 102, 104, 108, 127] oraz występującej różnicy temperatury pomiędzy wodą a powierzchnią (rys. 2.7) [148]. Współczynnik wymiany ciepła ulega zmianie wraz z odległością punktu materialnego na powierzchni chłodzonej od osi dyszy (rys. 2.8 i 2.9) [92]. Jego wielkość zmienia się w zależności od odległości dyszy od chłodzonej powierzchni [5, 81] oraz kąta stożka wierzchołkowego strugi i kształtu podstawy strugi. Zmiany te wynikają z rozkładu energii kinetycznej kropel w strudze. Prowadzono również badania oceniające wpływ średnicy i prędkości kropel wody [44]. Wpływ poszczególnych parametrów hydrodynamicznych cieczy uwarunkowany jest występującym na powierzchni rodzajem wrzenia [44, 63, 64].



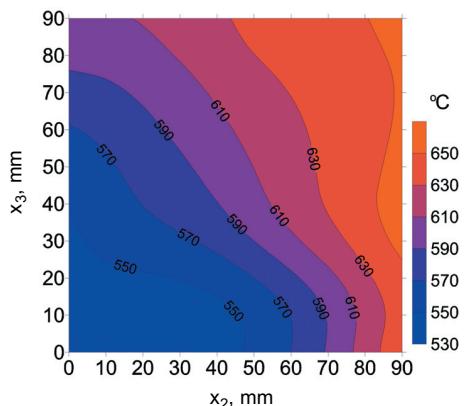
Rys. 2.2. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w zależności od temperatury powierzchni oraz gęstości strumienia wody (dla nadstopu na bazie niklu i tytanu) podczas chłodzenia systemem natrysków wodno-powietrznych [111]

Ilość ciepła odbierana z chłodzonej powierzchni zależy od szybkości transportu ciepła z objętością materiału do powierzchni. Początek procesu wrzenia następuje znacznie szybciej w przypadku materiałów charakteryzujących się wyższą wartością współczynnika przewodzenia ciepła [27, 29, 139]. Również dla tych materiałów zaobserwowano bardziej intensywną wymianę ciepła [5, 27, 29].



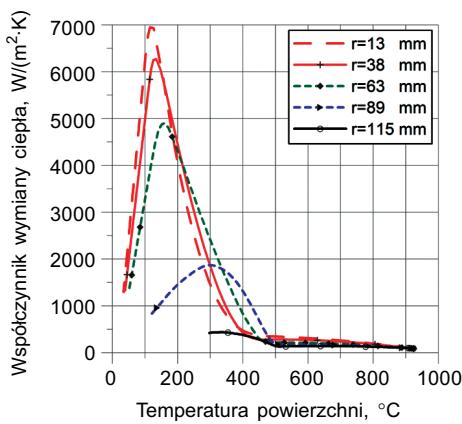
Rys. 2.3. Rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni płyty stalowej po 60 s chłodzenia natryskiem wodno-powietrznym [88].

$$\alpha_{\min} = 129 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K}), \alpha_{\max} = 326 \text{ W/(m}^2\cdot\text{K})$$

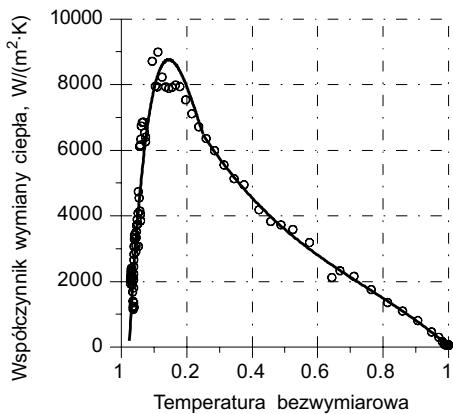


Rys. 2.4. Pole temperatury powierzchni płyty stalowej po 60 s chłodzenia natryskiem wodno-powietrznym [88].

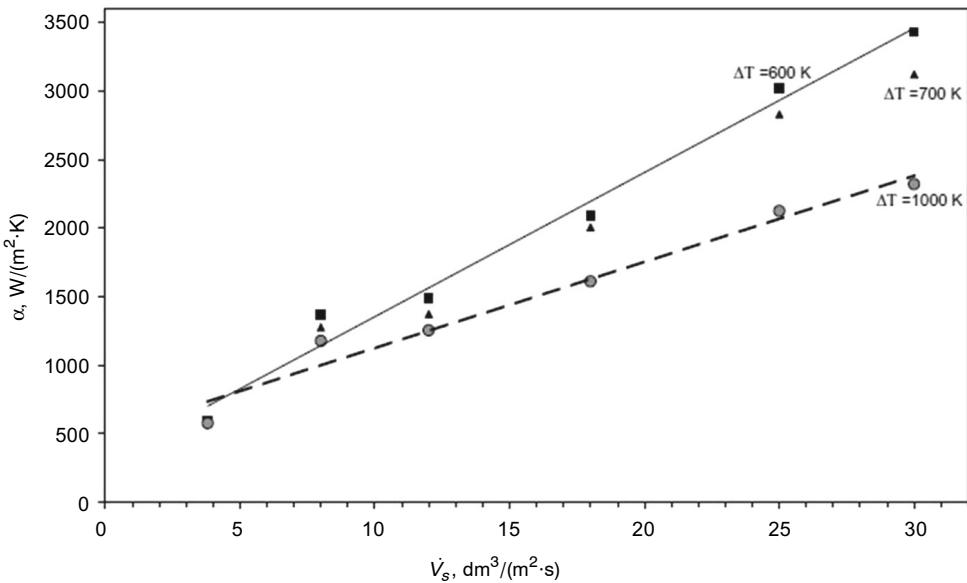
$$t_{\min} = 532^\circ\text{C}, t_{\max} = 656^\circ\text{C}$$



Rys. 2.5. Zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury powierzchni w określonych odległościach punktu materialnego od osi dyszy dla chłodzenia natryskowego stali AISI 309 [88]



Rys. 2.6. Średnia wartość współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej strumieniem swobodnie opadającej wody [92]



Rys. 2.7. Zależność współczynnika wymiany ciepła od gęstości strumienia wody oraz wartości  $\Delta T$  – różnicy temperatury powierzchni  $t_p$  i medium chłodzonego  $t_w$  [148]

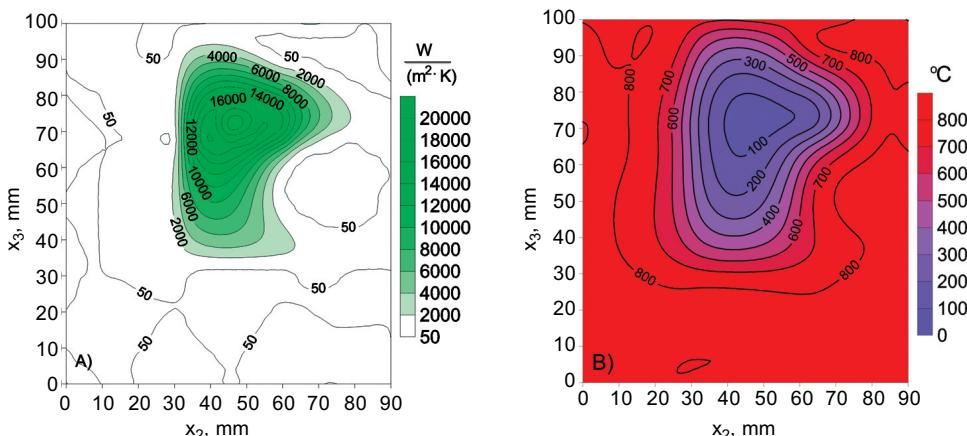
Analiza opublikowanych dotychczas prac dotyczących procesu wymiany ciepła podczas wrzenia wykazała, iż część badań została przeprowadzona przy założeniu stałych

wartości termofizycznych materiału [38, 139], część przy założeniu zmiennych właściwości termofizycznych wraz ze zmianą temperatury materiału [18, 20, 59, 105, 140]. Jak wykazano w pracach [27, 28], na wartość współczynnika wymiany ciepła istotny wpływ ma zarówno przewodność cieplna materiału w temperaturze początkowej, jak i charakter zmian przewodności wraz z temperaturą.

Obserwowany jest także wzrost szybkości wymiany ciepła podczas wrzenia błonkowego wraz ze wzrostem średnicy kropel wody [7]. Podobnie wzrost intensywności wymiany ciepła występuje podczas chłodzenia powierzchni wodnymi roztworami soli [40].

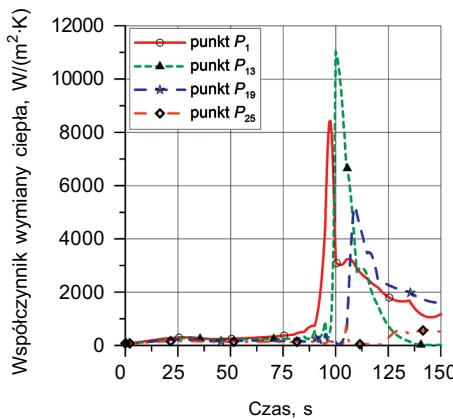
Podczas procesu chłodzenia ulegają zmianie właściwości termofizyczne medium chłodzącego. Obserwowany jest spadek wartości współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła wraz ze wzrostem temperatury wody [5, 58, 81, 108, 127]. Jednocześnie wartość współczynnika wymiany ciepła maleje wraz ze spadkiem temperatury początkowej obiektu chłodzonego [27, 148].

Zmiana współczynnika wymiany ciepła podczas procesu chłodzenia natryskiem wodnym uzależniona jest od gabarytów chłodzonej powierzchni [60]. W przypadku chłodzenia stalowych prętów okres występowania wrzenia błonkowego na powierzchni jest dłuższy oraz wartość współczynnika wymiany ciepła rośnie znacznie szybciej w okresie wrzenia przejściowego dla materiału o większych wymiarach. Podobnie dla większych gabarytów uzyskano wyższe wartości maksymalnego współczynnika wymiany ciepła. Decydującym czynnikiem wpływającym na uzyskane wyniki jest większa ilość ciepła zakumulowana w przypadku pręta o większej objętości. Intensywność wymiany ciepła podczas chłodzenia uwarunkowana jest również temperaturą początkową materiału.



**Rys. 2.8.** Rozkład współczynnika wymiany ciepła (A) i temperatury na powierzchni płyty stalowej (B) po 20 s chłodzenia pojedynczym strumieniem wody swobodnie opadającym na jej powierzchnię [92].

$$\alpha_{\min} = 17 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \alpha_{\max} = 20\,386 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), t_{\min} = 47^\circ\text{C}, t_{\max} = 854^\circ\text{C}$$

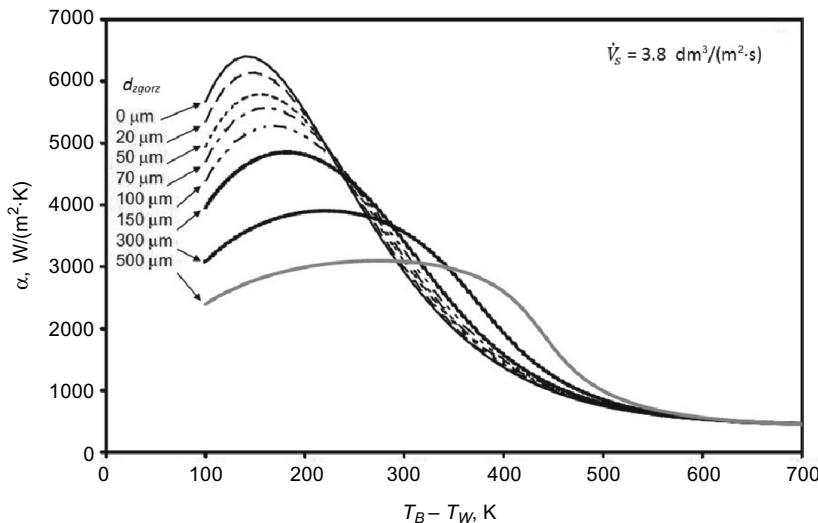


Rys. 2.9. Zależność współczynnika wymiany ciepła od czasu chłodzenia w określonych punktach pomiarowych zlokalizowanych wzduż promienia od osi dyszy do krawędzi powierzchni dla chłodzenia natryskowego stali AISI 309 [88]

Obserwowany jest również wpływ orientacji powierzchni chłodzonej względem medium chłodzącego. Podczas chłodzenia powierzchni dolnej uzyskuje się niższe wartości współczynnika wymiany ciepła w stosunku do powierzchni górnej [14, 100–101, 110]. Różnica pomiędzy ilością ciepła przejmowanego z obu powierzchni wynosi około 15% [110]. Decydującym czynnikiem wpływającym na uzyskany wynik jest działanie siły grawitacji oraz sposób odprowadzania wody z powierzchni.

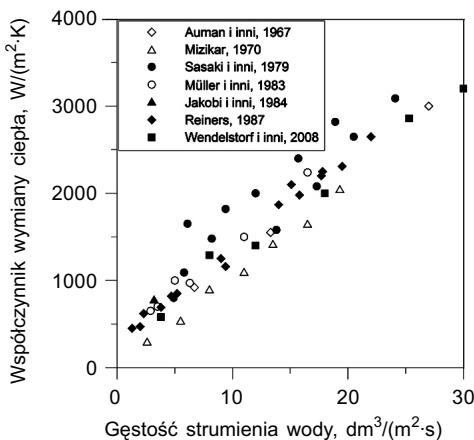
Intensywność odbieranego ciepła uzależniona jest od stanu chłodzonej powierzchni. Wpływ na nią ma zarówno chropowatość powierzchni, jak i występująca utleniona warstwa zgorzeliny [118]. Wartość współczynnika przewodzenia zgorzeliny jest znacznie niższa niż materiału chłodzonego, co powoduje obniżenie gęstości odbieranego strumienia ciepła (rys. 2.10) [5, 142, 149]. Wpływ warstwy zgorzeliny jest nieznaczny w przypadku wrzenia błonkowego, poniżej temperatury Leidenfrosta, poza chwilowymi zmianami w rejonach niestabilnej warstwy [149]. Maksymalny strumień ciepła maleje wraz ze wzrostem grubości zgorzeliny oraz wzrasta wartość temperatury Leidenfrosta. Wartość współczynnika  $\alpha$  maleje wraz ze wzrostem chropowatości powierzchni [10, 97], a liczba zastosowanych dysz ma znikomy wpływ na wartość współczynnika wymiany ciepła [97].

Wartość współczynnika wymiany ciepła zależy od warunków, jakie powstają w warstwie pośredniej między płynem chłodzącym i powierzchnią gorącego metalu. W tym przypadku zachodzące na powierzchni chłodzonej zjawisko wrzenia jest trudne do opisu matematycznego, przez co brak jest dokładnych rozwiązań tego problemu. Zależności empiryczne zazwyczaj wyznacza się, wykorzystując analizę odwrotną oraz metodę podobieństwa. Dostępne w literaturze zależności opisujące współczynnik wymiany ciepła, w głównej mierze, uzależnione są od parametrów wypływu cieczy z dyszy. Na strumień cieczy największy wpływ mają prędkość i wielkość kropel oraz ich rozkład na chłodzonej powierzchni.

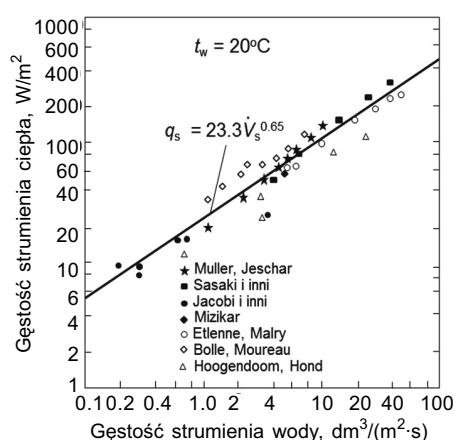


Rys. 2.10. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w zależności od grubości warstwy zgorzeliny podczas chłodzenia natryskowego  
( $T_B$  – temperatura powierzchni próbki pod warstwą tlenków,  $T_W$  – temperatura wody)  
[142, 149]

W pracy [129] zostały zamieszczone wyniki badań różnych autorów, opracowane w formie graficznej (rys. 2.11 i 2.12), przedstawiające zmiany wartości współczynnika wymiany ciepła w zależności od gęstości strumienia wody  $\dot{V}_s$ .



Rys. 2.11. Zależności współczynnika wymiany ciepła od gęstości strumienia wody podczas chłodzenia dyszą natryskową ( $\Delta T \sim 700$  K) [129]



Rys. 2.12. Zależności gęstości strumienia ciepła od gęstości strumienia wody podczas chłodzenia dyszą natryskową (bez udziału promieniowania) [129]

## 2.2. Modele warunku brzegowego dla chłodzenia metali natryskiem wodnym

Według literatury do obliczeń modelowych najczęściej wykorzystywane są wzory empiryczne wyznaczone w czasie eksperymentów. Najbardziej uproszczona i najczęściej wykorzystywana forma równania opisującego współczynnik wymiany ciepła  $\alpha$ , dana jest wzorem (w niniejszym rozdziale jednostki przy równaniach empirycznych podano zgodnie z ich autorskim zapisem):

$$\alpha = A' \dot{V}_s^n, \quad \text{W/(m}^2\cdot\text{K}) \quad (2.1)$$

gdzie:

$\dot{V}_s$  – gęstość strumienia wody,  $\text{dm}^3/(\text{m}^2\cdot\text{s})$ ,  
 $A', n$  – parametry dobierane z zakresu:  $n$  od 0.5 do 1;  $A'$  od 0.45 do 0.75 [128].

Podstawowa postać równania (2.1) została wykorzystana przez autorów prac zamieszczonych w tabeli 2.1. Autorzy równań zastosowali znaczaco różniące się wartości stałych  $A'$  oraz  $n$ .

**Tabela 2.1**  
Zestawienie wartości stałych  $A'$  oraz  $n$

Lp.	Literatura	$A'$	$n$
1	[105]	0.77	1
2	[105]	0.1	1
3	[14]	3600	0.556
4	[132]	165	0.75

Zależność wzrostu wartości współczynnika wymiany ciepła wraz ze wzrostem gęstości strumienia wody przedstawiono za pomocą następującego równania [15]:

$$\alpha = 423 \dot{V}_s^{0.556} \pm 17\%, \quad \text{W/(m}^2\cdot\text{K}) \quad (2.2)$$

dla temperatury powierzchni w zakresie od  $900^\circ\text{C}$  do  $600^\circ\text{C}$  oraz gęstości strumienia wody od  $1 \text{ dm}^3/(\text{m}^2\cdot\text{s})$  do  $7 \text{ dm}^3/(\text{m}^2\cdot\text{s})$ .

Drugą grupę wzorów tworzy ogólna postać równania uzależniająca wartość współczynnika wymiany ciepła zarówno od gęstości strumienia wody, jak i od temperatury cieczy [99]:

$$\alpha = A \dot{V}_s^b (1 - ct_w), \quad \text{W/(m}^2\cdot\text{K}) \quad (2.3)$$

gdzie:

$A, b, c$  – stałe empiryczne,  
 $t_w$  – temperatura wody,  $^\circ\text{C}$ .

Wartości stałych empirycznych występujących w równaniu (2.3) zestawiono w tabeli 2.2.

**Tabela 2.2**

Zestawienie stałych występujących w równaniu (2.3)

Lp.	Literatura	A	b	c	$\dot{V}_s, \text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$	$t_p, ^\circ\text{C}$
1	[126]	5810	0.451	0.0075	brak danych	brak danych
2	[134]	1571	0.55	0.0075	10–103	930–500
3	[68]	5030	0.451	0.0075	16.67–500	<800

Zależność (2.3) z dobrym skutkiem stosowało wielu autorów [2, 17, 36, 99, 114] podczas modelowania matematycznego procesów chłodzenia wtórnego natryskiem wody.

Rozwinięciem równania (2.3) jest zależność (2.4) [109] zawierająca stałą kalibracyjną  $k$ , charakteryzującą maszynę do ciągłego odlewania stali (COS):

$$\alpha = \frac{1}{k} \left[ 1570 \dot{V}_s^{0.55} (1 - 0.0075 t_w) \right], \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.4)$$

Wartości stałej kalibracyjnej  $k$ , podawane przez różnych autorów, zmieniają się od 3.5 do 6. Zamieszczone wyniki w tabeli 2.3 [57] wskazują, że średnia wartość stałej  $k$  wynosi 4.03. Podobną wartość podano w pracy [108], gdzie przyjęto  $k = 4$ . W związku z tym, stała kalibracyjna wynosząca około 4 wydaje się wartością wiarygodną. Jednakże już w pracy [79] wartość stałej  $k$  wynosiła 5 oraz 6.

**Tabela 2.3**

Stała kalibracyjna  $k$  stosowana w modelowaniu chłodzenia pasma COS [57]

Odległość od menisku, m	Stała kalibracyjna, k	Odchylenie standardowe
7.44	3.50	0.29
9.16	3.17	0.34
18.45	5.42	1.48

Dla powierzchni skierowanej w dół uzyskiwane są mniejsze wartości współczynników wymiany ciepła [110]. W celu uzyskania prawidłowego wyniku, równanie (2.4) mnożone jest przez zależność  $(1 - 0.15\cos\theta)$  korygującą wartość współczynnika wymiany ciepła o wpływ orientacji powierzchni. Przez  $\theta$  oznaczono kąt odchylenia powierzchni pasma od poziomu. Zależność (2.4) była często wykorzystywana przez autorów prac badających zmianę temperatury pasma podczas chłodzenia wtórnego w procesie ciągłego odlewania stali [35, 57, 83, 113, 124, 144, 146, 147, 152].

Równanie uzależniające wartość współczynnika wymiany ciepła wyłącznie od temperatury wody podano w pracy [104]. Równanie otrzymano na podstawie badań chłodzenia natryskiem wodnym płyty wykonanej ze stali węglowej, o wymiarach  $28 \times 220 \times 220$  mm, w zakresie gęstości strumienia wody wynoszącej  $0.06\text{--}0.062 \text{ dm}^3/(\text{cm}^2 \cdot \text{min})$ :

$$\alpha = 4800 \left( 1 - 6.5 \cdot 10^{-3} t_w \right), \text{ kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}) \quad (2.5)$$

Kolejną grupę modeli warunków brzegowych tworzą wzory, w przypadku których wartość współczynnika wymiany ciepła zależna jest od gęstości strumienia wody oraz temperatury powierzchni chłodzonej. Zakres zastosowania tych równań jest ograniczony do wysokich temperatur powierzchni chłodzonej, na której tworzy się błona pary wodnej. Należy do nich zależność (2.6) określona na podstawie zebranych danych pomiarowych zamieszczonych w siedmiu wybranych artykułach opisanych w pracy [103]. Zestawienie wyników uzyskanych przez badaczy przeprowadzono dla stali pokrytej zgorzeliną. W wyniku analizy otrzymano zależność (nieuwzględniającą strat ciepła z powierzchni w wyniku radiacji), o następującej postaci:

$$\alpha = (2.292 \cdot 10^8 \dot{V}_{s1}^{0.616} / t_p^{2.445}), \text{ kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}) \quad (2.6)$$

gdzie:

- $\dot{V}_{s1}$  – gęstość strumienia wody,  $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{min})$ ,
- $t_p$  – temperatura chłodzonej powierzchni,  $^\circ\text{C}$ .

Empiryczna zależność (2.6) została określona dla temperatury powierzchni zmieniającej się w zakresie od  $400^\circ\text{C}$  do  $800^\circ\text{C}$  oraz gęstości strumienia wody zmieniającej się od  $10 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{min})$  do  $2000 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{min})$ .

Zależność (2.6) została przekształcona w pracy [61] do postaci:

$$\alpha = 3.31 \cdot 10^6 \dot{V}_s^{0.616} / t_p^{2.445}, \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.7)$$

Postać wzoru (2.8) jest zbliżona do zaproponowanej w pracy [103]. Do uzyskanego wyniku dodawana jest wartość stałej wynosząca 0.116. Równanie uzyskano na podstawie danych pomiarowych, w czasie chłodzenia natryskowego wodą płyty wykonanej ze stali nierdzewnej, w zakresie gęstości strumienia wody od  $2.67 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  do  $41.8 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  oraz ciśnienia miesiącego się w zakresie od  $0.14 \text{ MPa}$  do  $0.35 \text{ MPa}$ . Równanie ma zastosowanie, jeżeli temperatura powierzchni pasma wynosi od  $700^\circ\text{C}$  do  $1200^\circ\text{C}$  [127, 131]:

$$\alpha = 708 \dot{V}_s^{0.75} t_p^{-1.2} + 0.116, \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.8)$$

Podobną zależność, podaną w pracy [103], można zastosować dla temperatury powierzchni, która przekracza 500°C, oraz w zakresie gęstości strumienia wody od 2 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min) do 2000 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min):

$$\alpha = 107.2 \dot{V}_{s_l}^{0.793} \cdot 10^{-0.00154 t_p}, \quad \text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{K}) \quad (2.9)$$

W pracy [98] wykorzystano zależność (2.10) do obliczeń zmiany temperatury podczas modelowania numerycznego pasma walcowanego na gorąco. Podobne zależności (2.11) i (2.12), otrzymane na podstawie wyników różnych prac doświadczalnych [136], zostały podane w pracach [106, 141]. Równania (2.11) i (2.12) można stosować, gdy zakres gęstości strumienia wody zmienia się od 163 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min) do 1400 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min).

$$\alpha = 124.7 \dot{V}_{s_l}^{0.663} \cdot 10^{-0.00147(T_p - 273.16)} \quad (2.10)$$

$$\alpha = 1.1611 \cdot 10^{-3} \dot{V}_{s_l}^{0.663} \cdot 10^{-0.00147 t_p}, \quad \text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.11)$$

$$\alpha = 1.611 \cdot 10^{-0.97} \dot{V}_{s_l}^{0.713} \cdot 10^{-0.0015 t_p}, \quad \text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.12)$$

Badania prowadzone w kierunku oceny wpływu parametrów wypływającej cieczy z dyszy na wartość współczynnika wymiany ciepła, pozwoliły utworzyć kolejną grupę równań empirycznych, w których uzyskany wynik zależny jest również od prędkości kropel wody (2.13)–(2.16).

Wzór (2.13) pozwala wyznaczyć średnią wartość współczynnika przejmowania ciepła dla całego zakresu zmian temperatury powierzchni [107]. Wartość współczynnika przejmowania ciepła opisana jest funkcją uwzględniającą zarówno gęstość strumienia wody, jak i prędkość kropel na wylocie z dyszy, po odjęciu składowej wynikającej z promieniowania. Równanie (2.13), określone na postawie przeprowadzonych badań ma zastosowanie w następujących zakresach gęstości strumienia wody 0.3 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·s) ≤  $\dot{V}_s$  ≤ 9.0 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·s) oraz prędkości kropel 11 m/s ≤  $w$  ≤ 32 m/s:

$$\alpha = 10w + (107 + 0.688w) \cdot \dot{V}_s, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.13)$$

gdzie  $w$  – prędkość kropel wody, m/s.

Równanie (2.13) dla gęstości strumieni wody  $\dot{V}_s = 3 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  i średnich prędkości wody 15 m/s daje współczynnik wymiany ciepła wynoszący około 500 W/(m<sup>2</sup>·K).

W zakresie temperatury pasma od 900°C do 1000°C, prędkości wody  $w$  od 10 m/s do 40 m/s oraz gęstości strumienia wody  $\dot{V}_s$  od 0.1 do 50 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·s), dla wodnej dyszy natryskowej otrzymano równanie [39]:

$$\alpha = 87.2 \dot{V}_s^{0.65} w^{0.37} \left[ 1 - 0.009(t_p - 20) \right], \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.14)$$

Wyniki badań eksperymentalnych opublikowane w pracy [105] były podstawą stworzenia zależności wykorzystanej przez autorów publikacji [69]:

$$\alpha = 8.75 \dot{V}_s^{1.0} w^{0.68} + 219 \quad (2.15)$$

Warunek brzegowy w postaci (2.16) został zastosowany do symulacji numerycznych przedstawionych w pracy [50], w której opisano badania zmiany temperatury pasma w strefie chłodzenia wtórnego w linii COS.

$$\alpha = 10^{1.48} t_p^{-0.1358} w^{0.6293} \dot{V}_{s1}^{0.2734} \quad (2.16)$$

Zależność (2.17) wykorzystano do symulacji numerycznych procesu ciągłego odlewania w pracy [145].

$$\alpha = 116 + 10.44 \dot{V}_s^{0.815} \quad (2.17)$$

W pracy [125] do symulacji zmiany temperatury pasma w strefie chłodzenia wtórnego stosowano wzór zaczerpnięty z pracy [14] w postaci:

$$\alpha = 0.36 \dot{V}^{0.556} \cdot 1000, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.18)$$

gdzie  $\dot{V}$  – natężenie przepływu wody,  $\text{dm}^3/\text{s}$ .

W celu odwzorowania rzeczywistej zmiany współczynnika wymiany ciepła w całym zakresie wrzenia, w pracy [103] zaproponowano metodę łączenia trzech zależności, których zakres zastosowania mieści się w granicach różnych wartości temperatury chłodzonej powierzchni. W literaturze odnaleźć również można postać równania dla całego zakresu procesu chłodzenia (2.19)–(2.24).

Autorzy prac [45, 61], opierając się na matematycznym zapisie zmian współczynnika wymiany ciepła podanym w pracy Misutsuki [103], zaproponowali zależność, która umożliwia przeprowadzenie obliczeń również dla okresu występowania maksymalnego wzrostu współczynnika wymiany ciepła na krzywej chłodzenia. Wzór ten nie uwzględnia zmiany temperatury pierwszego i drugiego kryzysu wrzenia wraz ze wzrostem gęstości strumienia wody. Maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła została dobrana dla zakresu temperatury powierzchni zmieniającej się od  $200^\circ\text{C}$  do  $300^\circ\text{C}$  na podstawie badań prezentowanych w publikacjach [101, 104, 105].

$$\alpha = A \dot{V}_s^B \left[ T_p - n(T_p - T_n) \right]^c m, \quad \text{kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.19)$$

$$m = 1 - \frac{1}{\exp[(T_p - T_m)/M] + 1}, \quad n = 1 - \frac{1}{\exp[(T_p - T_n)/N] + 1} \quad (2.20)$$

gdzie:

- $T_p$  – temperatura powierzchni, K,
- $T_m$  – temperatura, w której występuje maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła, K,
- $T_n$  – temperatura, powyżej której wartość współczynnika wymiany ciepła jest wartością stałą, K,
- $A, B, C, M, N$  – stałe empiryczne.

Na podstawie przeprowadzonych badań laboratoryjnych chłodzenia płyty o wymiarach  $100 \times 50 \times 16$  mm, transportowanej poziomo pod dwoma dyszami chłodzącymi oraz obliczeń numerycznych spadku temperatury, uzyskanych z rozwiązań równania jednowymiarowego przewodzenia ciepła przy zastosowaniu metody różnic skończonych, ustalone wartości stałych występujących w równaniach (2.19) i (2.20). W rezultacie otrzymano następującą zależność [61]:

$$\alpha = 3.15 \cdot 10^9 \dot{V}_s^{0.616} \left[ 700 + \frac{t_p - 700}{\exp(0.1t_p - 70) + 1} \right]^{-2.455} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{\exp(0.025t_p - 6.25) + 1} \right], \quad \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.21)$$

Równanie (2.21) uzyskano na podstawie bilansu ciepła obliczanego dla całej powierzchni poddanej chłodzeniu. Pomary wykonano dla stali nierdzewnej, a uzyskane wyniki obliczeń pomniejszono o straty ciepła w wyniku radiacji. Uzyskane wartości stałych  $A, B$  i  $C$  nie różnią się znacząco od przedstawionych w równaniu (2.6). Zależność ma zastosowanie w przypadku temperatury powierzchni  $t_p$  w zakresie od  $150^\circ\text{C}$  do  $900^\circ\text{C}$  oraz gęstości strumienia wody  $\dot{V}_s$  od  $0.16 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  do  $62 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ . Maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła jest osiągana, gdy temperatura powierzchni wynosi  $260^\circ\text{C}$ .

Autorzy pracy [148] podali zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury powierzchni, temperatury wody oraz gęstości strumienia wody. Równanie (2.22) ma zastosowanie w zakresie różnicy  $\Delta T$  temperatury powierzchni  $t_p$  ( $1100$ – $200^\circ\text{C}$ ) i medium chłodzącego  $t_w$  większej od  $180$  K oraz gęstości strumienia wody  $3$ – $30 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ . Wzór uzyskano przy zastosowaniu rozwiązania analitycznego jednowymiarowego przewodzenia ciepła oraz wyników prac eksperymentalnych, uzyskanych podczas chłodzenia cienkiej próbki wykonanej z niklu (99.3% Ni), dla poziomego ułożenia próbki i natrysku skierowanego w dół. Chłodzono nietlenioną powierzchnię przy zastosowaniu pełnej dyszy stożkowej ( $w \approx 14 \text{ m/s}$ , średnica kropki  $\approx 350 \mu\text{m}$ ). Temperatura wody wynosiła  $18^\circ\text{C}$ . Grubość próbki wynosiła  $1 \text{ mm}$ . Pomiaru temperatury

dokonano za pomocą pięciu termoelementów umiejscowionych po tej stronie próbki, która nie podlegała chłodzeniu wodą.

$$\alpha = 190 \pm 25 + \operatorname{tgh} \left( \frac{\dot{V}_s}{8} \right) \cdot \left( 140 \pm 4 \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T}{72\,000 \pm 3500} \right] + \right. \\ \left. + 3.26 \pm 0.16 \cdot \Delta T^2 \left\{ 1 - \operatorname{tgh} \left( \frac{\Delta T}{128 \pm 1.6} \right) \right\} \right), \quad \text{W/(m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.22)$$

Zmiana wartości parametrów przez ich zmniejszenie lub zwiększenie w zakresie podanym za znakiem  $\pm$  pozwala uzyskać lepsze dopasowanie równania do warunków badanego procesu chłodzenia.

Autorzy pracy [101] przedstawili wyniki badań chłodzenia powierzchni płyt wykonanych ze stali węglowej. Wyniki te umożliwiły otrzymanie zależności (2.23), mającej zastosowanie w zakresie temperatury powierzchni od 125°C do 475°C oraz gęstości strumienia wody od 5 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min) do 100 dm<sup>3</sup>/(m<sup>2</sup>·min). Badania przeprowadzono dla chłodzenia płyt, których grubość ulegała zmianie w zakresie od 22.5 mm do 51 mm. Pozostałe wymiary płyty wynosiły 550×1000 mm. Płyta była nagrzewana do temperatury 630°C, a następnie chłodzona natryskiem wodnym. Wykorzystanie równania do obliczeń pozwala na otrzymanie maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła dla temperatury powierzchni wynoszącej 200°C.

$$\alpha = D V_{s1}^{0.8} \cdot 10^{E \cdot t_p}, \quad \text{kcal}/(\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}) \quad (2.23)$$

gdzie:  $D, E$  – wartości stałych podane w tabeli 2.4.

**Tabela 2.4**  
Wartości stałych występujących w równaniu (2.23) [101]

Temperatura powierzchni °C	Wartości stałych			
	powierzchnia górnna		powierzchnia dolna	
	$D$	$E \cdot 10^{-3}$	$D$	$E \cdot 10^{-3}$
125–175	22.69	+5.460	36.76	+2.784
175–225	163.5	+0.560	119.5	-0.141
225–275	797.0	-2.498	405.5	-2.500
275–325	1273	-3.238	648.5	-3.241
325–375	5603	-5.218	510.6	-2.922
375–425	621.1	-2.671	177.8	-1.700
425–475	303.5	-1.939	675.8	-3.065

Strumień przejmowanego ciepła na powierzchni chłodzonego pasma zależy również od szybkości transportu energii cieplnej w objętości materiału. Istotną rolę odgrywają tu parametry termofizyczne materiału chłodzonego. Autorzy prac [4, 5] stwierdzili, że wartość współczynnika wymiany ciepła jest proporcjonalna do pierwiastka kwadratowego z iloczynu współczynnika przewodzenia ciepła, gęstości oraz ciepła właściwego. Na podstawie przeprowadzonych badań chłodzenia natryskowego odcinków wlewków ciągłych wykonanych z aluminium, miedzi oraz niklu zaproponowali równanie [5]:

$$\alpha = 0.69 \log \left( \frac{\dot{V}_s}{0.0006} \right) \left[ 1.4 \sqrt{\lambda \rho c} \exp \left( 0.32 \frac{T_p - T_c}{T_b - T_c} \right) + \alpha_v \right] + \alpha_{radc}, \quad \text{W/(m}^2\cdot\text{K}) \quad (2.24)$$

gdzie:

$$\alpha_{radc} = \sigma \epsilon \frac{T_c^4 - T_a^4}{T_c - T_a}, \quad \text{W/(m}^2\cdot\text{K}) \quad (2.25)$$

Obszar zastosowania równania mieści się w zakresie gęstości strumienia wody od  $1 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  do  $50 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ , zmiany temperatury powierzchni chłodzonej od  $250^\circ\text{C}$  do  $900^\circ\text{C}$ .

W równaniach (2.24) i (2.25) przyjęto oznaczenia:

- $c$  – ciepło właściwe chłodzonego metalu,  $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ,
- $\lambda$  – współczynnik przewodzenia ciepła chłodzonego metalu,  $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ,
- $\rho$  – gęstość chłodzonego metalu,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ,
- $\alpha_v$  – współczynnik wymiany ciepła dla wrzenia błonkowego,
- $\alpha_{radc}$  – zastępczy współczynnik wymiany ciepła przez promieniowanie,  $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ,
- $T_p$  – temperatura powierzchni,  $\text{K}$ ,
- $T_c$  – temperatura parowania środka chłodzącego,  $\text{K}$ ,
- $T_b$  – początkowa temperatura środka chłodzącego,  $\text{K}$ ,
- $T_a$  – temperatura otoczenia,  $\text{K}$ .

W pracy [82] w przypadku chłodzenia przy niskim ciśnieniu wody zastosowanie znalazło równanie:

$$\alpha = \frac{1.13 \cdot 10^6 \dot{V}_{sl}^{0.355}}{T_p - T_w} \left[ \frac{(2.5 - 1.5 \cdot \log T_w) D_k}{P_L P_C} \right]^{0.645} \quad (2.26)$$

gdzie:

- $P_L, P_C$  – odległość pomiędzy dyszami w kierunku walcowania i w kierunku po-przecznym,  $\text{m}$ ,
- $D_k$  – średnica dyszy,  $\text{m}$ .

W literaturze można znaleźć również równania opisujące zmianę współczynnika wymiany ciepła jako funkcję temperatury powierzchni oraz prędkości pasma  $v$  w zależności od konfiguracji powierzchni [56]. W pracach [55, 138] zaproponowano następujące zależności:

- dla powierzchni górnej

$$\alpha = \varphi \frac{2186.7}{10^6} \left( \frac{t}{t_0} \right)^{AU} \left( \frac{v}{v_0} \right)^{BU}, \quad \text{W/(mm}^2\cdot\text{K}) \quad (2.27)$$

- dla powierzchni dolnej

$$\alpha = \varphi \frac{767}{10^6} \left( \frac{t}{t_0} \right)^{AD} \left( \frac{v}{v_0} \right)^{BD}, \quad \text{W/(mm}^2\cdot\text{K}) \quad (2.28)$$

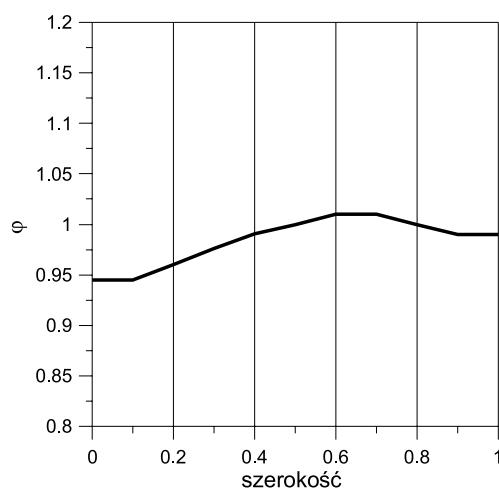
gdzie:

$\varphi$  – współczynnik korygujący, zmienny wzduż szerokości pasma (rys. 2.13),

$t$  – temperatura, °C,

$v$  – prędkość, mm/s,

$AU, BU, AD, BD, v_0, t_0$  – stałe, w pracach [55, 138] przyjęto:  $AU = AD = 2.5$ ,  $BU = BD = -0.4$ ,  $v_0 = 20\,000$  mm/s,  $t_0 = 1000^\circ\text{C}$ .



Rys. 2.13. Rozkład współczynnika korygującego  $\varphi$  wzduż szerokości pasma [55]

Do grupy parametrów mających największy wpływ na ilość przejmowanego ciepła z powierzchni chłodzonej natryskiem wodnym należy ciśnienie cieczy chłodzącej oraz odległość dyszy od powierzchni. W zakresie wysokich ciśnień, od 0.482 MPa do 0.807 MPa, wartość współczynnika przejmowania ciepła można wyznaczyć z równania uzależniającego jego wartość wyłącznie od ciśnienia cieczy [37]:

$$\alpha = (4.4265 \cdot IP + 7.3670) \cdot 10^4, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.29)$$

gdzie  $IP$  – ciśnienie cieczy, bar.

Współczynnik przejmowania ciepła w wyniku konwekcji opisany równaniem (2.29) otrzymano z analizy numerycznej wyników pomiarów uzyskanych w badaniach doświadczalnych, określających wpływ ciśnienia wody i odległości dyszy od powierzchni chłodzonej w procesie hydraulicznego usuwania zgorzeliny.

Na przejmowanie ciepła ma również wpływ stan powierzchni chłodzonej. W pracy [149] zostały przedstawione badania wpływu grubości warstwy utlenionej na wartość współczynnika wymiany ciepła. W wyniku badań otrzymano empiryczne równanie uzależniające jego wartość od temperatury powierzchni, gęstości strumienia wody oraz stanu powierzchni. Na podstawie wyników badań wykonanych dla kilku gatunków stali o różnej grubości i różnym stopniu utlenienia, sformułowano zależność:

$$\alpha = \left( \frac{1}{\alpha_{\Delta T_s}} + \frac{d_{zgorz}}{\lambda_{zgorz}} \right)^{-1}, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.30)$$

gdzie:

$d_{zgorz}$  – grubość zgorzeliny, m,

$\lambda_{zgorz}$  – współczynnik przewodzenia ciepła zgorzeliny,  $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ ,

$$\begin{aligned} \alpha_{\Delta T_s} = & 190 + \operatorname{tgh} \left( \frac{\dot{V}_s}{8} \right) \cdot \left( 140 \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T_s}{72\,000} \right] + \right. \\ & \left. + 3.26 \pm 0.16 \cdot \Delta T_s^2 \left\{ 1 - \operatorname{tgh} \left( \frac{\Delta T_s}{128} \right) \right\} \right), \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned} \quad (2.31)$$

$\Delta T_s$  – różnica temperatury pomiędzy temperaturą powierzchni pod warstwą utlenioną i temperaturą wody chłodzącej.

Kolejną grupę tworzą równania umożliwiające określenie rozkładu współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej. Autorzy pracy [88] zaproponowali

równanie określające wartość współczynnika wymiany ciepła w postaci funkcji, przedstawionej w tabeli 2.5. Wartość współczynnika wymiany ciepła zależy od temperatury powierzchni i odległości punktu materialnego na powierzchni chłodzonej od osi dyszy. Zależność ta ma zastosowanie, gdy ciśnienie mieszaniny wodno-powietrznej wynosi 0,1 MPa, gęstość strumienia wody  $2 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ , a temperatura powierzchni od  $1200^\circ\text{C}$  do  $20^\circ\text{C}$ . Zależność określającą zmianę w czasie i przestrzeni współczynnika wymiany ciepła uzyskano z rozwiązania odwrotnego przewodzenia ciepła w płycie, na podstawie wyników pomiarów temperatury wykonanych 2 mm od powierzchni chłodzonej. Do pomiarów w badaniach użyto 25 termoelementów oraz płyty ze stali S309 o grubości 8 mm, szerokości 210 mm i długości 300 mm, chłodzonej pojedynczą dyszą natryskową, o temperaturze wody wynoszącej  $17^\circ\text{C}$ .

Zmianę współczynnika wymiany ciepła, w zależności od odległości punktu materialnego od osi dyszy, określono również podczas chłodzenia płyty ze stopu aluminium AlSi10Mg [121]. Określone na podstawie badań zależności mają zastosowanie w zakresie temperatury powierzchni od  $130^\circ\text{C}$  do  $450^\circ\text{C}$ , dla ciśnienia powietrza 0,2 MPa i ciśnienia wody 0,3 MPa, dla dwóch rodzajów dysz: okrągłej i płaskiej. Badania były przeprowadzone w maksymalnej odległości punktu materialnego od osi dyszy wynoszącej 17,5 mm. Zależności (2.32) i (2.33) uzyskano z zastosowaniem rozwiązania analitycznego dla jednowymiarowego przewodzenia ciepła w płycie.

Uzyskane wzory są efektem badań eksperymentalnych, opartych na pomiarach termowizyjnych:

- dla okrągłej dyszy:

$$\alpha = a + b\delta_1 + \frac{c}{t_p} + d\delta_1^2 + \frac{e}{t_p^2} + \frac{f\delta_1}{t_p} + g\delta_1^3 + \frac{h}{t_p^3} + \frac{i\delta_1}{t_p^2} + \frac{j\delta_1^2}{t_p}, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \quad (2.32)$$

gdzie:

$\delta_1$  – odległość, mm,

$a = -11700, b = 832, c = 7063563, d = 66, e = 1297830538, f = -1177160, g = -1, h = -2.3758 \cdot 10^{11}, i = 112328077, j = 2504.$

- dla płaskiej dyszy:

$$\begin{aligned} \alpha = & a + b\delta_1 + ct_p + d\delta_1^2 + et_p^2 + f\delta_1 t_p + \\ & + g\delta_1^3 + ht_p^3 + i\delta_1 t_p^2 + j\delta_1^2 t_p, \quad \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}) \end{aligned} \quad (2.33)$$

gdzie:  $a = -82953, b = 5607, c = 1056, d = -218.1, e = -2.91, f = -34.2, g = 1.89, h = 0.0024, i = 0.036, j = 0.6.$

**Tabela 2.5**

Współczynnik wymiany ciepła w funkcji temperatury powierzchni dla określonej odległości punktu materialnego od osi dyszy  $r$  [88]

Promień	Temperatura powierzchni	Współczynnik wymiany ciepła
mm	°C	W/(m <sup>2</sup> .K)
$r = 13$	$t_p < 120$	$\alpha(t) = 7868.1 \cdot (t_p - t_a) / (120 - t_a)$
	$120 \leq t_p \leq 440$	$\alpha(t) = 17527.9 - 103.2428569 \cdot t_p +$ $+ 0.2058087948 \cdot t_p^2 - 0.0001356005454 \cdot t_p^3$
	$t_p > 440$	$\alpha(t) = 312.4 + 0.4461227584 \cdot t_p - 0.0007439315647 \cdot t_p^2$
$r = 38$	$t_p < 135$	$\alpha(t) = 7160.8 \cdot (t_p - t_a) / (135 - t_a)$
	$135 \leq t_p \leq 440$	$\alpha(t) = 12873.8 - 43.59287162 \cdot t_p - 0.001500683915 \cdot t_p^2 +$ $+ 8.103915658E - 005 \cdot t_p^3$
	$t_p > 440$	$\alpha(t) = -37.6 + 1.23563473 \cdot t_p - 0.001197940454 \cdot t_p^2$
$r = 63$	$t_p < 150$	$\alpha(t) = 5648.4 \cdot (t_p - t_a) / (150 - t_a)$
	$150 \leq t_p \leq 450$	$\alpha(t) = 7749.4 - 6.017274839 \cdot t_p - 0.06815824458 \cdot t_p^2 +$ $+ 9.928320858E - 005 \cdot t_p^3$
	$t_p > 450$	$\alpha(t) = 100.3 + 0.5267961503 \cdot t_p - 0.0005844011502 \cdot t_p^2$
$r = 89$	$t_p < 280$	$\alpha(t) = 1867.9 \cdot (t_p - t_a) / (280 - t_a)$
	$280 \leq t_p \leq 495$	$\alpha(t) = -35038.9 + 289.5075109 \cdot t_p - 0.7222204893 \cdot t_p^2 +$ $+ 0.0005679163256 \cdot t_p^3$
	$t_p > 495$	$\alpha(t) = 78.3 + 0.4315152096 \cdot t_p - 0.0004510585379 \cdot t_p^2$
$r = 115$	$t_p < 350$	$\alpha(t) = 427.0 \cdot (t_p - t_a) / (350 - t_a)$
	$350 \leq t_p \leq 495$	$\alpha(t) = -618.5 + 12.60250895 \cdot t_p - 0.03965023339 \cdot t_p^2 +$ $+ 3.479595137E - 005 \cdot t_p^3$
	$t_p > 495$	$\alpha(t) = -167.4 + 0.9576411999 \cdot t_p - 0.0007347324447 \cdot t_p^2$

### 3. Model przewodzenia ciepła w płycie wykorzystany do walidacji warunku brzegowego

Walidację modeli warunków brzegowych oraz ich identyfikację dla chłodzenia metali za pomocą natrysku wodnego przeprowadzono na podstawie pomiarów temperatury chłodzonej płyty oraz obliczeń pola temperatury płyty z równania przewodzenia ciepła:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c} \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \right] + \frac{q_v}{\rho c} \quad (3.1)$$

gdzie:

- $T$  – temperatura, K,
- $x_1, x_2$  i  $x_3$  – współrzędne kartezjańskie,
- $q_v$  – gęstość wewnętrznego źródła ciepła, W/m<sup>3</sup>,
- $\rho$  – gęstość, kg/m<sup>3</sup>,
- $c$  – ciepło właściwe, J/(kg·K).

W celu wyznaczenia pola temperatury z równania przewodzenia ciepła zastosowano metodę elementów skończonych. Poszukiwane pole temperatury  $T(x_1, x_2, x_3)$  jest aproksymowane za pomocą funkcji kształtu:

$$T(x_1, x_2, x_3) = H_i T_i \quad (3.2)$$

Zakładając dodatkowo, że funkcje wag są również określone przez funkcje kształtu  $N_i$ , równanie (3.1) można zapisać w postaci [154]:

$$K_{ij} T_j + C_{ij} \frac{\partial T_j}{\partial \tau} = B_i \quad (3.3)$$

Dla jednego elementu macierze  $K_{ij}$ ,  $C_{ij}$  oraz wektor  $B_i$  przyjmują postać [92]:

$$K_{ij} = \iiint_{\Omega_e} \lambda \left( \frac{\partial H_i}{\partial x_1} \frac{\partial H_j}{\partial x_1} + \frac{\partial H_i}{\partial x_2} \frac{\partial H_j}{\partial x_2} + \frac{\partial H_i}{\partial x_3} \frac{\partial H_j}{\partial x_3} \right) d\Omega_e + \iint_{S_e} L^s H_i H_j \alpha dS_e \quad (3.4)$$

$$C_{ij} = \iiint_{\Omega_e} \rho c H_i H_j d\Omega_e \quad (3.5)$$

$$B_i = \iiint_{\Omega_e} q_v H_i d\Omega_e + \iint_{S_e} L^s H_i (\alpha T_a) dS_e \quad i = 1, \dots, 64, \quad j = 1, \dots, 64 \quad (3.6)$$

Parametr  $L^s = 1$ , jeżeli na powierzchni elementu są określone warunki brzegowe, w przeciwnym przypadku  $L^s = 0$ .

Zakładając, że temperatura zmienia się liniowo w przedziale czasu  $(\tau_0, \tau_0 + \Delta\tau)$ , możemy zapisać:

$$T(\beta) = (1 - \beta)T(\tau_0) + \beta T(\tau_0 + \Delta\tau) \quad (3.7)$$

W równaniu (3.7) wprowadzono nową zmienną  $\beta$  oznaczającą bezwymiarowy czas:

$$\beta = \frac{\tau - \tau_0}{\Delta\tau} \quad (3.8)$$

Różniczkując równanie (3.7), otrzymujemy występującą w równaniu (3.3) pochodną temperatury w postaci:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{T(\tau_0 + \Delta\tau) - T(\tau_0)}{\Delta\tau} \quad (3.9)$$

W procesach chłodzenia natryskowego wektor obciążenia cieplnego  $B_i$  zmienia się w czasie  $\Delta\tau$  i został przybliżony liniową zależnością:

$$B_i(\tau) = (1 - \beta)B_i(\tau_0) + \beta B_i(\tau_0 + \Delta\tau) \quad (3.10)$$

Przyjmując w równaniach (3.7) i (3.10) schemat Galerkina (dla którego  $\beta = 2/3$ ) i podstawiając zależności: (3.4)–(3.7), (3.9) i (3.10) do równania (3.3), otrzymujemy po przekształceniach układ algebraicznych równań liniowych [92]:

$$\left( \frac{K_{km}^o}{3} + \frac{C_{km}^o}{2\Delta\tau} \right) T_m = \left( -\frac{K_{km}^o}{6} + \frac{C_{km}^o}{2\Delta\tau} \right) T_m^o + \frac{1}{6} B_k^o + \frac{1}{3} B_k(\tau_0 + \Delta\tau) \quad (3.11)$$

gdzie:

$k, m$  – liczba niewiadomych,

$T_m$  – wyznaczane parametry w węzłach elementów,

$\Delta\tau$  – przyrost czasu; indeksem  $o$  oznaczono wielkości wyznaczane w czasie

$\tau = \tau_0$ .

Rozwiązujeając (metodą eliminacji Gaussa) układ równań (3.11), uzyskuje się wartości parametrów  $T_m$ . Po ich podstawieniu do równania (3.2) otrzymujemy pole temperatury płyty w czasie  $\tau = \tau_0 + \Delta\tau$ .

Rozwiązań odwrotne, mające na celu wyznaczenie lokalnych wartości współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej płyty, wymagają użycia specjalnie opracowanych modeli przewodzenia ciepła. Model przewodzenia ciepła powinien odznaczać się wysoką dokładnością przy jak najmniejszej liczbie stopni swobody. Wybór funkcji kształtu i funkcji wagi ma w tym przypadku duże znaczenie. W zależności od wybranych funkcji kształtu otrzymuje się odpowiednią postać macierzy  $K_{km}$ ,  $C_{km}$  oraz wektora  $B_k$ . W modelu przewodzenia ciepła dedykowanym do obliczeń odwrotnych, zastosowano 64 nieliniowe funkcje kształtu  $H_i$  opisane wielomianami trzeciego stopnia, zestawionymi w tabeli 3.1.

Wielomiany Hermite'a użyte do budowy funkcji kształtu mają postać:

$$\begin{aligned} G_1^0(\eta_1) &= 1 - 3\eta_1^2 + 2\eta_1^3 & G_1^1(\eta_1) &= \eta_1 - 2\eta_1^2 + \eta_1^3 \\ G_1^0(\eta_2) &= 1 - 3\eta_2^2 + 2\eta_2^3 & G_1^1(\eta_2) &= \eta_2 - 2\eta_2^2 + \eta_2^3 \\ G_1^0(\eta_3) &= 1 - 3\eta_3^2 + 2\eta_3^3 & G_1^1(\eta_3) &= \eta_3 - 2\eta_3^2 + \eta_3^3 \\ G_2^0(\eta_1) &= 3\eta_1^2 - 2\eta_1^3 & G_2^1(\eta_1) &= -\eta_1^2 + \eta_1^3 \\ G_2^0(\eta_2) &= 3\eta_2^2 - 2\eta_2^3 & G_2^1(\eta_2) &= -\eta_2^2 + \eta_2^3 \\ G_2^0(\eta_3) &= 3\eta_3^2 - 2\eta_3^3 & G_2^1(\eta_3) &= -\eta_3^2 + \eta_3^3 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Nieznane parametry  $T_m$  w równaniu (3.11) to wartości temperatury i pochodnych temperatury w węzłach elementów. Niewiadome  $T_m$  dla jednego elementu 8-węzłowego można zgrupować w wektor o 64 składowych:

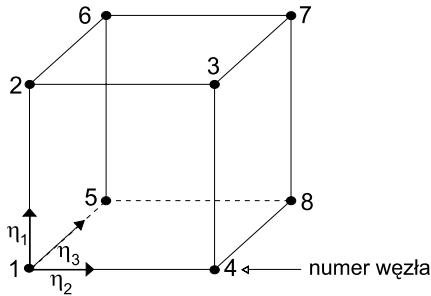
$$\begin{aligned} T_{1+8(n-1)} &= T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) \\ T_{2+8(n-1)} &= \partial T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / \partial \eta_1 \\ T_{3+8(n-1)} &= \partial T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / \partial \eta_2 \\ T_{4+8(n-1)} &= \partial T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / \partial \eta_3 \\ T_{5+8(n-1)} &= \partial^2 T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / (\partial \eta_1 \partial \eta_2) \\ T_{6+8(n-1)} &= \partial^2 T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / (\partial \eta_2 \partial \eta_3) \\ T_{7+8(n-1)} &= \partial^2 T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / (\partial \eta_1 \partial \eta_3) \\ T_{8+8(n-1)} &= \partial^3 T(\eta_{1n}, \eta_{2n}, \eta_{3n}) / (\partial \eta_1 \partial \eta_2 \partial \eta_3) \end{aligned} \quad (3.13)$$

gdzie:  $n$  jest numerem węzła a  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_3$  są współrzędnymi naturalnymi elementu sześciennego przedstawionego na rysunku 3.1.

**Tabela 3.1**

Funkcje kształtu trzeciego stopnia uzyskane za pomocą wielomianów Hermite'a [91]

$H_1 = G_1^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{33} = G_1^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_2 = G_1^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{34} = G_1^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_3 = G_1^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{35} = G_1^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_4 = G_1^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{36} = G_1^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_5 = G_1^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{37} = G_1^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_6 = G_1^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{38} = G_1^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_7 = G_1^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{39} = G_1^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_8 = G_1^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{40} = G_1^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_9 = G_2^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{41} = G_2^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{10} = G_2^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{42} = G_2^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{11} = G_2^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{43} = G_2^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{12} = G_2^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{44} = G_2^0(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{13} = G_2^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{45} = G_2^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{14} = G_2^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{46} = G_2^0(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{15} = G_2^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{47} = G_2^1(\eta_1)G_1^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{16} = G_2^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{48} = G_2^1(\eta_1)G_1^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{17} = G_2^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{49} = G_2^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{18} = G_2^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{50} = G_2^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{19} = G_2^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{51} = G_2^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{20} = G_2^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{52} = G_2^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{21} = G_2^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{53} = G_2^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{22} = G_2^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{54} = G_2^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{23} = G_2^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{55} = G_2^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{24} = G_2^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{56} = G_2^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{25} = G_1^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{57} = G_1^0(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{26} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{58} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{27} = G_1^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{59} = G_1^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{28} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{60} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{29} = G_1^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^0(\eta_3)$	$H_{61} = G_1^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^0(\eta_3)$
$H_{30} = G_1^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{62} = G_1^0(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{31} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{63} = G_1^1(\eta_1)G_2^0(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$
$H_{32} = G_1^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_1^1(\eta_3)$	$H_{64} = G_1^1(\eta_1)G_2^1(\eta_2)G_2^1(\eta_3)$



Rys. 3.1. Element sześcienny i przyjęty układ współrzędnych naturalnych  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$

### 3.1. Ocena dokładności zastosowanego modelu numerycznego przewodzenia ciepła w płycie

Identyfikacja warunku brzegowego na chłodzonej natryskiem powierzchni płyty wymaga dobrania odpowiedniego podziału płyty na elementy prostopadłościenne oraz długości przyrostu czasu  $\Delta\tau$ . Do tego celu użyto rozwiązywania równania przewodzenia ciepła metodą elementów skończonych z liniowymi funkcjami kształtu [87]. Drukarność tego modelu (w tab. 3.2 oznaczonego jako Re-Mo) zweryfikowano na podstawie rozwiązania jednowymiarowego równania przewodzenia ciepła wyprowadzonego przez J. Fouriera [67]:

$$\vartheta(x_1, \tau) = \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} \frac{\mu_n}{\delta(\mu_n + \cos \mu_n \sin \mu_n)} \cdot \cos\left(\mu_n \frac{x_1}{\delta}\right) e^{-\frac{\lambda \tau}{\rho c \delta^2} \mu_n^2} \int_{-\delta}^{\delta} F(x_1) \cos\left(\mu_n \frac{x_1}{\delta}\right) dx_1 \quad (3.14)$$

Wartości pierwiastków charakterystycznych  $\mu_n$  wyznaczono z rozwiązania równania:

$$\operatorname{ctg} \mu_n = \frac{\lambda \mu_n}{\alpha \delta} \quad (3.15)$$

gdzie  $\delta$  – grubość płyty.

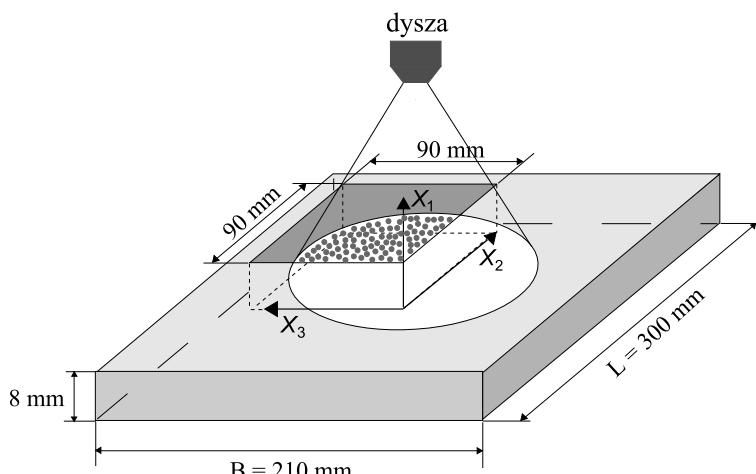
W równaniu (3.14)  $\vartheta(x_1, \tau) = T(x_1, \tau) - T_a$  oznacza nadwyżkę temperatury, natomiast  $F(x_1) = T(x_1, \tau_0) - T_a$  początkowy rozkład temperatury dla  $\tau = \tau_0$ . W obliczeniach temperatury płyty w równaniu (3.14) przyjęto  $n = 100$  wyrazów szeregu.

Równanie (3.14) pozwala na określenie temperatury w dowolnym punkcie płyty  $x_1$ , w każdej chwili czasu  $\tau$  i dla dowolnego początkowego rozkładu temperatury  $F(x_1)$  dla następujących warunków brzegowych:

$$\text{dla } x_1 = 0 \quad \dot{q}(\tau) = 0 \quad (3.16)$$

$$\text{dla } x_1 = \delta \quad \dot{q}(\tau) = \alpha(T_p(\tau) - T_a) \quad (3.17)$$

Schemat chłodzenia płyty oraz przyjęty układ współrzędnych przedstawiono na rysunku 3.2.

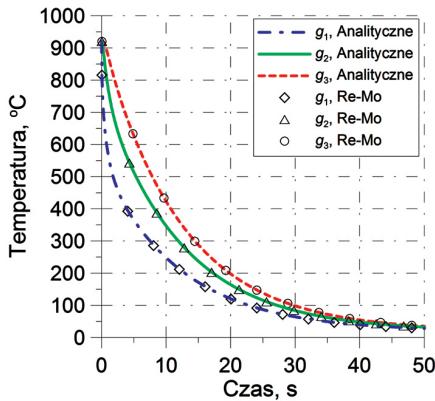


**Rys. 3.2.** Schemat chłodzenia płyty oraz przyjęty układ współrzędnych w rozwiązyaniu równania przewodzenia ciepła

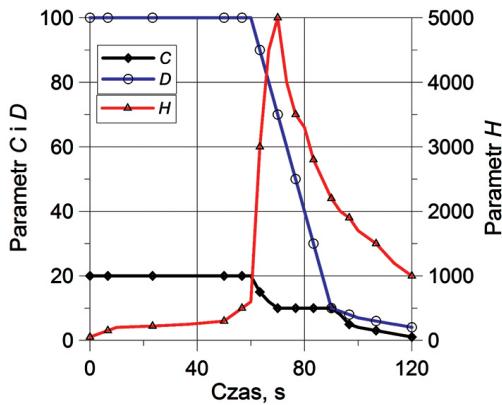
Dokładność modelu referencyjnego oceniono, analizując przebieg chłodzenia płyty o grubości  $\delta = 0.008$  m i stałych właściwościach termofizycznych. Do obliczeń przyjęto: współczynnik przewodzenia ciepła  $\lambda = 21 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ , ciepło właściwe  $c = 535 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ , gęstość  $\rho = 8470 \text{ kg}/\text{m}^3$ . Założono, że płyta o temperaturze początkowej  $925^\circ\text{C}$  jest chłodzona od góry płynem o temperaturze  $t_a = 20^\circ\text{C}$ . Przyjęto czas chłodzenia 50 s oraz stały współczynnik wymiany ciepła o wartości  $\alpha = 5000 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Przebiegi zmian temperatury płyty w punktach:  $g_1, g_2, g_3$  o współrzędnych  $x_1$  wynoszących: 8, 6 i 4 mm przedstawiono na rysunku 3.3.

W przypadku modelu referencyjnego Re-Mo wykorzystującego liniowe funkcje kształtu zastosowano 22 elementy w kierunku  $x_1$  (grubość płyty) oraz przyrost czasu  $\Delta\tau = 0.05$  s. Rozwiązywanie równania przewodzenia ciepła modelem referencyjnym dało przebiegi zmian temperatury praktycznie identyczne jak rozwiązanie analityczne. Maksymalny błąd modelu referencyjnego Re-Mo wynosił  $2.5^\circ\text{C}$ , a błąd średni  $0.2^\circ\text{C}$ .

Dysponując modelem referencyjnym o wysokiej dokładności, można dokonać wyboru podziału płyty na elementy prostopadłościenne z nieliniowymi funkcjami kształtu dla warunków chłodzenia płyty zbliżonych do działania natrysku wodnego.



Rys. 3.3. Przebiegi zmian temperatury wyznaczone z rozwiązań analitycznego Fouriera oraz otrzymane przy zastosowaniu modelu referencyjnego Re-Mo



Rys. 3.4. Zastosowany rozkład parametrów  $C$ ,  $D$  i  $H$  w równaniu określającym warunek brzegowy (3.19) i (3.20)

Dokładność modeli nieliniowych, oznaczonych w tabeli 3.2 jako: H1-Mo, H2-Mo, H3-Mo i H4-Mo w zastosowaniu do rozwiązywania równania przewodzenia ciepła, porównano z modelem referencyjnym. W wykonanej analizie przyjęto na powierzchni chłodzonej warunek brzegowy umożliwiający modelowanie współczynnika wymiany ciepła zmiennego w czasie oraz na powierzchni chłodzonej:

$$\dot{q}(x_1 = 0.008, x_2, x_3, \tau) = \alpha(x_2, x_3, \tau)(T_p - T_a) \quad (3.18)$$

Wartość współczynnika wymiany ciepła została określona z opracowanej funkcji testowej o postaci:

$$\alpha(x_2, x_3, \tau) = C(\tau) [1 + H(\tau) \bar{r}(\tau) e^{-\bar{r}}] \quad (3.19)$$

W równaniu (3.19) wielkość  $\bar{r}(\tau)$  jest parametrem skalującym o następującej postaci:

$$\bar{r}(\tau) = \left[ D(\tau) \sqrt{x_2^2 + x_3^2} \right]^2 \quad (3.20)$$

Zmianę w czasie wartości współczynników:  $C$ ,  $D$  i  $H$  przedstawiono na rysunku 3.4. Prawidłowy dobór wartości tych parametrów pozwala na modelowanie chłodzenia płyty zbliżonego do warunków rzeczywistych panujących podczas chłodzenia strumieniem wody.

Postać równania (3.19) umożliwia wykonanie obliczeń numerycznych w przypadku, gdy na powierzchni występują duże gradienty temperatury wynikające z zaniku fazy wrzenia błonkowego i rozwoju krytycznego strumienia ciepła, o wartościach dochodzących do  $18 \text{ kW}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Ponadto równanie (3.19) umożliwia modelowanie przemieszczania się krytycznego strumienia ciepła wzduł odległości punktu materialnego od osi dyszy w sposób podobny do działania dyszy natryskowej.

We wszystkich testach przyjęto zerowe warunki brzegowe na bocznych powierzchniach płyty w postaci:

$$\dot{q}(x_1, x_2 = 0, x_3, \tau) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0 \quad (3.21)$$

$$\dot{q}(x_1, x_2 = 0.09, x_3, \tau) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0 \quad (3.22)$$

$$\dot{q}(x_1, x_2, x_3 = 0, \tau) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0 \quad (3.23)$$

$$\dot{q}(x_1, x_2, x_3 = 0.09, \tau) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0 \quad (3.24)$$

Gęstość strumienia ciepła na powierzchni dolnej wyliczono z równania określającego straty ciepła do otoczenia w wyniku radiacji i konwekcji:

$$\dot{q}(x_1 = 0, x_2, x_3, \tau) = \alpha_{kon1}(T_p - T_a) + \alpha_{rad1}(T_p - T_a) \quad (3.25)$$

**Tabela 3.2**

Dokładność modeli elementów skończonych uzyskana w rozwiązaniu równania przewodzenia ciepła w płyce

Parametr	Model przewodzenia ciepła					
	Re-Mo	H1-Mo	H2-Mo	H3-Mo	H4-Mo	
Liczba elementów w kierunku $x_1$	22	1	1	1	2	
Liczba elementów w kierunku $x_2$	18	5	4	3	4	
Liczba elementów w kierunku $x_3$	18	5	4	3	4	
Liczba stopni swobody	8303	576	400	256	600	
Przyrost czasu $\Delta\tau$ , s	0.05	0.50	0.50	0.50	0.50	
Błąd, °C	+ $\Delta T_{\max}$	0	-0.76	-1.08	-3.70	-0.98
	- $\Delta T_{\max}$	0	1.91	1.61	3.47	1.22
	Średni	0	0.30	0.32	0.50	0.26

Założono, że chłodzona płyta wykonana była ze stopu Inconel. Zmianę właściwości termofizycznych stopu Inconel uzależniono od temperatury ( $0^{\circ}\text{C} = t = 1000^{\circ}\text{C}$ ) wg zależności (3.26)–(3.28) [47].

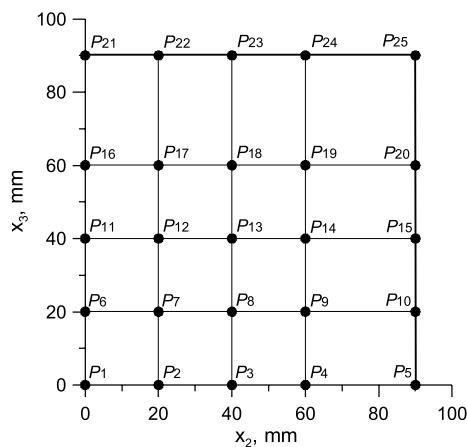
$$c(t) = 449.8 + 0.1216276083 \cdot t + 0.0001466471955 \cdot t^2 + 3.396667865 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 \quad (3.26)$$

$$\lambda(t) = 14.4678 + 0.01391 \cdot t + 0.00000298 \cdot t^2 \quad (3.27)$$

$$\rho = 8470 \quad (3.28)$$

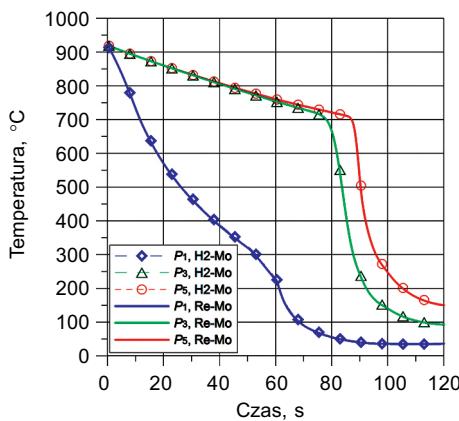
Testy modeli elementów skończonych zostały wykonane dla przyjętych warunków brzegowych opisanych równaniami od (3.18) do (3.25). Obliczano przebiegi zmian temperatury w punktach położenia spoiny termoelementów (rys. 3.5), 2 mm poniżej powierzchni chłodzonej.

Cztery modele elementów skończonych: H1-Mo, H2-Mo, H3-Mo i H4-Mo porównano z modelem referencyjnym Re-Mo. Przedstawione w tabeli 3.2 wyniki pozwalają stwierdzić, iż wszystkie analizowane modele pozwoliły uzyskać bardzo niską wartość średniego błędu rozwiązania. Najwyższą wartość błędu wynoszącą  $3.5^{\circ}\text{C}$  uzyskano dla modelu H3-Mo, cechującego się najmniejszą liczbą stopni swobody. Przy zastosowaniu modeli H1-Mo i H4-Mo uzyskano nieznaczną poprawę dokładności rozwiązania w stosunku do modelu H2-Mo, ale wymagały one podwojenia liczby stopni swobody. Czas obliczeń przy zastosowaniu modelu referencyjnego jest kilkanaście razy dłuższy od czasu obliczeniowego przy zastosowaniu pozostałych zredukowanych modeli.



Rys. 3.5. Lokalizacja termoelementów oraz zastosowany podział jednej czwartej chłodzonej płyty na 16 elementów prostopadłościennych z nieliniowymi funkcjami kształtu

Na rysunku 3.6 porównano przebiegi zmian temperatury w punktach:  $P_1$ ,  $P_3$ ,  $P_5$ , wyznaczone modelem referencyjnym i modelem H2-Mo. Rozkłady temperatury są praktycznie identyczne, maksymalny błąd rozwiązania równania przewodzenia ciepła modelem referencyjnym wynosi  $1.6^{\circ}\text{C}$ .



Rys. 3.6. Przebiegi zmian temperatury wyznaczone przy zastosowaniu modelu referencyjnego Re-Mo oraz modelu H2-Mo z nieliniowymi funkcjami kształtu

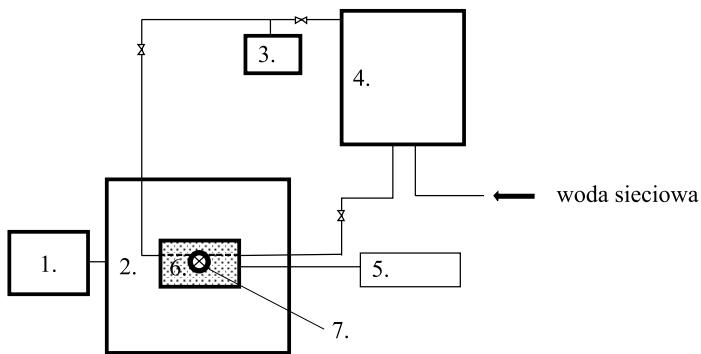
W przypadku obliczeń zagadnień odwrotnych poszukiwane są modele numeryczne cechujące się dużą dokładnością oraz szybkością obliczeń. Wykazano, że rozwiązanie równania przewodzenia ciepła modelem H2-Mo, opartym na nieliniowych funkcjach kształtu jedynie z 400 stopniami swobody, powala uzyskać zadowalającą dokładność i czas obliczeń dla zadanego złożonego warunku brzegowego na powierzchni chłodzonej. Model ten został wykorzystany w dalszych obliczeniach identyfikujących warunki brzegowe wymiany ciepła podczas chłodzenia płyty dyszą natryskową z udziałem wrzenia powierzchniowego.

## **4. Badania eksperymentalne chłodzenia płyt natryskiem wodnym**

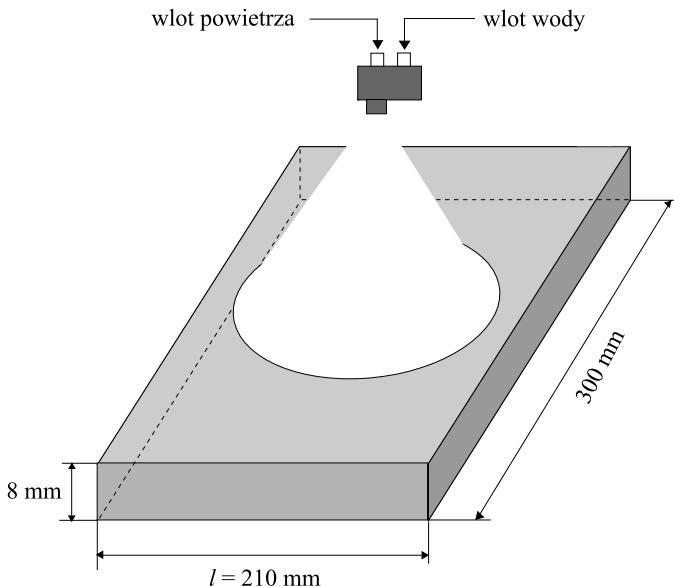
Uzyskane z rozwiązania odwrotnego wyniki zmiany współczynnika wymiany ciepła powinny odzworowywać rzeczywiste warunki panujące podczas wrzenia na powierzchni chłodzonej. Jednakże zastosowanie metody odwrotnej wymaga spełnienia kilku podstawowych kryteriów. Do jednego z nich zalicza się budowę prawidłowego, odpowiedniego stanowiska badawczego, które spełnia wymagania określone przez model matematyczny oraz w pełni odzwierciedla warunki panujące podczas rzeczywistego procesu. W wyniku przeprowadzonych eksperymentów uzyskuje się dane pomiarowe niezbędne do budowy funkcji celu w rozwiązaniu odwrotnym.

Dane wymagane do rozwiązania odwrotnego uzyskano na stanowisku do pomiaru pola temperatury płyty chłodzonej laminarnie lub natryskiem wodnym, zlokalizowanym w Katedrze Techniki Cieplnej i Ochrony Środowiska Akademii Górnictwo-Hutniczej. Schemat stanowiska pokazano na rysunku 4.1. Stanowisko pomiarowe składało się z trzech zasadniczych części: elektrycznego pieca oporowego, komory chłodzenia z dyszą i zbiornika z wodą. Badaniom poddano trzy płyty o wymiarach: wysokość  $h = 8$  mm, szerokość  $l = 210$  mm i długość  $b = 300$  mm, które wykonane były z różnych materiałów. Płyta była nagrzewana w piecu do wymaganej temperatury, a następnie, za pomocą automatycznego podajnika, przenoszona do komory chłodzenia, w której jedna z jej powierzchni była schładzana natryskiem wody. Powierzchnia płyty po drugiej stronie oraz powierzchnie boczne chłodzone były w powietrzu. Czas transportu z pieca do komory wynosił około 1 s. Chłodzenie w powietrzu nie miało wpływu na dokładność identyfikacji warunku brzegowego. Rozwiążanie odwrotne w tym przypadku identyfikowało warunek brzegowy dla chłodzenia płyty w powietrzu.

Konstrukcja systemu podawania wody i powietrza do dyszy umożliwiała kontrolę ciśnienia oraz temperatury płynów. Przepływ wody mierzono przepływomierzem o klasie dokładności  $\pm 0.5\%$ . W komorze badawczej materiał chłodzony mógł być umieszczany w pozycji poziomej lub pionowej. W rozpatrywanym przypadku próbka znajdowała się w płaszczyźnie pionowej, prostopadle do strumienia wody. Natrysk wody podawany był z jednej dyszy typu MNQ 1040 T1SH [116] (rys. 4.2). Kąt stożka strugi wody wynosił  $60^\circ$ , natomiast odległość dyszy od powierzchni 120 mm. Teoretyczny zasięg działania dyszy wyznaczył obszar chłodzenia w kształcie koła o promieniu 60 mm. Natrysk prowadzony był na centralną część płyty, oś strugi znajdowała się w środku ciężkości powierzchni chłodzonej.



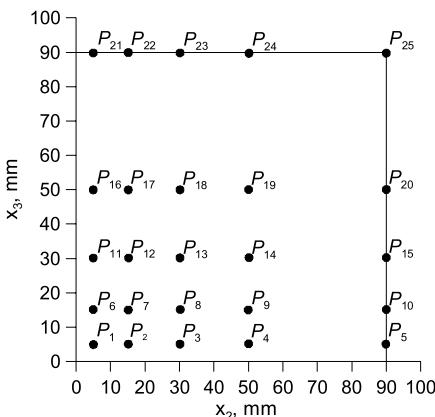
**Rys. 4.1.** Schemat stanowiska pomiarowego: 1 – elektryczny piec, 2 – komora badawcza, 3 – układ podawania powietrza, 4 – zbiornik wody, 5 – układ pomiaru temperatury, 6 – dysza wodno-powietrzna, 7 – próbka z termoelementami



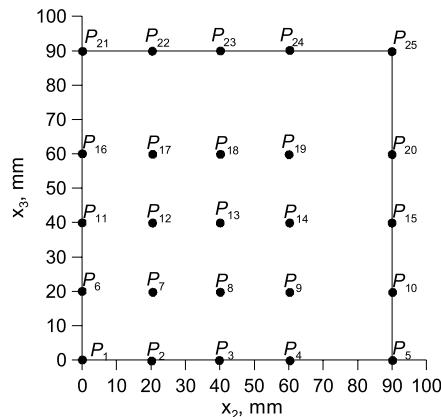
**Rys. 4.2.** Schemat chłodzenia płyty za pomocą dyszy wodno-powietrznej

Pomiar temperatury prowadzono w 25 punktach za pomocą termoelementów płaszczowych typu K o średnicy 80  $\mu\text{m}$ , umieszczonych w osłonie o średnicy 500  $\mu\text{m}$ . Czujniki pomiaru temperatury zamieszczone były 2 mm poniżej chłodzonej płyty w otworach o średnicy 0,5 mm. Otwory nawiercono od strony niechłodzonej, prostopadle do powierzchni chłodzonej. Temperaturę rejestrowano za pomocą układu pomiarowego, z częstotliwością 0,1 s. Klasa dokładności układu rejestrującego temperaturę wynosiła 0,2%. Dokładność termoelementów gwarantowana przez producenta wynosiła

$\pm 0,4\%$  zmierzonej wartości temperatury. Schemat rozmieszczenia czujników przedstawiono na rysunkach 4.3, 4.4. Dobór punktów pomiarowych wynikał przede wszystkim z założenia symetrycznego chłodzenia powierzchni przez dyszę oraz przeprowadzonych wstępnych testów [88].



Rys. 4.3. Schemat położenia termoelementów w próbce S309



Rys. 4.4. Schemat położenia termoelementów w próbkach wykonanych z Inconelu i H13JS

Proces chłodzenia płyty rozpoczęła się od jednorodnej temperatury w całej objętości próbki, wynoszącej około  $919^{\circ}\text{C}$ . Temperatura wody chłodzącej wynosiła około  $17^{\circ}\text{C}$  dla płyt wykonanych z Inconelu oraz stali S309 i około  $15^{\circ}\text{C}$  dla płyt wykonanych ze stali H13JS. Czas chłodzenia w powietrzu do momentu pojawiения się natrysku wody wynosił średnio około 7.5 s w przypadku Inconelu i stali H13JS. W przypadku próbki ze stali S309 wynosił około 11 s. Podstawowe parametry pomiarów zamieszczono w tabelach 4.1 i 4.2, skład chemiczny chłodzonych stali w tabeli 4.3.

Tabela 4.1

Zestawienie podstawowych danych analizowanych prób chłodzenia

Materiał	Kod pomiaru	$\dot{V}_s$ – gęstość strumienia wody, $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$	Czas pomiaru, s	Ciśnienie wody, MPa
Inconel	<i>a</i>	1.64	155	0.10
	<i>b</i>	2.47	90	0.25
	<i>c</i>	3.05	70	0.40
H13JS	<i>a</i>	1.38	170	0.10
	<i>b</i>	2.31	90	0.25
	<i>c</i>	3.07	55	0.40
S309	<i>a</i>	1.92	158	0.10

**Tabela 4.2**  
Parametry procesu chłodzenia

<b>Kod pomiaru</b>	Inconel			H13JS			S309
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<b>Temperatura początkowa płyty, °C</b>	919.7	919.3	919.7	919.9	918.8	917.9	919.0
<b>Temperatura wody, °C</b>	17.5	17.3	17.2	15.3	14.8	15.4	17.0
<b>Czas chłodzenia w powietrzu, s</b>	7.5	7.8	7.0	7.0	7.5	7.0	11.0

**Tabela 4.3**  
Skład chemiczny analizowanych materiałów

<b>Materiał</b>	<b>Skład chemiczny, %</b>									
	C	Mn	Si	P	S	Cu	Cr	Ni	Co	Al
H13JS	maks. 0.12	maks. 0.80	1.00 1.30	maks. 0.040	maks. 0.030	maks. 0.30	12.0 14.0	maks. 0.50	–	0.80 1.10
AISI 309	maks. 0.20	maks. 2.00	maks. 1.00	maks. 0.045	maks. 0.030	–	22.0 24.0	12.0 15.0	–	–
Inconel 601	0.03	0.72	0.20	0.003	<0.007	0.04	23.0	59.4	0.03	1.35

## 5. Rozwiążanie odwrotne zagadnienia przewodzenia ciepła w płycie

Warunek brzegowy na powierzchni chłodzonej wodą poszukiwano w postaci funkcji zależnej od położenia i czasu:

$$\dot{q}(x_2, x_3, \tau) = \alpha(x_2, x_3, \tau)(T_p(x_2, x_3, \tau) - T_a) \quad (5.1)$$

Rozkład całkowitego współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej  $\alpha(x_2, x_3, \tau)$ , obejmującego wszystkie mechanizmy chłodzenia, przybliżano za pomocą metody elementów skończonych:

$$\alpha(x_2, x_3, \tau) = \sum_{i=1}^8 N_i P_i(\tau) \quad (5.2)$$

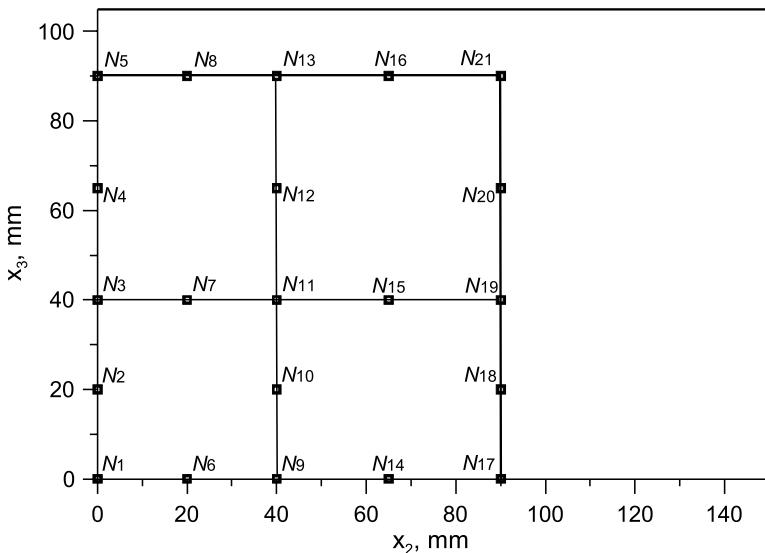
W rozwiążaniu zastosowano elementy powierzchniowe z parabolicznymi funkcjami kształtu  $N_i$  z rodziny Serendipity [154]. Podział obszaru wyznaczania współczynnika wymiany ciepła na elementy powierzchniowe przedstawiono na rysunku 5.1.

Zmianę współczynnika wymiany ciepła w czasie w każdym węźle elementu powierzchniowego aproksymowano funkcjami kształtu trzeciego stopnia  $F_j$ :

$$P_{ij}(\tau) = \sum_{j=1}^3 F_j(\eta) p_j \quad (5.3)$$

Dokładną aproksymację zmian współczynnika wymiany ciepła w czasie uzyskiwano przez podział całkowitego czasu chłodzenia na KM przedziałów. W przedziale czasu  $k$  z zakresu  $(\tau_{1k}, \tau_{2k})$  współrzedną naturalną  $\eta \in (0, 1)$  obliczano ze wzoru:

$$\eta = \frac{\tau - \tau_{1k}}{\tau_{2k} - \tau_{1k}} \quad (5.4)$$



**Rys. 5.1.** Zastosowany podział strefy wyznaczania współczynnika wymiany ciepła na 4 elementy powierzchniowe z parabolicznymi funkcjami kształtu

Zastosowany sposób aproksymacji zmian współczynnika wymiany ciepła w czasie i na powierzchni chłodzonej wymaga określenia wektora współczynników wymiany ciepła  $p_j$  o długości NHTC:

$$\text{NHTC} = (3\text{KM} + 1) \left[ \text{NY}(2\text{NX} + 1) + \text{NY}(\text{NX} + 1) + 2\text{NX} + 1 \right] \quad (5.5)$$

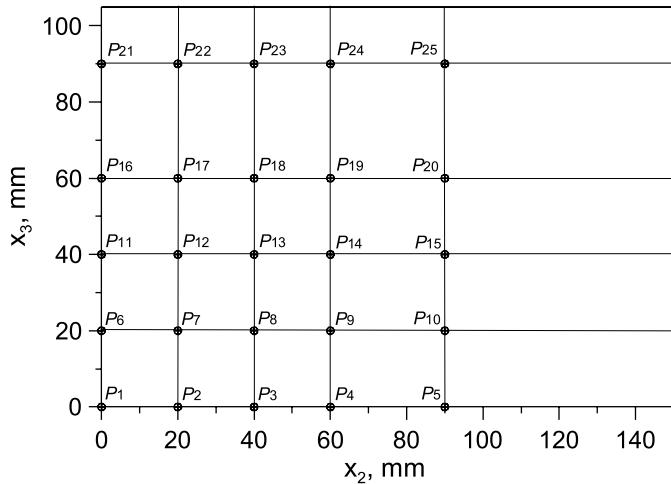
gdzie:

NY – liczba elementów powierzchniowych w kierunku  $x_3$ ,

NX – liczba elementów powierzchniowych w kierunku  $x_2$ .

Szczegółowy opis metody aproksymacji współczynnika wymiany ciepła przedstawiono w pracy autorki [88].

Powierzchnia płyty poddanej chłodzeniu znacznie przekraczała teoretyczny obszar zasięgu dyszy chłodzącej. W związku z tym pole identyfikacji współczynnika wymiany ciepła ograniczono w kierunku  $x_2$  i  $x_3$  do 90 mm (rys. 5.2). Pozostały fragment płyty ma pewien wpływ na temperaturę płyty w obszarze oznaczania współczynnika wymiany ciepła. W obliczeniach pola temperatury płyty zostało uwzględnione. Pole temperatury obliczano, uwzględniając symetrię dyszy, w obszarze 1/4 płyty. Szczegółowy opis warunków brzegowych na powierzchniach niechłodzonych wodą ( $Q_d$ ,  $Q_b$ ) przedstawiono w pracy autorki [88].



**Rys. 5.2.** Lokalizacja termoelementów oraz zastosowany podział jednej czwartej chłodzonej płyty na 25 elementów prostopadłościennych z nieliniowymi funkcjami kształtu

Przyjęty sposób aproksymacji współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej wodą wymaga obliczenia wartości parametrów  $p_i$ . Parametry te określano, minimalizując funkcję celu:

$$E(p_j) = \frac{1}{NTNP} \sum_{m=1}^{NT} \sum_{n=1}^{NP} \cdot \left\{ \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{\Delta T e^{nm}}{\Delta \tau} \right)^2}} \left( \frac{T e^{nm} - T(p_j)^{nm}}{T e^{nm}} \right) \right]^2 + W_n \left( \frac{\frac{\Delta T e^{nm}}{\Delta \tau} - \frac{T(p_j)^{nm}}{\Delta \tau}}{C^{nm}} \right)^2 \right\} \quad (5.6)$$

gdzie:

- $T e^{nm}$  – oznacza temperaturę otrzymaną w wyniku pomiaru na czujniku  $n$  w czasie  $\tau_m$ ,
- $T(p_j)^{nm}$  – oznacza temperaturę obliczoną nieliniowym modelem przewodzenia ciepła w położeniu czujnika  $n$  w czasie  $\tau_m$ ,
- $NP$  – liczba czujników temperatury,
- $NT$  – liczba punktów pomiaru temperatury w czasie chłodzenia przez jeden czujnik,
- $j = 1, \dots, NHTC$ .

Wartość  $C^{nm}$  została określona z następującego równania:

$$\begin{aligned} C^{nm} &= \frac{\Delta T e^{n,m}}{\Delta \tau} \quad \text{dla} \quad \frac{\Delta T e^{n,m}}{\Delta \tau} > 1 \\ C^{nm} &= 1 \quad \text{dla} \quad \frac{\Delta T e^{n,m}}{\Delta \tau} \leq 1 \end{aligned} \quad (5.7)$$

W równaniu (5.6) wartość  $W_n$  oznacza współczynnik wagi związany z termoelementem  $n$ . W obliczeniach przyjęto stałe współczynniki wagi  $W_n = 0.1$

Funkcję celu (5.6) minimalizowano metodą zmiennej metryki. Metoda zmiennej metryki należy do grupy metod gradientowych, wymagających określenia odwrotności macierzy drugich pochodnych. W obliczeniach zastosowano algorytm [76] Broydona–Fletcher–Goldfarba–Shanno (BFGS) do przybliżania macierzy drugich pochodnych. Algorytm ten został niezależnie zaproponowany przez Broydena [16], Fletcher [43], Goldfarba [46] i Shanno [133]. Numeryczna efektywność i dokładność tego algorytmu została podkreślona przez Liu [84]. Algorytm BFGS wymaga obliczania wartości funkcji celu i jej pochodnych względem minimalizowanych parametrów:

$$\frac{\partial E(p_i)}{\partial p_j} \approx \frac{E(p_i + \Delta p_j) - E(p_i)}{\Delta p_j} \quad (5.8)$$

W obliczeniach stosowano przyrost wartości parametru  $\Delta p_j = |p_j| \cdot 10^{-6}$ . Minimalizację funkcji celu zatrzymywano, gdy zostało spełnione jedno z dwóch kryteriów. W pierwszym kryterium kontrolowano zmianę wartości funkcji celu  $DE = E(p_j^{k-1}) - E(p_j^k)$  w kolejnych dwóch krokach minimalizacji. Drugie kryterium określa średnią wartość pochodnych  $DG$  funkcji celu względem minimalizowanych parametrów:

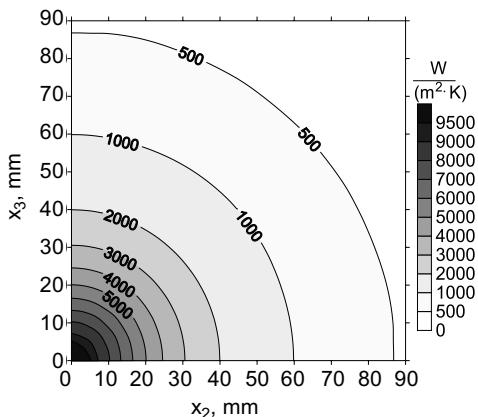
$$DG = \frac{1}{NHTC} \sum_{j=1}^{NHTC} \left| \frac{\partial E(p_i)}{\partial p_j} \right| \quad (5.9)$$

Minimalizacjękończono gdy parametr  $DE$  lub  $DG$  był mniejszy od zadanej dokładności  $EPS = 1 \cdot 10^{-10}$ .

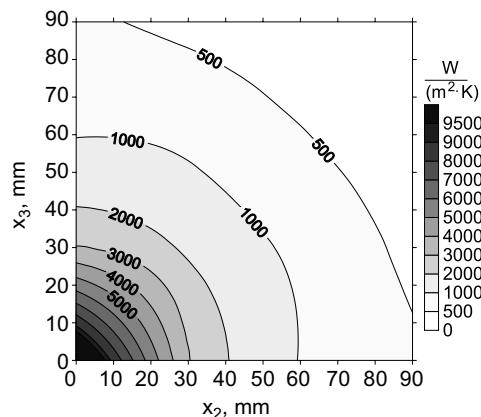
## 5.1. Ocena niepewności rozwiązania odwrotnego

Poprawność metodyki identyfikacji współczynnika wymiany ciepła zweryfikowano na podstawie testowych modeli warunków brzegowych, zbliżonych do warunków eksperymentu. Testowy warunek brzegowy określono analitycznie, gdzie rozkład współczynnika wymiany ciepła ulegał zmianie w czasie i na powierzchni chłodzonej.

Na rysunku 5.3 przedstawiono przykładowy rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni płyty dla  $\tau = 30$  s. Maksymalne wartości współczynnika wymiany ciepła założono w osi chłodzonego obszaru, które wraz z odległością punktu materialnego od osi ulegały zmianie w kierunku niższych wartości. Wartości współczynnika wymiany ciepła rosły do połowy czasu testu, tj. do 30 s, do maksymalnej wartości wynoszącej  $10\ 000\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  w osi badanego obszaru i  $241\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  na jego brzegu, następnie maleły do wartości początkowych, bliskich zera. Rozwiązanie odwrotne, uzyskane na podstawie wygenerowanych testowym warunkiem brzegowym zmian temperatury w punktach pomiaru temperatury, przedstawiono na rysunku 5.5B. Uzyskana z rozwiązania odwrotnego maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła wynosiła  $10\ 534\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , a minimalna  $230\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ . Wynik testu dał również prawie identyczny rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej (rys. 5.4 i 5.5A).



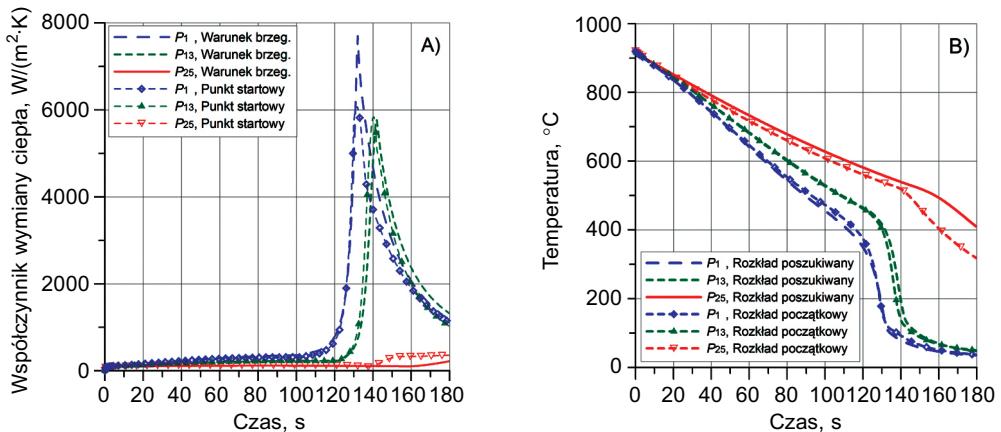
Rys. 5.3. Rozkład współczynnika wymiany ciepła, dla  $\tau = 30$  s, przyjęty jako warunek brzegowy do generowania zmian temperatury w punktach pomiarowych [88].  
 $\alpha_{\min} = 241\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 10\ 000\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$



Rys. 5.4. Rozwiązanie odwrotne uzyskane, dla  $\tau = 30$  s, na podstawie wygenerowanych zmian temperatury w punktach pomiarowych [88].

$$\begin{aligned}\alpha_{\min} &= 230\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}), \\ \alpha_{\max} &= 10\ 534\ \text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})\end{aligned}$$

Obszerne wyniki testów rozwiązania odwrotnego przedstawiono w pracy autorki [88]. W testach uzyskano dokładność identyfikacji maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła na poziomie 6%. Analizowano również wpływ niepewności rozwiązania z niemożliwością dokładnego określenia położenia termoelementów i własności termofizycznych chłodzonej płyty. Największy wpływ na wynik identyfikacji współczynnika wymiany ciepła miał błąd odczytu położenia termoelementów. Przesunięcie położenia termoelementów o 0.5 mm w kierunku powierzchni płyty podniósł błąd oznaczenia maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła do 13%. Ogólna dokładność rozwiązania oceniana na podstawie bilansu ciepła (równanie (6.2)) była wysoka. Błąd nie przekraczał 2% [88].



Rys. 5.5. Rozkłady współczynnika wymiany ciepła (A) i temperatury (B) w wybranych punktach, przyjęte jako punkt startowy do minimalizacji funkcji celu

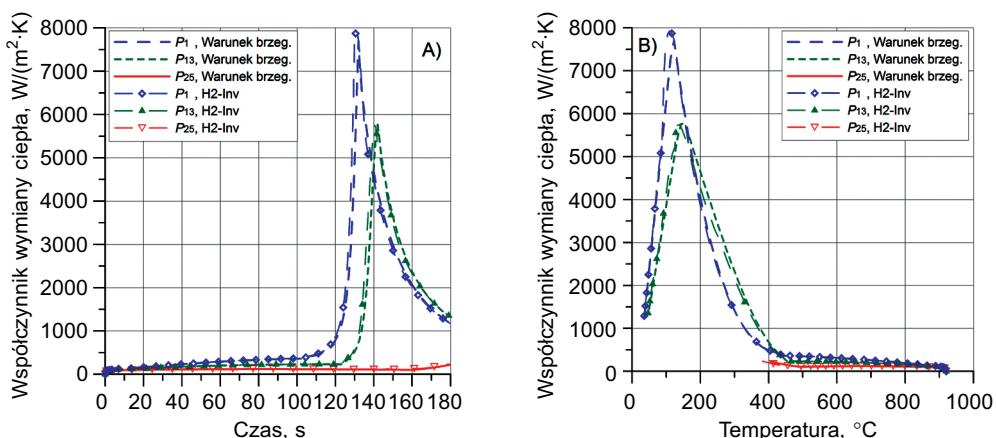
Uzyskany na podstawie pomiarów chłodzenia płyty ze stali S309 model warunku brzegowego [88], opisany wielomianami [92], dał podstawę do oceny dokładności rozwiązania odwrotnego w warunkach chłodzenia dyszą wodno-powietrzną użytą w badaniach eksperymentalnych. Warunek brzegowy określony równaniami podanymi w tabeli 2.5 wprowadzono do modelu referencyjnego Re-Mo i wygenerowano przebieg zmian temperatury w punktach położenia termoelementów w próbce z Inconelu (rys. 5.5A). Przyjęto czas chłodzenia 180 s. Obliczenia z wykorzystaniem rozwiązania odwrotnego wykonano dla modelu przewodzenia ciepła opartego na nieliniowych funkcjach kształtu. Podział 1/4 płyty na 25 elementów prostopadłościennych przedstawiono na rysunku 5.2. Na grubości płyty stosowano 1 element, zgodnie z wynikami testów przedstawionymi w tabeli 3.2. W minimalizacji funkcji celu (5.6) istotne jest również określenie początkowych wartości minimalizowanych parametrów  $p_i$ . Początkowe wartości tych parametrów uzyskano, wykonując minimalizację funkcji celu dla kolejnych węzłów elementów powierzchniowych (rys. 5.2). Do wyznaczenia rozkładu współczynnika wymiany ciepła w czasie w danym węźle elementu powierzchniowego używano danych pomiarowych temperatury z najbliższego termoelementu. Przyjęta strategia wyznaczania punktu startowego pozwoliła na przybliżone określenie poszukiwanego rozkładu współczynnika wymiany ciepła w czasie i przestrzeni. Na rysunku 5.5A przedstawiono uzyskany początkowy rozkład współczynnika wymiany ciepła w punktach:  $P_1$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{25}$ .

Rozkład początkowy oznaczony w tabeli 5.1, jako punkt startowy, różnił się od warunku brzegowego o: 16%, 1.5% i 64% odpowiednio w punktach:  $P_1$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{25}$ . Największy błąd odnotowano w punkcie  $P_{25}$ , gdzie przewodzenie ciepła z kierunku  $x_2$  i  $x_3$  jest istotne i rozwiązanie jednowymiarowe zastosowane do generowania punktu startowego daje duży błąd. Błąd maksymalny odchyłki pola temperatury od poszukiwanego rozkładu wynosił około 57°C. Błąd średni był niewielki i wynosił jedynie 2.3°C.

**Tabela 5.1**  
Parametry rozwiązań odwrotnego dla testowego warunku brzegowego

	Parametr					
	$\alpha_{\max}$ w $P_1$	$\alpha_{\max}$ w $P_{13}$	$\alpha_{\max}$ w $P_{25}$	Błąd średni	$-\Delta T_{\max}$	$\Delta T_{\max}$
	W/(m <sup>2</sup> ·K)	W/(m <sup>2</sup> ·K)	W/(m <sup>2</sup> ·K)	°C	°C	°C
Warunek brzegowy	7237	5765	217	0.0	0.0	0.0
Punkt startowy	6079	5836	357	2.3	-56.7	10.3
Rozwiązanie odwrotne	7926	5745	236	0.6	-7.8	8.3

Zastosowana strategia pozwoliła na wygenerowanie punktu startowego do optymalizacji funkcji celu bliskiego poszukiwanemu rozkładowi współczynnika wymiany ciepła i pola temperatury. W wyniku minimalizacji funkcji celu uzyskano rozkład współczynnika w funkcji czasu przedstawiony na rysunku 5.6A, a w funkcji temperatury na rysunku 5.6B. W wyniku minimalizacji uzyskano zmniejszenie maksymalnego błędu pola temperatury do poziomu 8°C, a błąd średni ukształtował się na poziomie 0.6°C. Dokładność określenia maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła (tab. 5.1) w punktach:  $P_1$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{25}$  wynosiła: 9.5%, 0.3%, 8.7%. Podsumowując, można stwierdzić, że zastosowana metoda identyfikacji współczynnika wymiany ciepła w czasie i przestrzeni cechuje się lokalnym błędem na poziomie 10%.

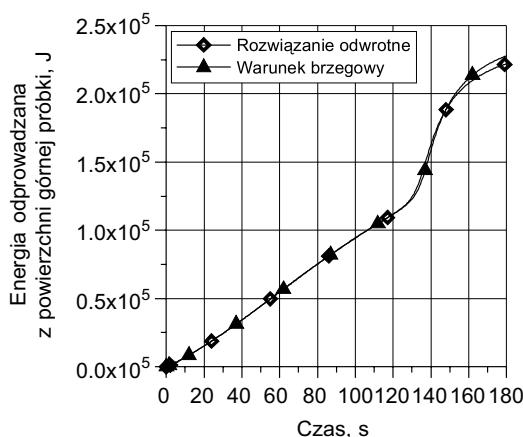


**Rys. 5.6.** Uzyskane rozwiązanie odwrotnie H2-Inv porównane z zadanym warunkiem brzegowym w punktach:  $P_1$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{25}$ .

- A) rozkład współczynnika wymiany ciepła w funkcji czasu,
- B) rozkład współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury

Należy zaznaczyć, że testowany warunek brzegowy definiuje współczynnik wymiany ciepła w funkcji temperatury powierzchni i odległości punktu materialnego od osi dyszy. Powoduje to, że sposób określenia warunku brzegowego poza obszarem określania współczynnika wymiany ciepła wpływa na temperaturę powierzchni próbki, a tym samym i na współczynnik wymiany ciepła. W rezultacie uzyskano testowy warunek brzegowy sprzężony z polem temperatury. Przedstawione w pracy [88] testy definiowały warunek brzegowy zależny od czasu, a nie od temperatury powierzchni chłodzonej, jak to ma miejsce w warunkach eksperymentu.

Na rysunku 5.7 porównano ilość ciepła odebranego z obszaru oznaczania współczynnika wymiany ciepła, uzyskaną z rozwiązań odwrotnego i obliczoną na podstawie całki zadanejgo warunku brzegowego. Ogólny błąd rozwiązania odwrotnego osiągnął 2.5% na końcu chłodzenia.



Rys. 5.7. Zmiana energii odebranej z powierzchni próbki uzyskana z rozwiązania odwrotnego oraz zmiana energii wyznaczona z testowanego warunku brzegowego (tab. 2.5)

## 6. Zastosowanie bilansu ciepła powierzchni do walidacji warunku brzegowego

Bilans energii powierzchni stwarza możliwość ogólnej weryfikacji poprawności warunku brzegowego na całej powierzchni chłodzonej. Sporządza się go na podstawie obliczeń wyznaczających ilość ciepła przejętego przez otoczenie w czasie chłodzenia (rys. 6.1). Ogólne równanie bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej ma postać:

$$\Delta Q_{przej} = \Delta Q_{przew} \quad (6.1)$$

gdzie:

- $\Delta Q_{przew}$  – ciepło dostarczone w wyniku przewodzenia do powierzchni, w czasie  $\Delta\tau$ ,  
 $\Delta Q_{przej}$  – ciepło przejęte z powierzchni przez otoczenie w wyniku promienowania i konwekcji w czasie  $\Delta\tau$ .

W przypadku gdy warunek brzegowy nie jest poprawnie określony, powstaje błąd bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej  $\Delta Q_{wb}$ :

$$\Delta Q_{wb} = \Delta Q_{przew} - \Delta Q_{pow} \quad (6.2)$$

Określenie ciepła doprowadzonego do powierzchni w wyniku przewodzenia nie jest na ogół proste. Dysponując pomiarami temperatury płyty i rozwiązaniem odwrotnym o wysokiej dokładności, można założyć:

$$\Delta Q_{przew} = \Delta Q_{odwr} \quad (6.3)$$

gdzie  $\Delta Q_{odwr}$  – ciepło przejęte w czasie  $\Delta\tau$  na powierzchni chłodzonej wyznaczone z rozwiązania odwrotnego.

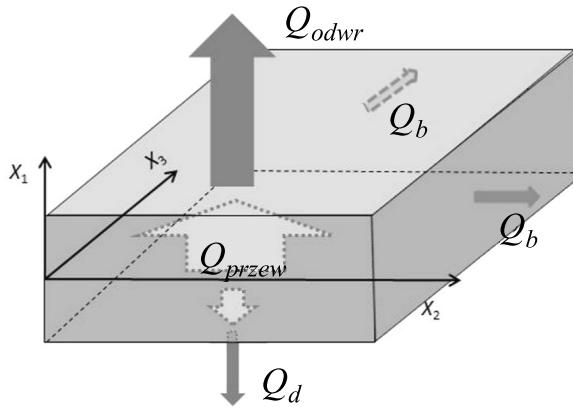
Wykazano, że rozwiązanie odwrotne pozwala na określenie bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej natryskiem wodnym z dokładnością  $\pm 2\%$  [88]. W rozpatrywanym przypadku ilość ciepła dostarczonego do powierzchni chłodzonej określono na podstawie pomiarów chłodzenia płyty nagrzanej w piecu oporowym:

$$Q_{odwr} = \int_0^{\tau} \int_{x_3=0}^{x_3=90} \int_{x_2=0}^{x_2=90} \alpha_{cat}(x_2, x_3, \tau) (T_p(x_2, x_3, \tau) - T_a) dx_2 dx_3 d\tau \quad (6.4)$$

gdzie:

$\tau$  – czas,

$\alpha_{cat}$  – całkowity współczynnik wymiany ciepła obejmujący wszystkie mechanizmy chłodzenia.



Rys. 6.1. Schemat bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej

Równanie (6.4) pozwala określić ilość odbieranego ciepła z powierzchni górnej w wyniku jej intensywnego chłodzenia dyszą wodną. Ciepło przejęte na powierzchni dolnej  $Q_d$  wyliczono z warunku brzegowego, uwzględniając straty ciepła do otoczenia w wyniku radiacji i konwekcji:

$$q_e = q_{rad} + q_{kon} \quad (6.5)$$

$$q_{rad} = \alpha_{rad} (T_p - T_k) = \frac{\left[ 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot \varepsilon_z (T_p^4 - T_k^4) \right]}{(T_p - T_k)} (T_p - T_k) \quad (6.6)$$

gdzie  $T_k$  – temperatura komory chłodzącej, K.

Emisyjność zastępczą  $\varepsilon_z$ , wynikającą z wzajemnej konfiguracji chłodzonej płyty w stosunku do komory chłodzącej, wyznaczono z wzoru:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{S_s}{S_k} \left( \frac{1}{\varepsilon_k} - 1 \right)} \quad (6.7)$$

gdzie:

$\varepsilon_k$  – emisyjność powierzchni komory wykonanej ze stali nierdzewnej, przyjęto  $\varepsilon_k = 0.2$ ,

$S_s$  – pole powierzchni chłodzonej płyty, przyjęto  $S_s = 0.134 \text{ m}^2$ ,

$S_k$  – pole powierzchni komory chłodniczej, przyjęto  $S_k = 4.33 \text{ m}^2$ .

Emisyjność powierzchni chłodzonej  $\varepsilon_s$  stali pokrytej warstwą zgorzeliny wyznaczono z zależności [89]:

$$\varepsilon_s = 1.2 - 0.52 \frac{t_p}{1000} \quad (6.8)$$

Współczynnik konwekcyjnej wymiany ciepła na powierzchniach płyty niechłodzonych wodą obliczano z zależności [151]:

$$q_{kon} = \frac{0.1 Ra^{\frac{1}{3}} \cdot \lambda_a}{l} (T_p - T_a) \quad (6.9)$$

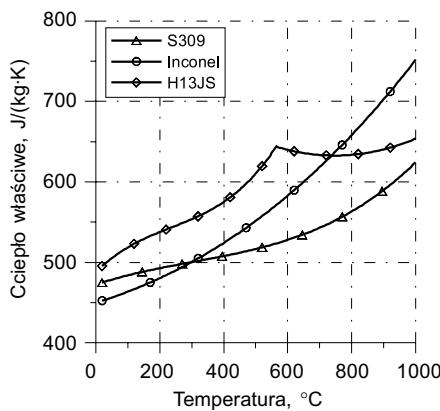
gdzie:

- $l$  – wymiar charakterystyczny, przyjęto wysokość płyty  $l = 0.21$  m (rys. 4.2),
- $\lambda_a$  – współczynnik przewodzenia ciepła powietrza wyznaczony dla średniej temperatury powierzchni płyty i powietrza,
- Ra – liczba Rayleigha [151].

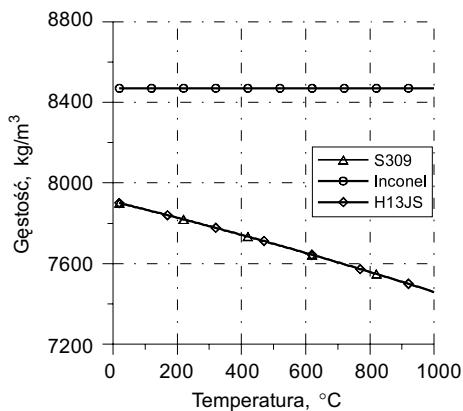
## **7. Identyfikacja współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła dla płyt chłodzonych natryskiem wodnym**

Rozwiązania zagadnienia odwrotnego, mające na celu identyfikację warunku brzegowego przy chłodzeniu natryskowym, przeprowadzono dla płyt wykonanych z trzech różnych materiałów (tab. 4.3). Identyfikację współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła wykonano dla siedmiu przypadków chłodzenia płyt opisanych w tabeli 4.1. W rozwiązaniu odwrotnym zastosowano model przewodzenia ciepła, w którym 1/4 powierzchni płyty podzielono na 25 elementów (rys. 5.2). W strefie oznaczania współczynnika wymiany ciepła model ten jest zgodny z modelem przewodzenia ciepła H2-Mo (tab. 3.2 i rys. 3.5). Rozszerzenie obliczeń przewodzenia ciepła do 1/4 chłodzonej płyty miało na celu uwzględnienie wpływu przewodzenia ciepła z obszarów płyty poza strefą oznaczania współczynnika wymiany ciepła, na temperaturę płyty w strefie oznaczania współczynnika wymiany ciepła. Zastosowane warunki brzegowe poza obszarem identyfikacji współczynnika wymiany ciepła opisano we wspólnautorskiej pracy [88]. Obliczenia przeprowadzono dla własności termofizycznych, zależnych od temperatury. Uzyskane na podstawie danych zawartych w pracy [47] zmiany współczynnika przewodzenia ciepła przedstawiono na rysunku 7.1, ciepła właściwego na rysunku 7.2, a gęstości materiału na rysunku 7.3.

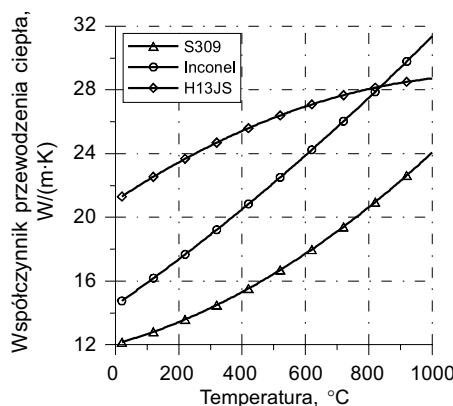
W rozwiązaniu odwrotnym zastosowano podział strefy oznaczania współczynnika wymiany ciepła przedstawiony na rysunku 5.1. Współczynnik wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej przybliżano za pomocą czterech elementów powierzchniowych, o łącznej liczbie węzłów wynoszącej 21. W każdym węźle elementu powierzchniowego współczynnik wymiany ciepła aproksymowano w czasie za pomocą funkcji kształtu trzeciego stopnia, w sposób opisany w rozdziale 5. Czas chłodzenia podzielono na przedziały od 15 do 18, w zależności od długości czasu chłodzenia. Zastosowany sposób aproksymacji współczynnika wymiany ciepła wymagał wyznaczenia drogą minimalizacji funkcji celu (5.6) od 966 do 1155 wartości parametrów  $p_i$ . Zastosowane parametry rozwiązań odwrotnych zestawiono w tabeli 7.1. W wyniku minimalizacji funkcji celu uzyskano przybliżenie temperatury płyt w punktach pomiarowych z wysoką dokładnością. Przedstawione w tabeli 7.1 dane pozwalają stwierdzić, iż we wszystkich analizowanych przypadkach uzyskano bardzo niską wartość średniego błędu rozwiązania pola temperatury. Najwyższą wartość błędu pola temperatury wynoszącą  $3.1^\circ\text{C}$  uzyskano dla wariantu  $c$ , stal H13JS. Błąd odchyłki pola temperatury wynosił maksymalnie  $10.4^\circ\text{C}$  dla pomiaru  $b$ , stal H13JS, i minimalnie  $5.3^\circ\text{C}$  dla pomiaru  $b$ , Inconel.



Rys. 7.1. Zestawienie zależności ciepła właściwego od temperatury dla stali H13JS, S309 oraz Inconelu



Rys. 7.2. Zestawienie zależności gęstości od temperatury dla stali H13JS, S309 oraz Inconelu



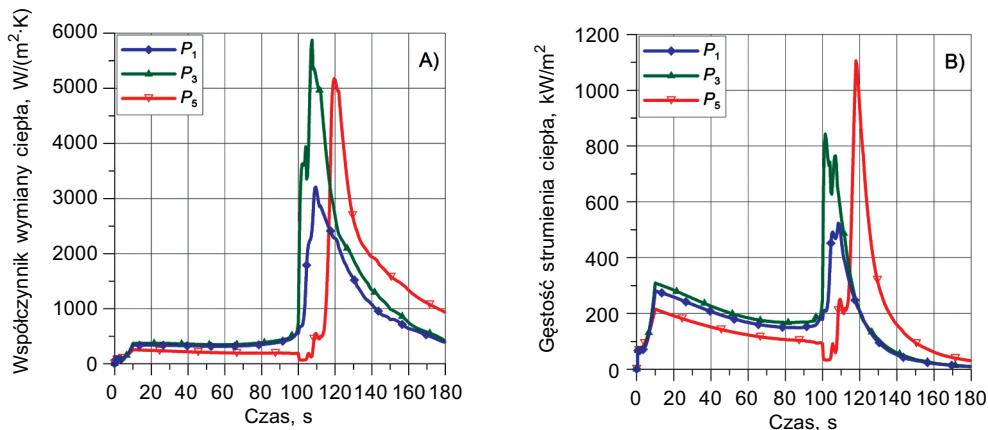
Rys. 7.3. Zestawienie zależności przewodnictwa cieplnego od temperatury dla stali H13JS, S309 oraz Inconelu

Tabela 7.1

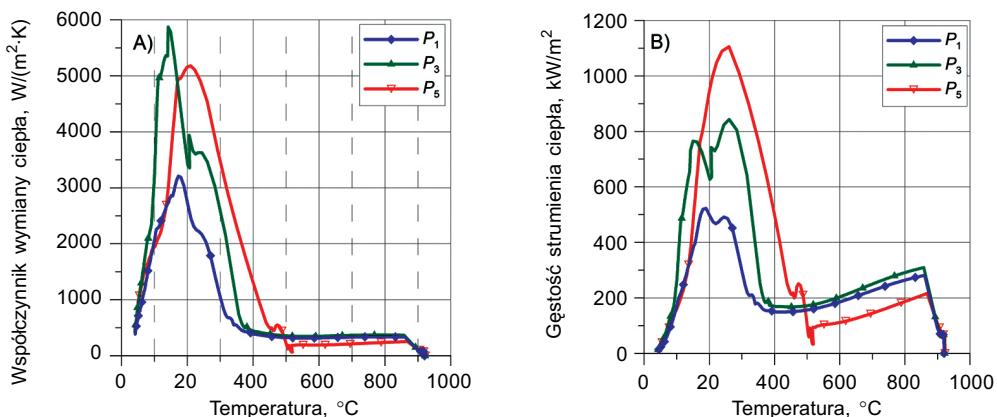
Parametry zastosowane w rozwiązańach odwrotnych i uzyskana dokładność rozwiązania

Materiał		Inconel			H13JS			S309
Kod pomiaru		<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
Błąd, °C	+ΔT <sub>max</sub>	7.2	5.3	6.1	6.1	10.4	6.1	11.4
	-ΔT <sub>max</sub>	-9.7	-5.7	-9.0	-16.7	-12.1	-17.0	-7.7
	Średni	1.4	1.3	1.4	2.4	2.2	3.1	1.7
Liczba stopni swobody, <i>p<sub>i</sub></i>		1029	1092	1029	1092	1029	1155	966
Liczba przedziałów czasu		16	17	16	17	16	18	15

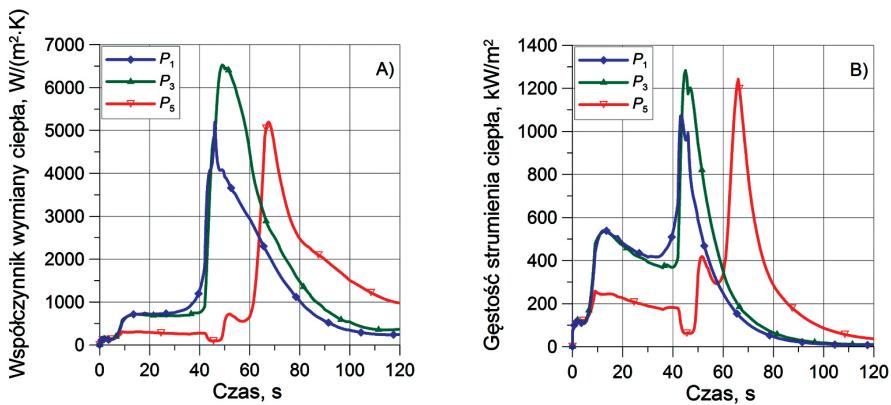
Zmiany współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła w funkcji temperatury powierzchni i czasu chłodzenia przedstawiono na rysunkach 7.4–7.17. Wyniki rozwiązań odwrotnych przedstawiono w trzech wybranych punktach Gaussa o współrzędnych:  $P_1$  ( $x_3 = 3.75$  mm,  $x_2 = 3.75$  mm),  $P_3$  ( $x_3 = 3.75$  mm,  $x_2 = 40$  mm),  $P_5$  ( $x_3 = 3.75$  mm,  $x_2 = 85$  mm), położonych najbliżej punktów pomiaru temperatury  $P_1$ ,  $P_3$  i  $P_5$  (rys. 5.2).



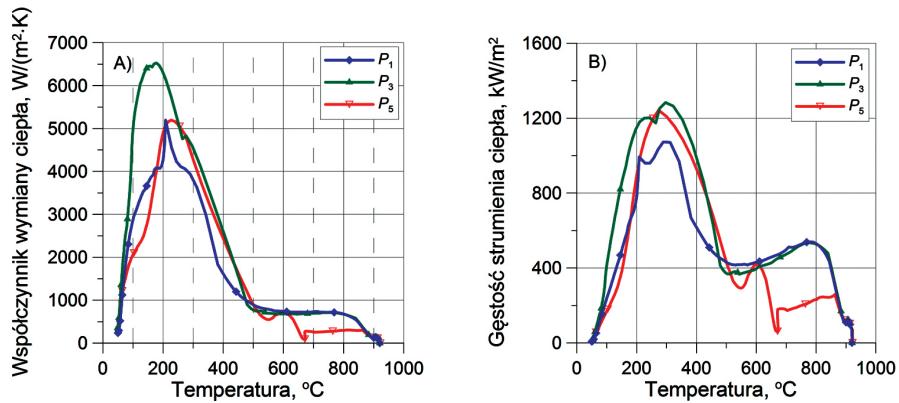
**Rys. 7.4.** Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



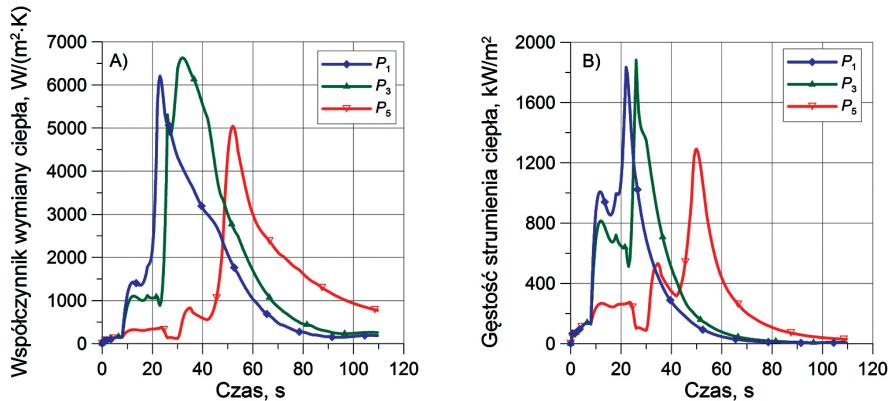
**Rys. 7.5.** Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



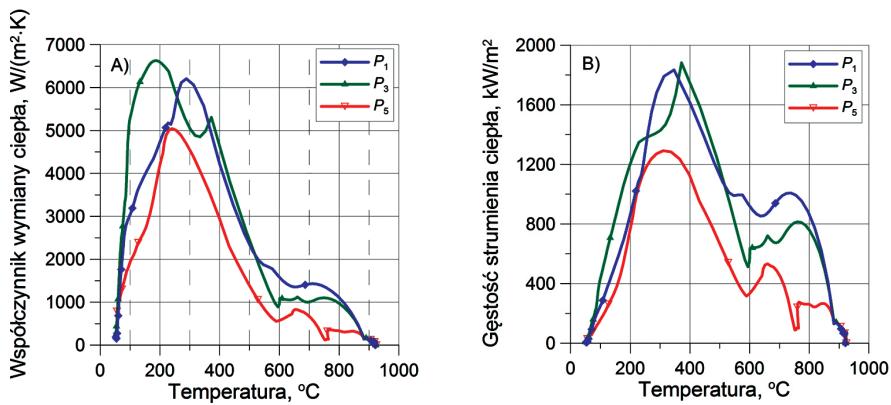
Rys. 7.6. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.25 MPa



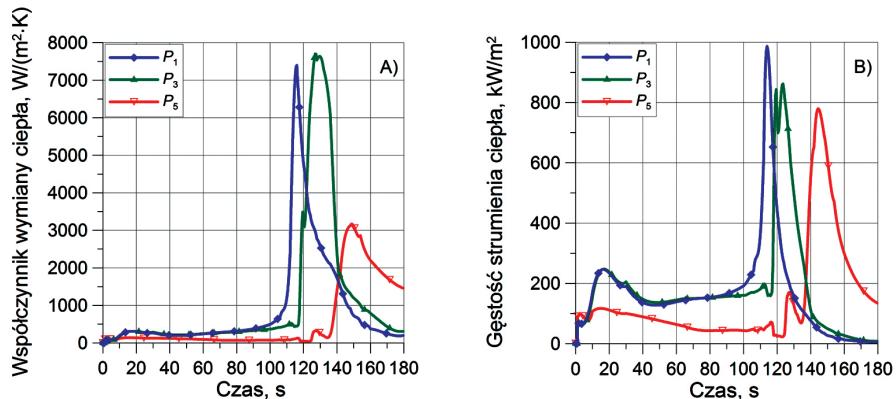
Rys. 7.7. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.25 MPa



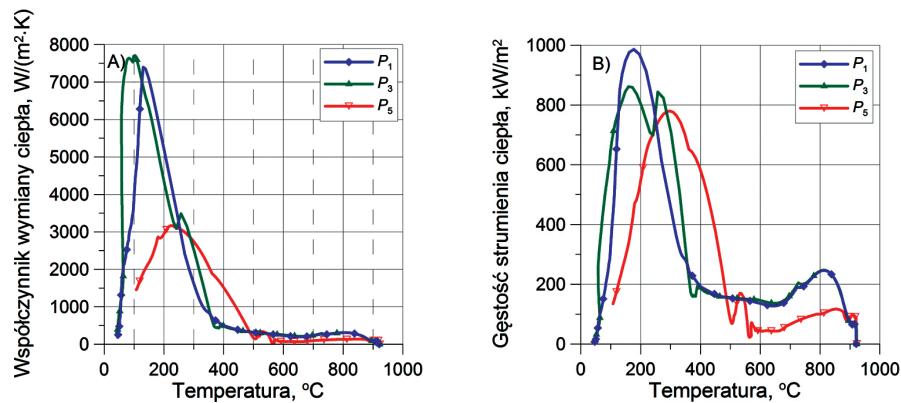
Rys. 7.8. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.4 MPa



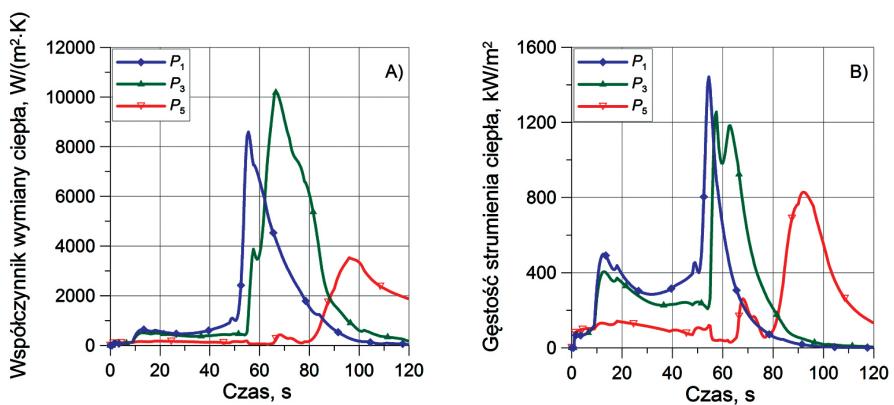
Rys. 7.9. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty z Inconelu chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.4 MPa



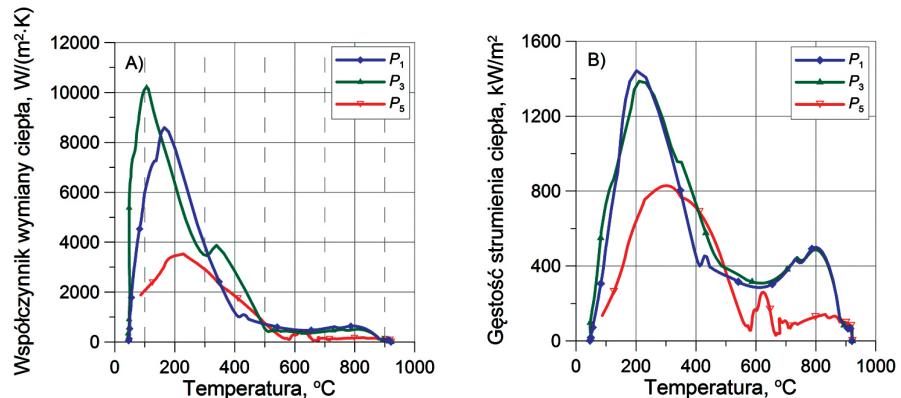
Rys. 7.10. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



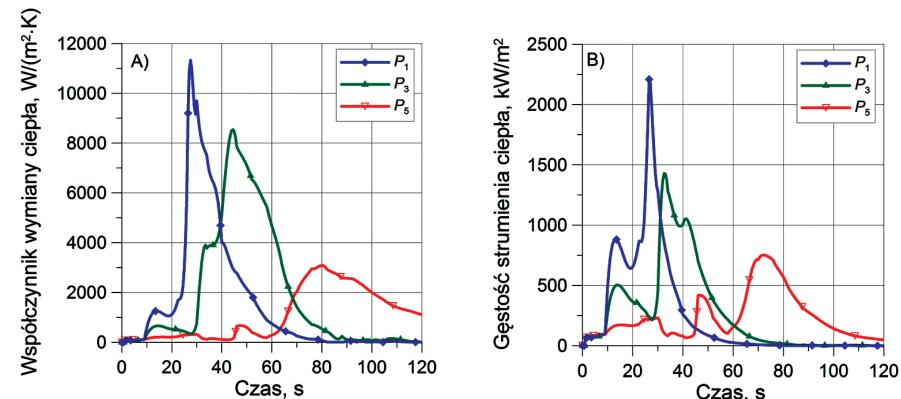
Rys. 7.11. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązania odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



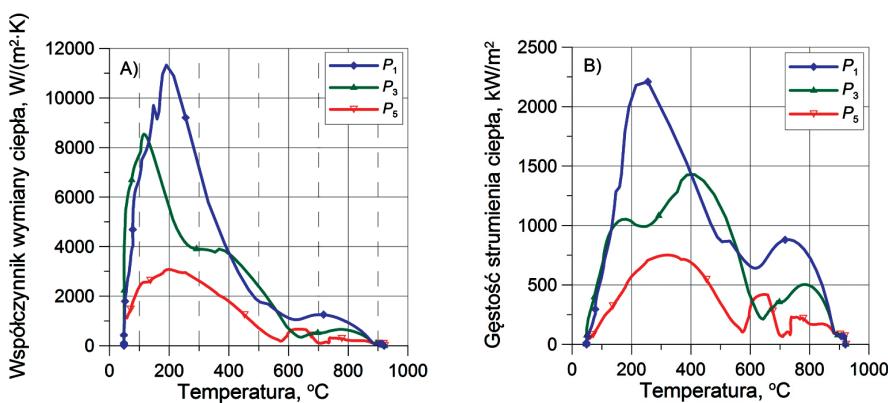
Rys. 7.12. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.25 MPa



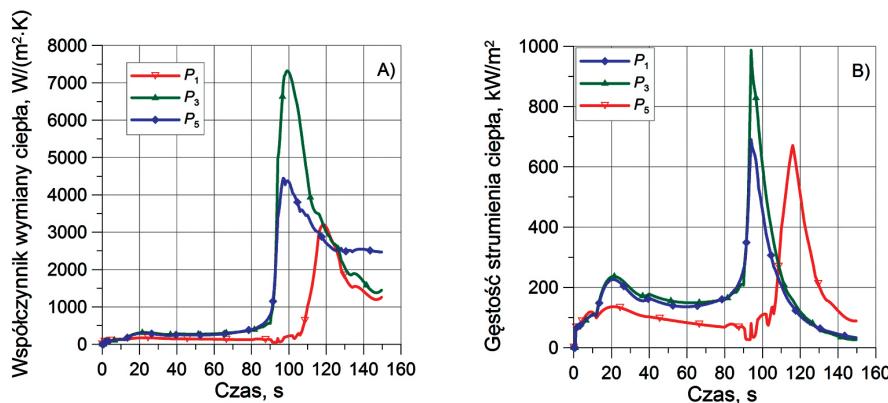
Rys. 7.13. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.25 MPa



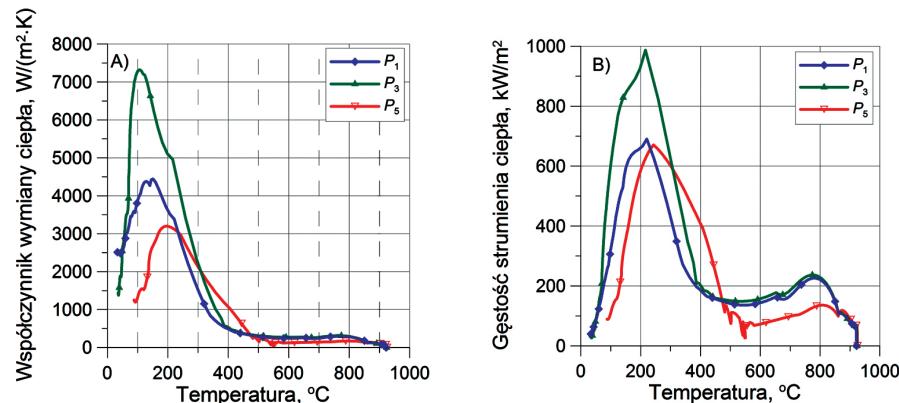
Rys. 7.14. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.4 MPa



Rys. 7.15. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali H13JS chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.4 MPa



Rys. 7.16. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji czasu wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali S309 chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



Rys. 7.17. Współczynnik wymiany ciepła (A) oraz gęstość strumienia ciepła (B) w funkcji temperatury wyznaczone z rozwiązań odwrotnego dla płyty ze stali S309 chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa

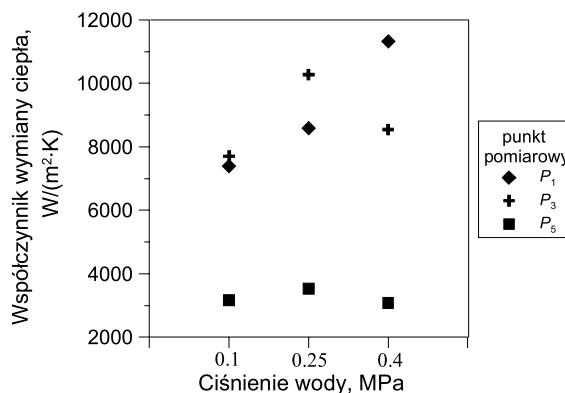
W przypadku Inconelu, dla ciśnienia wody 0.1 MPa (rys. 7.5A), gwałtowny wzrost współczynnika wymiany ciepła, spowodowany zakończeniem fazy wrzenia błonkowego, rozpoczął się od temperatury powierzchni wynoszącej około 400°C dla 1 i 3 punktu pomiarowego oraz około 500°C dla punktu 5. Czas wrzenia błonkowego przy tym ciśnieniu wynosił około 100 s (rys. 7.4A). Zwiększenie ciśnienia wody spowodowało przesunięcie temperatury Leidenfrosta do wyższych wartości, wynoszących około 500°C dla ciśnienia 0.25 MPa (rys. 7.7A) i do około 600°C dla ciśnienia 0.4 MPa (rys. 7.9A), dla trzech analizowanych punktów. Jednocześnie wzrost ciśnienia spowodował skrócenie okresu wrzenia błonkowego do około 40 s przy ciśnieniu 0.25 MPa (rys. 7.6B) i do około 20 s przy ciśnieniu 4 MPa (rys. 7.8B). Wzrost ciśnienia wody chłodzącej spowodował również wzrost maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła w osi dyszy, od ok. 3 kW/(m<sup>2</sup>·K) przy najniższym ciśnieniu do ok. 6 kW/(m<sup>2</sup>·K) przy najwyższym ciśnieniu. Przyczyną opisanych zjawisk było zwiększenie prędkości kropel cieczy spowodowane wyższym ciśnieniem, w wyniku czego nastąpił wzrost ich pędu. Umożliwiło to dotarcie większego strumienia cieczy do chłodzonej powierzchni. Maksymalną wartość współczynnika wymiany ciepła otrzymano w zakresie temperatury powierzchni od 100°C do 290°C.

W przypadku chłodzenia stali H13JS, koniec wrzenia błonkowego miał miejsce przy temperaturze około 400°C i ciśnieniu 0.1 MPa (rys. 7.11A). Wzrost ciśnienia spowodował przesunięcie temperatury końca wrzenia błonkowego do około 500°C (rys. 7.13A), przy średnim ciśnieniu, i do około 600°C przy najwyższym ciśnieniu (rys. 7.15A). Czas wrzenia błonkowego był o około 10 s dłuższy przy ciśnieniu 0.1 MPa (rys. 7.10B) i ciśnieniu 0.25 MPa (rys. 7.12B) niż w przypadku chłodzenia Inconelu. Przy najwyższym ciśnieniu okres wrzenia błonkowego wynosił około 25 s (rys. 7.14B). W przypadku stali S309 okres wrzenia błonkowego przy ciśnieniu 0.1 MPa był najkrótszy i wynosił około 90 s (rys. 7.16B). Temperatura Leidenfrosta była przy tym ciśnieniu najwyższa i wynosiła około 500°C (rys. 7.17A).

Konstrukcja dyszy rozpylającej w istotnym stopniu wpływa na rozkład prędkości i energię kinetyczną kropel uderzających w chłodzoną powierzchnię. Otrzymane krzywe wykazują zmienność warunku brzegowego w czasie i na powierzchni chłodzonej natryskiem wodnym, wynikającą z niejednorodności gęstości strumienia płynu, spowodowaną budową dyszy. Obszar chłodzenia znajdujący się bezpośrednio w osi dyszy (punkt  $P_1$ ) wykazuje znacznie mniejsze wartości współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła w stosunku do punktu  $P_3$ . Mechanizm podawania wody sprawia, iż obszar najintensywniejszego chłodzenia tworzy pierścień o promieniu od  $r \approx 25$  mm do  $r \approx 45$  mm, w którego zasięgu położony jest punkt  $P_3$ . Najniższe wartości współczynnika wymiany ciepła uzyskano dla punktu  $P_5$  znajdującego się na obwodzie stożka zasięgu dyszy.

Dla wszystkich analizowanych przypadków najwyższe wartości gęstości strumienia ciepła przejmowanego z powierzchni w zakresie wrzenia błonkowego uzyskano dla punktu  $P_5$ , najwyższe dla punktu  $P_1$ . Maksymalna gęstość strumienia ciepła występowała w zakresie temperatury powierzchni od 170°C do 350°C.

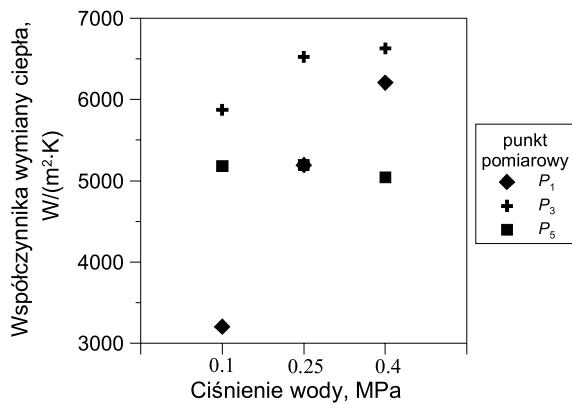
Dla stali H13JS, charakteryzującej się wyższą wartością współczynnika przewodzenia ciepła niż Inconel, uzyskano wyższe wartości maksymalnego współczynnika wymiany ciepła w punktach pomiarowych  $P_1$  i  $P_3$  (rys. 7.18). Średnia różnica w wartościach pomiędzy oboma materiałami wynosiła około  $4230 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla punktu  $P_1$  i  $2440 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla punktu  $P_3$ . Istotny wpływ na uzyskany wynik ma strumień przewodzonego ciepła. W przypadku materiałów o wyższym współczynniku przewodzenia ciepła pozwala to na wzrost intensywności dostarczanej energii cieplnej do powierzchni poddanej chłodzeniu. Jednakże w przypadku punktu  $P_5$  uzyskano średnio o  $1880 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  wyższe wartości dla stopu Inconel. Również w punkcie  $P_5$  dla trzech analizowanych ciśnień wody, wartość współczynnika wymiany ciepła maksymalnie różniła się pomiędzy poszczególnymi obliczeniami zaledwie o  $425 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla stali H13JS i o  $151 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla stopu Inconel. W tym przypadku, ze względu na lokalizację punktu pomiarowego, na uzyskany wynik wpływ miało ciepło przewodzone z obszaru będącego poza zasięgiem działania dyszy wodno-powietrznej.



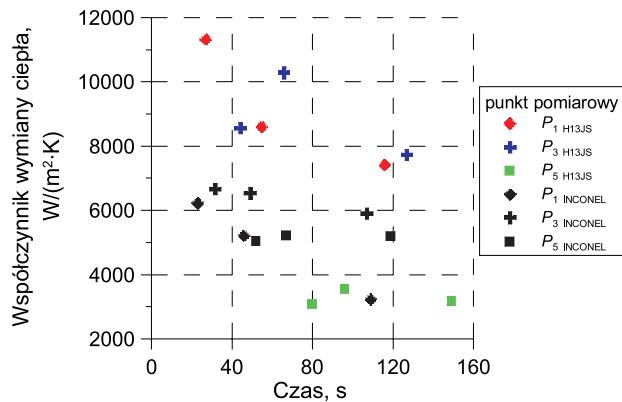
Rys. 7.18. Maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła uzyskana dla stali H13JS w punktach:  $P_1$ ,  $P_3$  i  $P_5$  w zależności od ciśnienia wody

Maksymalne wartości współczynnika wymiany ciepła uzyskane dla stopu Inconel (rys. 7.19) leżały w zakresie pomiędzy  $6630 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  a  $3200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , natomiast dla stali H13JS pomiędzy  $11330 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  a  $3080 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  (rys. 7.18). Czas uzyskania maksymalnej wartości współczynnika wymiany ciepła był zbliżony dla obu materiałów w punkcie  $P_1$ . W pozostałych punktach uzyskano szybszy czas pojawiения się maksymalnej fazy wrzenia dla stopu Inconel (rys. 7.20).

Przedstawione w rozdziale 7 wyniki identyfikacji współczynnika wymiany ciepła dostarczają danych, które umożliwiają budowę warunków brzegowych wymiany ciepła na powierzchni metali chłodzonych natryskiem wodno-powietrznym. W pracy, w rozdziale 10, podjęto próbę budowy warunków brzegowych na postawie uzyskanych wyników.



Rys. 7.19. Maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła uzyskana dla stopu Inconel w punktach:  $P_1$ ,  $P_3$  i  $P_5$  w zależności od ciśnienia wody



Rys. 7.20. Maksymalne wartości współczynnika wymiany ciepła uzyskane w punktach:  $P_1$ ,  $P_3$  i  $P_5$  w zależności od czasu, dla ciśnienia 0.1 MPa, 0.25 MPa i 0.4 MPa

## **8. Walidacja modeli warunku brzegowego dla chłodzenia natryskowego**

Dysponując rozwiązaniem odwrotnym, umożliwiającym określenie rozkładu współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej w czasie chłodzenia natryskowego, dokonano walidacji wybranych modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, wykorzystywanych w symulacjach numerycznych procesów metalurgicznych. Walidację przeprowadzono na postawie uzyskanych, opisanych w rozdziałach 4 i 7, wyników z rozwiązania zagadnienia odwrotnego oraz pomiarów temperatury chłodzonych płyt wykonanych w laboratorium Katedry Techniki Cieplnej i Ochrony Środowiska Akademii Górnictwo-Hutniczej. Badaniom zostały poddane trzy płyty, wykonane ze stali H13JS i S309 oraz stopu Inconel. Zakres pomiarów został podany w tabeli 4.2. W tabeli 4.1 zestawiono parametry chłodzenia oraz przyjęty w dalszej części pracy kod poszczególnych pomiarów. Określona z rozwiązania odwrotnego ilość przejętego ciepła  $Q_{odwr}$  z powierzchni chłodzonej natrykiem była podstawowym kryterium przeprowadzonej walidacji wybranych modeli warunku brzegowego, zamieszczonych w tabeli 8.1. Porównano również zmianę temperatury w czasie chłodzenia, uzyskaną za pomocą pomiarów, z wynikami obliczeń numerycznych. Obliczenia numeryczne pola temperatury chłodzonej płyty wykonano nieliniowym modelem metody elementów skończonych H2-Mo opisanym w rozdziale 3. Obliczenia temperatury płyt wykonano w punktach położenia termoelementów (rys. 4.3 i 4.4). Analizie poddano także zmiany współczynnika wymiany ciepła w czasie. Weryfikację warunków brzegowych podczas chłodzenia natryskowego wykonano dla empirycznych zależności zestawionych w tabeli 8.1 z wyłączeniem wzorów: wz.5, wz.6, wz.7, wz.8, wz.9, wz.15, wz.18, wz.19. Pominięte wzory zawierają parametry, których nie można było jednoznacznie określić na podstawie przeprowadzonych badań eksperymentalnych. Zakres zastosowania poszczególnych wzorów jest różny, jednakże z wyłączeniem równania wz.21, wszystkie pozostałe mogą zostać wykorzystane do określenia warunku brzegowego podczas chłodzenia natryskowego stali. Obliczenia numeryczne przy wykorzystaniu wytypowanych wzorów zostały przeprowadzone dla szerszego, niż proponował autorzy, zakresu gęstości strumienia wody. Dostosowano natomiast zakres obliczeń do zdefiniowanych przez autorów przedziałów temperatury chłodzonej powierzchni. Jak wykazały obliczenia wstępne, te założenia okazały się słuszne, zatem zakres zastosowania

niektórych wzorów można było rozszerzyć. W przypadku równań opisujących współczynnik wymiany ciepła w niepełnym zakresie, w stosunku do przeprowadzonych w eksperymentach pomiarów temperatury, zaproponowano połączenie dwóch zależności umożliwiających wykonanie obliczeń dla pełnego zakresu chłodzenia.

**Tabela 8.1**

Zestawienie wybranych modeli warunku brzegowego dla chłodzenia natryskowego

Nr wzoru	Wzór	Literatura
wz.1	$\alpha = A \dot{V}_s^b (1 - ct_w)$	[99]
wz.2	$\alpha = \frac{1}{k} [1570 \dot{V}_s^{0.55} (1 - 0.0075 t_w)]$	[109]
wz.3	$\alpha = 3.15 \cdot 10^9 \dot{V}_s^{0.616} \left[ \frac{t_p - 700}{700 + \frac{t_p - 700}{\exp(0.1t_p - 70) + 1}} \right]^{-2.455}$ $\cdot \left[ 1 - \frac{t_p - 700}{\exp(0.025t_p - 6.25) + 1} \right] + \alpha_{rad}$	[61]
wz.4	$\alpha = 581 \dot{V}_s^{0.451} (1 - 0.0075 t_w)$	[68]
wz.5	$\alpha = [10w + (107 + 0.688w) \cdot \dot{V}_s]$	[107]
wz.6	$\alpha = 87.2 \dot{V}_s^{0.65} w^{0.37} [1 - 0.009(t_p - 20)]$	[39]
wz.7	$\alpha = 10^{1.48} t_p^{-0.1358} w^{0.6293} \dot{V}_{s1}^{0.2734}$	[50]
wz.8	$\alpha = 1.1611 \cdot 10^{-3} \dot{V}_{s1}^{0.663} \cdot 10^{-0.00147t_p}$	[106]
wz.9	$\alpha = 1.611 \cdot 10^{-0.97} \dot{V}_{s1}^{0.713} \cdot 10^{-0.0015t_p}$	[106]
wz.10	$\alpha = 708 \dot{V}_s^{0.75} t_p^{-1,2} + 0.116$	[127]
wz.11	$\alpha = 107.2 \dot{V}_{s1}^{0.793} \cdot 10^{-0.00154t_p}$	[103]
wz.12	$\alpha = 190 \pm 25 + \operatorname{tgh} \left( \frac{\dot{V}_s}{8} \right)$ $\cdot \left( 140 \pm 4 \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T}{72 \ 000 \pm 3500} \right] + 3.26 \pm 0.16 \cdot \Delta T^2 \left\{ 1 - \operatorname{tgh} \left( \frac{\Delta T}{128 \pm 1.6} \right) \right\} \right)$	[148]
wz.13	$\alpha = D \dot{V}_{s1}^{0.8} \cdot 10^{E \cdot t_p}$	[101]

**Tabela 8.1 cd.**

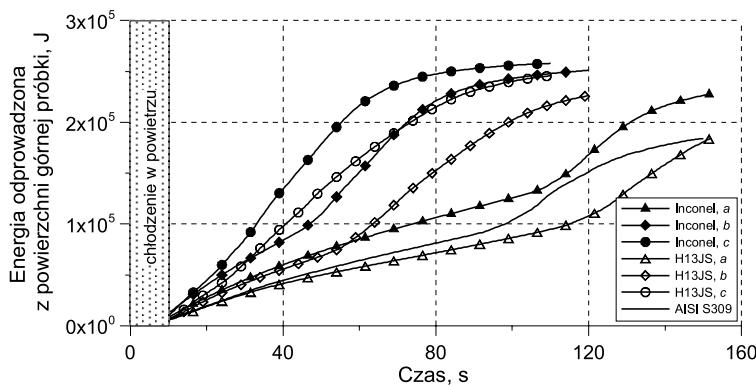
wz.14	$\alpha = 3.31 \cdot 10^6 \dot{V}_s^{0.616} / t_p^{2.445} + \alpha_{rad}$	[110]
wz.15	$\alpha = (4.4265 \cdot P + 7.3670) \cdot 10^4$	[37]
wz.16	$\alpha = 116 + 10.44 \dot{V}_s^{0.815}$	[128]
wz.17	$\alpha = 0.69 \log\left(\frac{\dot{V}_s}{0.0006}\right) \left[ 1.4 \sqrt{\lambda \rho C} \exp\left(0.32 \frac{T_p - T_c}{T_b - T_c}\right) + \alpha_v \right] + \alpha_{rad}$	[5]
wz.18	powierzchnia górna $\alpha = \varphi \frac{2186.7}{10^6} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{AU} \left(\frac{v}{v_0}\right)^{BU}$ powierzchnia dolna $\alpha = \varphi \frac{767}{10^6} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{AD} \left(\frac{v}{v_0}\right)^{BD}$	[55]
wz.19	$\alpha = 8.75 \dot{V}_s^{1.0} w^{0.68} + 219$	[69]
wz.20	$\alpha(t_p, t_a, r)$ , tabela 2.5	[88]
wz.21	$\alpha = a + b\delta_1 + \frac{c}{t_p} + d\delta_1^2 + \frac{e}{t_p^2} + \frac{f\delta_1}{t_p} + g\delta_1^3 + \frac{h}{t_p^3} + \frac{i\delta_1}{t_p^2} + \frac{j\delta_1^2}{t_p}$	[121]

## 8.1. Określenie zakresu wrzenia błonkowego

Wyniki obliczeń numerycznych uzyskane z rozwiązywania zagadnienia odwrotnego pozwoliły ocenić ilość ciepła odebranego z powierzchni w czasie chłodzenia natryskiem wodnym. Uzyskane wyniki wykazały, że szybkość przejmowanego ciepła dla rozpatrywanych przypadków uzależniona była od rodzaju chłodzonego materiału oraz od ciśnienia mieszaniny wodno-powietrznej doprowadzanej do dyszy (rys. 8.1). Dla wyższych ciśnień mieszaniny wody z powietrzem, czas uzyskania założonej temperatury końcowej płyty był krótszy. Zmianie ulegała również szybkość przejmowania ciepła w czasie, która silnie zależy od przebiegu wrzenia. W czasie wrzenia błonkowego ilość odprowadzonego ciepła miała charakter liniowy. Jest ona ściśle związana z względnie niewielką zmianą współczynnika wymiany ciepła podczas występowania błony pary na powierzchni chłodzonej. Dalsze chłodzenie spowodowało gwałtowny wzrost szybkości odbioru energii w wyniku zmniejszającego się stopnia przegrzania wody powyżej temperatury nasycenia, zaniku błony pary izolującej i intensywniejszego przejmowania ciepła w zakresie wrzenia pęcherzykowego.

Wyższe wartości ciśnienia mieszaniny wodno-powietrznej przyczyniają się do rozrywania błony izolującej, znacznie szybszego kontaktu cieczy z powierzchnią chłodzoną

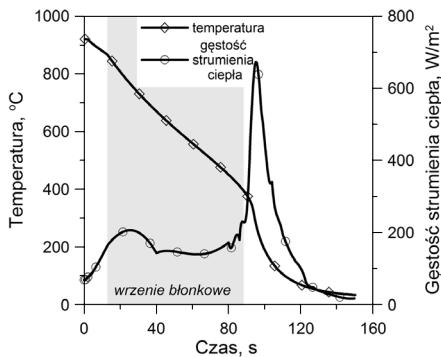
oraz prowadzą do skrócenia czasu chłodzenia. Jednakże dla tego samego ciśnienia płynu chłodzącego, ilość odebranej energii z powierzchni płyty wykonanej ze stopu Inconel jest wyższa w stosunku do ilości ciepła odebranego z powierzchni płyty stalowej H13JS. Na przykład w serii pomiarów  $c$  uzyskano wyższą o 10 kJ ilość przejętego ciepła dla stopu Inconel w stosunku do stali H13JS dla czasu chłodzenia wynoszącego 108 s. Prawdopodobnie jedną z przyczyn tak dużej różnicy w odprowadzonej energii jest wyższa pojemność cieplna Inconelu.



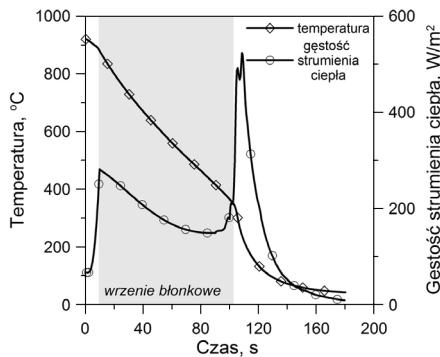
Rys. 8.1. Porównanie ilości ciepła odebranego z powierzchni płyty chłodzonej natryskiem wodno-powietrznym

Podczas wrzenia, po osiągnięciu temperatury powierzchni, przy której następuje załamanie się stabilnego filmu parowego izolującego ciecz od gorącej powierzchni, rozpoczyna się proces coraz intensywniejszego zwilżania gorącej powierzchni przez ciecz, co pociąga za sobą gwałtowny wzrost współczynnika wymiany ciepła. Graniczna wartość temperatury, przy której następuje to przejście, jest wartością umowną określana temperaturą Leidenfrosta [117]. Punkt ten, na krzywej zmiany temperatury powierzchni w czasie, charakteryzuje się gwałtownym spadkiem temperatury powierzchni. Nie istnieją matematyczne modele, które by pozwalały na obliczenie temperatury Leidenfrosta dla zdefiniowanych parametrów chłodzenia. Temperaturę Leidenfrosta można wyznaczyć eksperymentalnie, jednak zależy ona od wszystkich istotnych parametrów chłodzenia natryskowego [95].

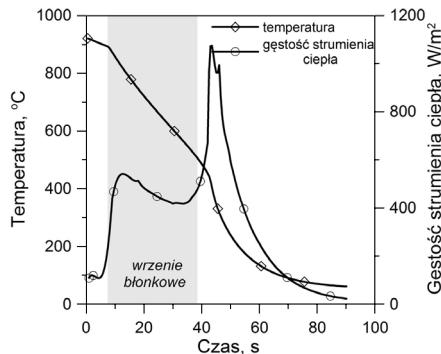
Na podstawie przebiegu zmiany gęstości strumienia ciepła, uzyskanego z rozwiązania odwrotnego, oraz przebiegu zmiany temperatury, uzyskanego z pomiarów, ustalono przybliżony czas zakończenia fazy wrzenia błonkowego. Porównanie obu wielkości dla punktu pomiarowego  $P_1$  przedstawiono na rysunkach 8.2–8.9. Uzyskane czasy w punktach pomiarowych  $P_7, P_{13}, P_{19}, P_{25}$  dla stali S309 zamieszczone w tabeli 8.2. Wykazano, że wraz ze wzrostem ciśnienia wody (rys. 8.9) oraz odległości punktu materialnego od osi dyszy (rys. 8.10) zmianie ulega czas zakończenia fazy wrzenia błonkowego.



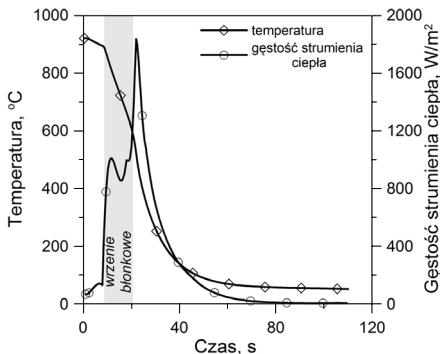
Rys. 8.2. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla stali AISI 309, pomiar *a*



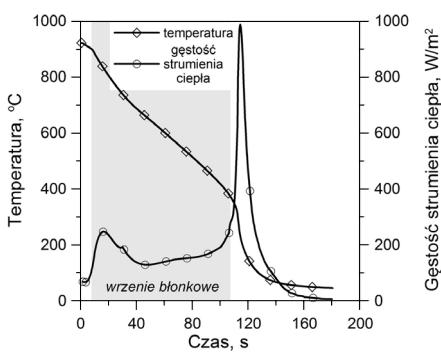
Rys. 8.3. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla Inconelu, pomiar *a*



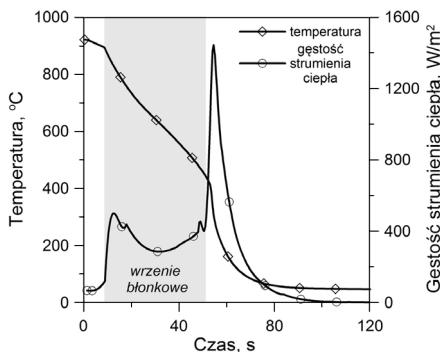
Rys. 8.4. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla Inconelu, pomiar *b*



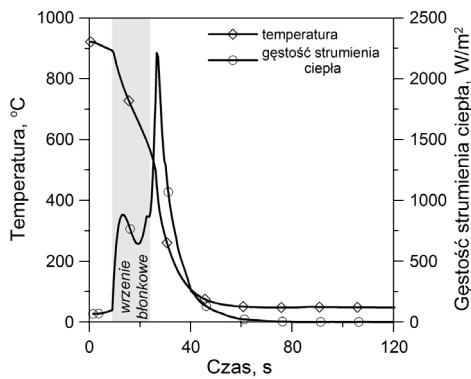
Rys. 8.5. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla Inconelu, pomiar *c*



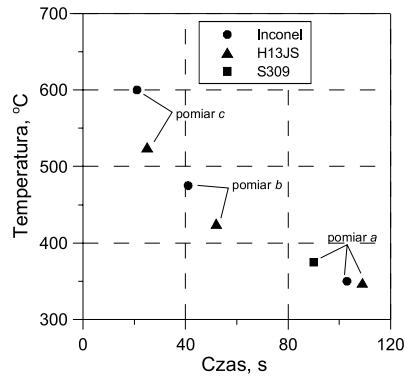
Rys. 8.6. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla stali H13JS, pomiar *a*



Rys. 8.7. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla stali H13JS, pomiar *b*



Rys. 8.8. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla stali H13JS, pomiar c

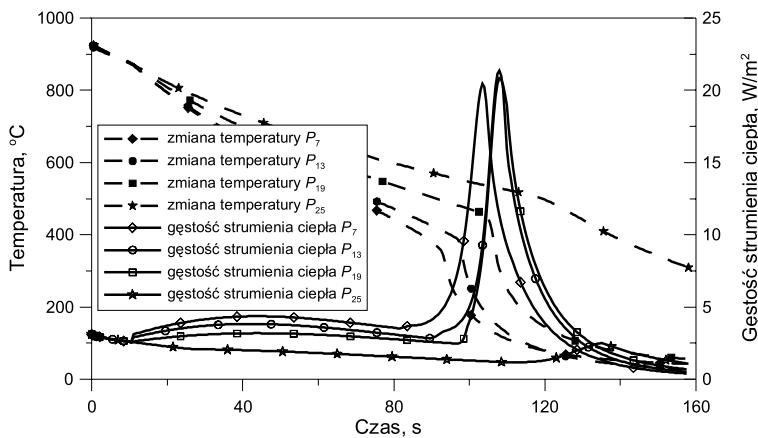


Rys. 8.9. Czas zakończenia fazy wrzenia błonkowego w punkcie P<sub>1</sub>

Tabela 8.2

Czas oraz temperatura powierzchni po zakończeniu fazy wrzenia błonkowego w zależności od odległości punktu materialnego od osi dyszy dla ciśnienia 0.1 MPa

Punkt pomiarowy	Czas, s	Temperatura, °C	Odległość punktu materialnego od osi dyszy, mm
Stal S309	P <sub>1</sub>	90	360
	P <sub>7</sub>	92	390
	P <sub>13</sub>	97	410
	P <sub>19</sub>	105	460
	P <sub>25</sub>	120	500



Rys. 8.10. Zależność gęstości strumienia ciepła i temperatury od czasu chłodzenia dla stali S309 w punktach pomiaru: P<sub>7</sub>, P<sub>13</sub>, P<sub>19</sub>, P<sub>25</sub>

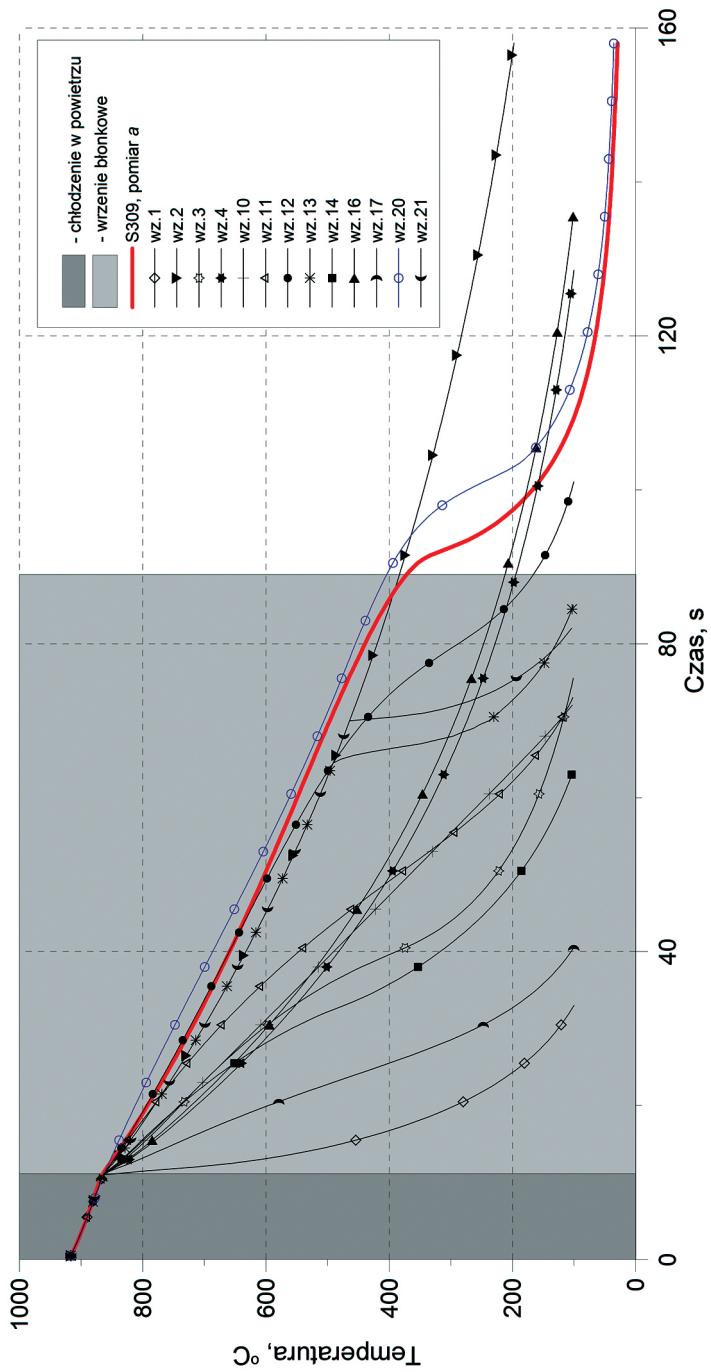
## 8.2. Analiza przebiegów zmian temperatury

Rozkłady temperatury obliczone modelem przewodzenia ciepła H2-Mo oraz wybranymi modelami warunków brzegowych (opisany w tab. 8.1) porównano z rzeczywistą zmianą temperatury płyty, zmierzoną w punkcie  $P_1$  o współrzędnej  $x_1 = 6$  mm, znajdującym się najbliżej osi dyszy. Punkt ten wyznacza zmianę temperatury 2 mm pod powierzchnią chłodzoną, w pobliżu osi strumienia wody wypływającej z dyszy. Analizę uzyskanych obliczeń numerycznych podzielono na dwie części. Pierwsza obejmuje zakres wrzenia błońkowego, druga całkowity czas chłodzenia w przeprowadzonym eksperymencie.

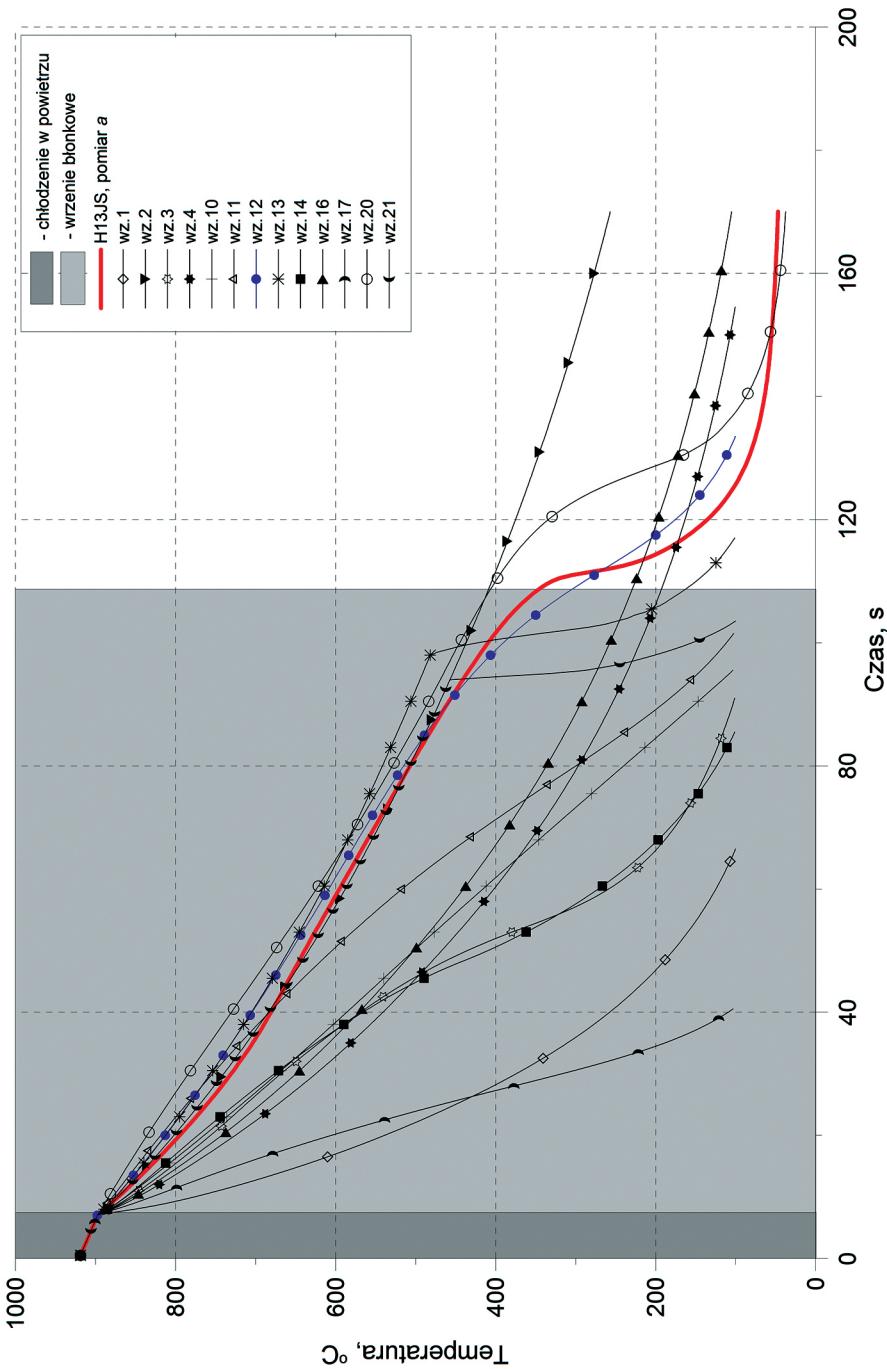
W przypadku stali S309 (rys. 8.11), analizowane modele warunku brzegowego, z wyjątkiem wz.20, dały zaniżone wartości temperatury w punkcie  $P_1$ . Warunek brzegowy dany wzorem wz.20 zaważył w czasie wrzenia błońkowego wartość temperatury w analizowanym punkcie, średnio o  $25^\circ\text{C}$ . Spowodowało to przesunięcie maksymalnego spadku temperatury w czasie i wzrost różnicy temperatury zmierzonej w stosunku do obliczonej. Jednakże w analizowanym przypadku była to zależność najlepiej odwzorowująca zmianę temperatury od początkowej, wynoszącej  $919^\circ\text{C}$ , do końcowej, wynoszącej  $30^\circ\text{C}$ . Pozostałe modele warunku brzegowego wykazały dużo wyższe różnice w stosunku do wartości mierzonych. W przypadku okresu wrzenia błońkowego dobre przybliżenie zmian temperatury uzyskano również modelem opisanym wzorem wz.2 oraz wz.12.

Najlepszą zgodność temperatury zmierzonej i obliczonej w punkcie  $P_1$  dla całego czasu chłodzenia stali H13JS, ciśnienia 0.1 MPa, uzyskano dla warunku brzegowego określonego równaniem wz.12 (rys. 8.12). Dobre przybliżenie zmian temperatury w zakresie wrzenia błońkowego dały również zależności wz.2 i wz.20. Pozostałe wzory zniżały wartość temperatury w punkcie  $P_1$ . W przypadku ciśnienia wody wynoszącego 0.25 MPa nie otrzymano prawidłowego rozwiązania dla całego modelowanego czasu chłodzenia (rys. 8.13). Natomiast dla okresu wrzenia błońkowego, najmniejsze różnice pomiędzy zmierzonymi a wyliczonymi wartościami temperatury uzyskano dla wz.4 oraz wz.16 i wynoszą one maksymalnie około  $50^\circ\text{C}$ . Żadna z analizowanych zależności nie pozwoliła na uzyskanie prawidłowego przebiegu temperatury w obu fazach wrzenia dla ciśnienia wody 0.4 MPa (rys. 8.14).

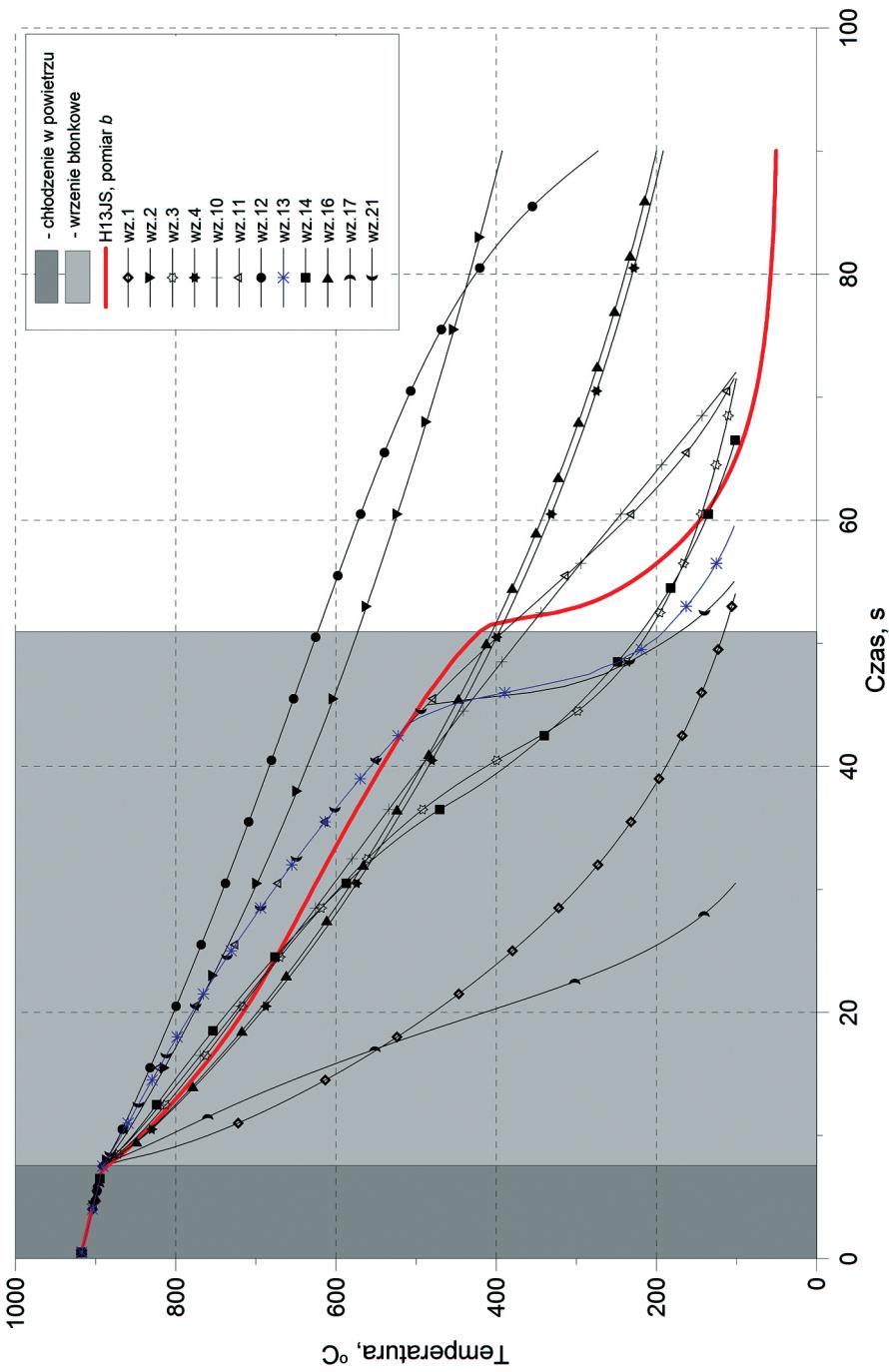
Wykonane obliczenia temperatury w punkcie  $P_1$  dla najmniejszego ciśnienia wody 0.1 MPa w przypadku stopu Inconel wykazały duże różnice w przebiegu temperatury dla wszystkich badanych modeli warunku brzegowego (rys. 8.15). Uzyskana zmiana temperatury była zaważona lub zniżona w stosunku do rzeczywistego przebiegu o wartości przekraczające  $70^\circ\text{C}$ . Również dla najwyższej ciśnienia wody 0.4 MPa żaden z analizowanych modeli warunku brzegowego nie odzwierciedlił przebiegu pomiaru temperatury (rys. 8.17). W przypadku ciśnienia 0.25 MPa, dobrą zgodność dla całego czasu chłodzenia uzyskano dla wzoru wz.3 oraz wz.14 (rys. 8.16). W okresie wrzenia błońkowego dobre przybliżenie dały również modele warunku brzegowego wz.4 i wz.16.



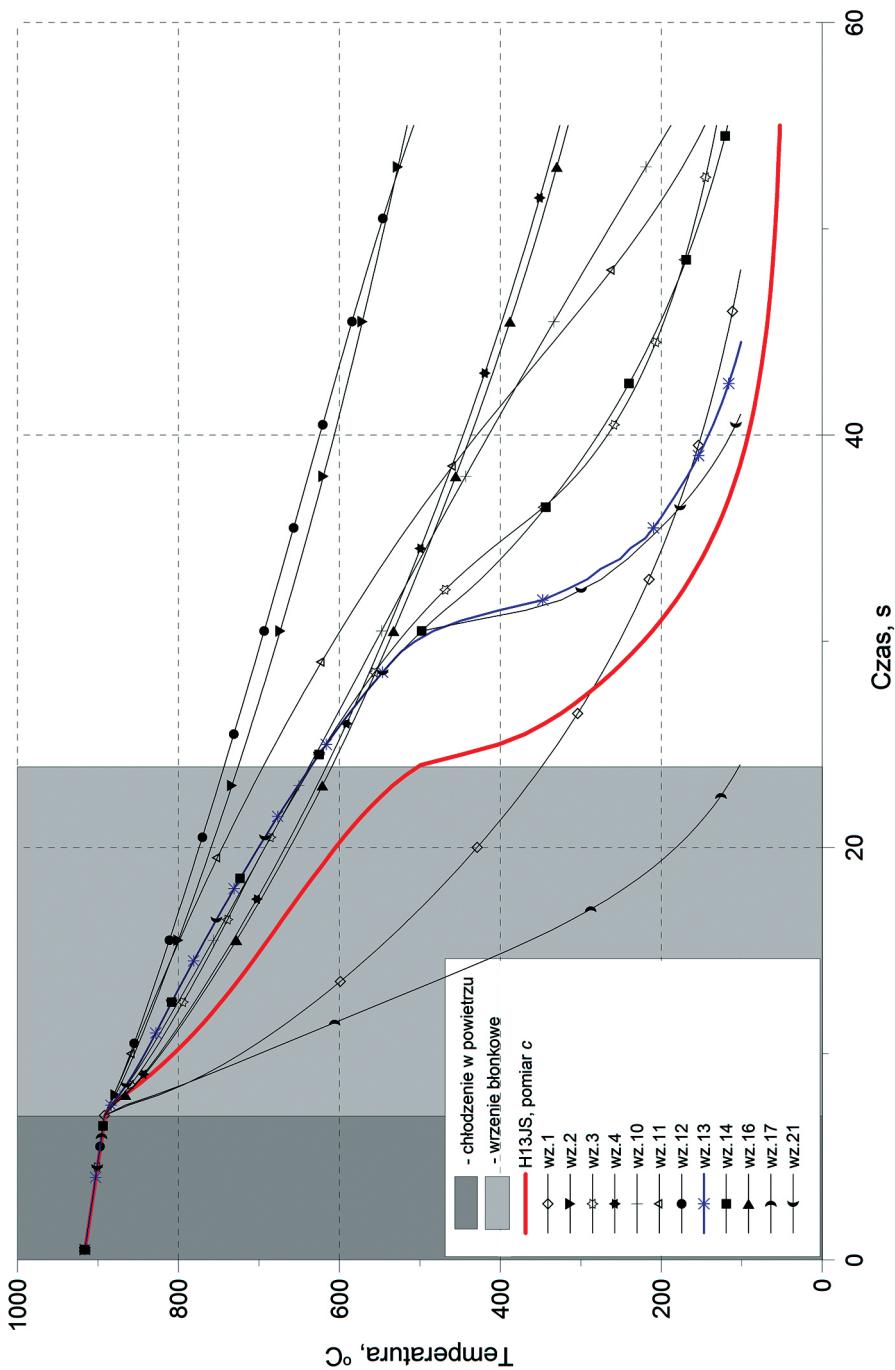
Rys. 8.11. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równaniami podanymi w tabeli 8.1, ze zmierzoną temperaturą podczas chłodzenia dyszą natryskową płyty ze stali 309, pomiar a



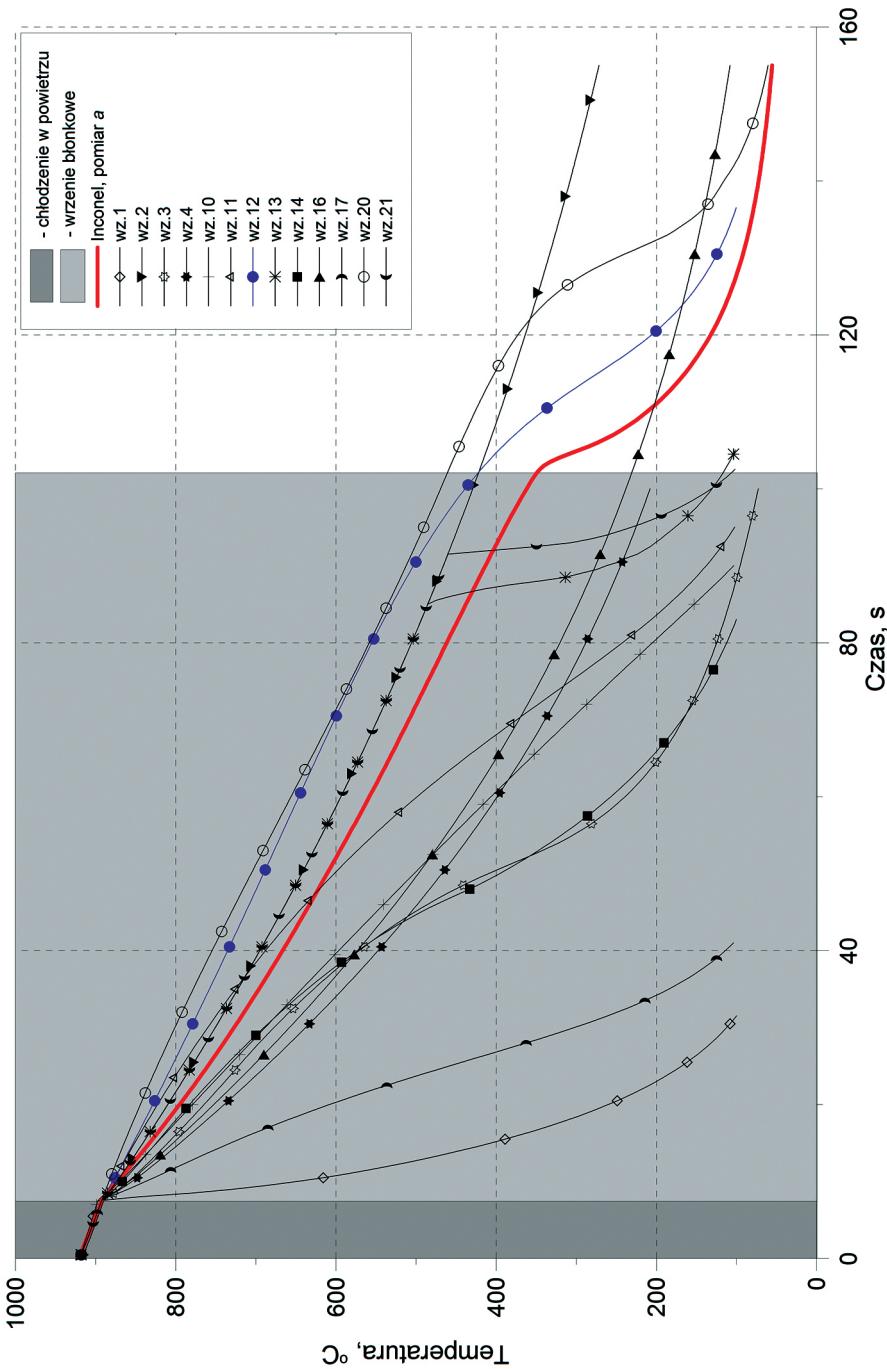
Rys. 8.12. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura podczas chłodzenia dyszą natryskową płyty ze stali H13JS, pomiar a



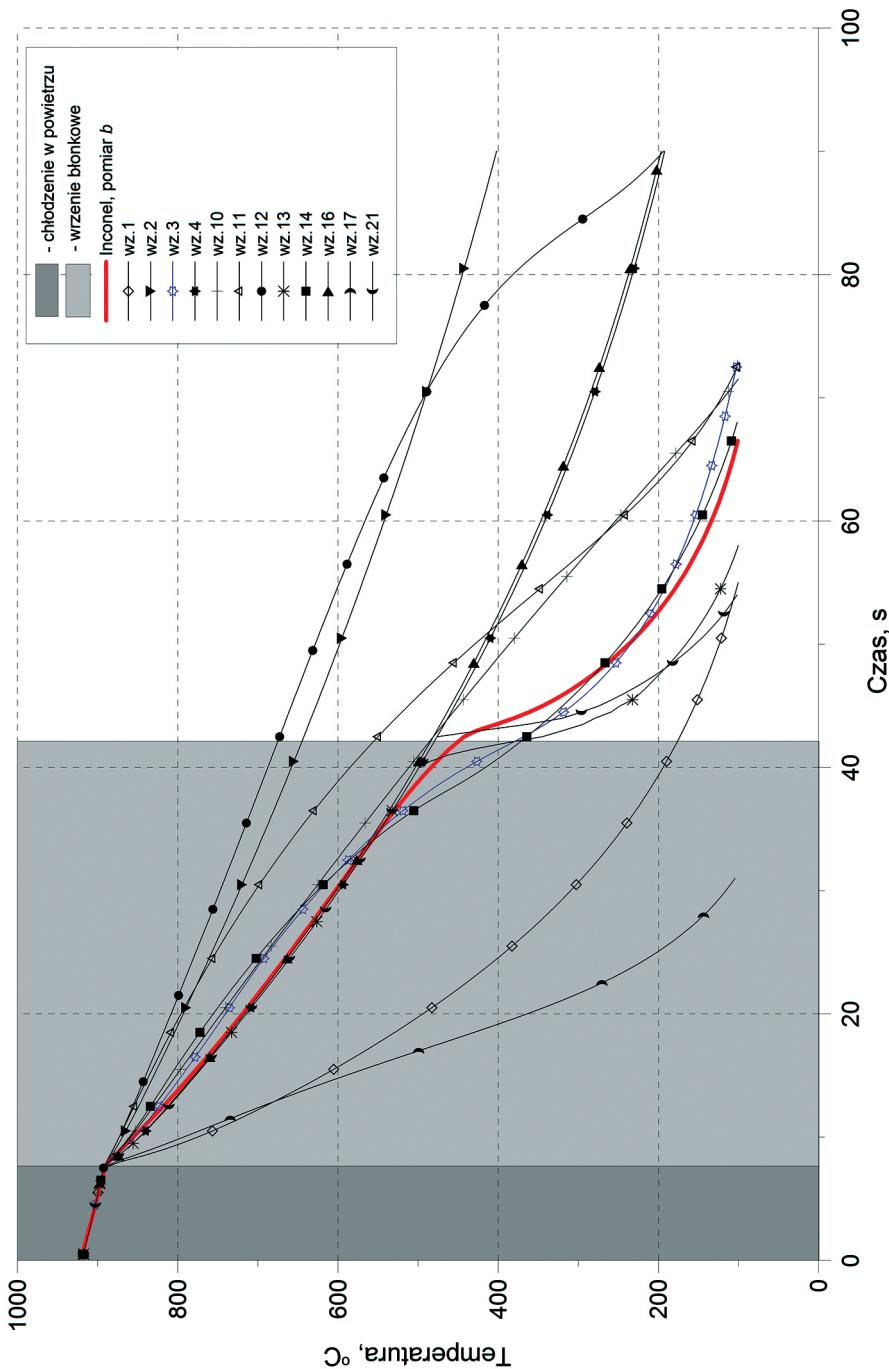
Rys. 8.13. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura płyty ze stali H13JS, pomiar  $b$



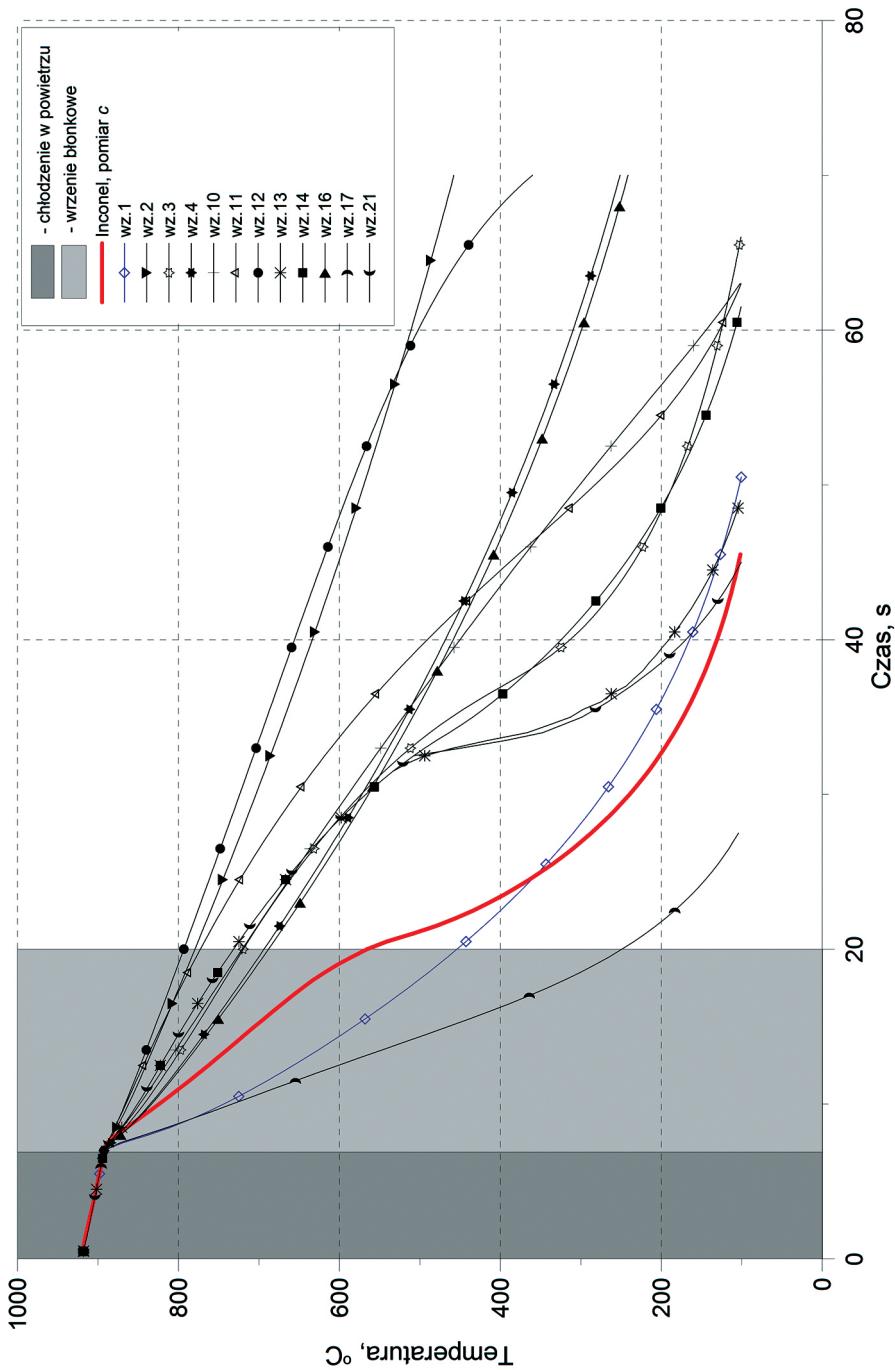
Rys. 8.14. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura podczas chłodzenia dyszą natryskową płyty ze stali H13JS, pomiar c



Rys. 8.15. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura podczas chłodzenia dysza natryskową płyty ze stali Inconel, pomiar a

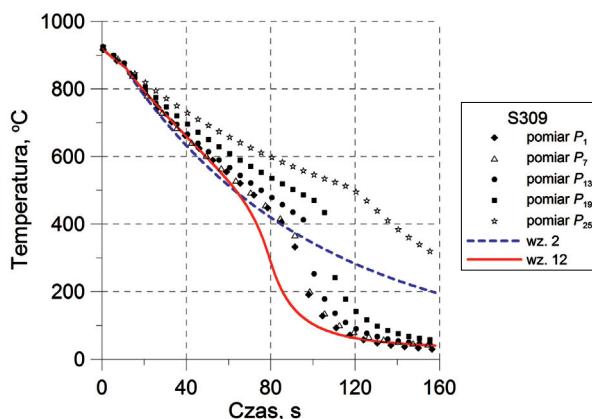


Rys. 8.16. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura podezraszania dysza natryskową płyty ze stali Inconel, pomiar  $b$



Rys. 8.17. Porównanie zmiany temperatury obliczonej dla modeli warunków brzegowych wymiany ciepła, określonych z równań podanych w tabeli 8.1, ze zmierzona temperatura podezraszania dyszą natryskową płyty ze stali Inconel, pomiar c

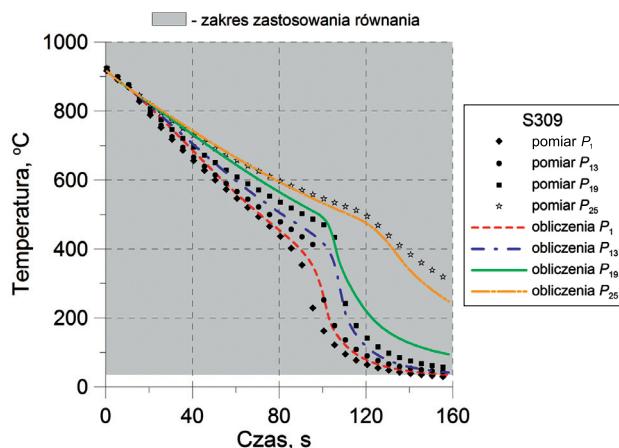
Wyniki obliczeń i pomiarów temperatury przedstawione na rysunkach 8.11–8.17 dotyczą zmian temperatury w punkcie  $P_1$  położonym w osi strugi, w przypadku stali H13JS oraz Inconelu, lub punkcie położonym w niewielkiej odległości od osi o współrzędnych:  $x_2 = 5 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 5 \text{ mm}$  w przypadku stali S309. Teoretyczny promień zasięgu stożka strugi w przeprowadzonych eksperymentach chłodzenia natryskiem wodnym wynosił 60 mm. W praktyce jednak struga wody sięgała punktu  $P_{25}$  o promieniu 120 mm. Przedstawione w pracy [88] wyniki obliczeń odwrotnych uzyskanych dla stali S309 wskazują jednoznacznie, że rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej nie jest jednorodny. Powierzchnia chłodzona znajdująca się w zasięgu działania dyszy nie charakteryzuje się jednorodnym polem temperatury. Ulega ono zmianie wzdłuż współrzędnej  $x_2$  i  $x_3$  badanego fragmentu płyty. Analizę poprawności odzworowania zmian temperatury należy rozszerzyć do większego obszaru. Do tego celu wybrano dodatkowe cztery punkty pomiaru temperatury, położone 2 mm pod powierzchnią chłodzoną, oznaczone na rysunkach 4.3–4.4 jako:  $P_7$  ( $x_2 = 15 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 15 \text{ mm}$ ),  $P_{13}$  ( $x_2 = 30 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 30 \text{ mm}$ ),  $P_{19}$  ( $x_2 = 50 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 50 \text{ mm}$ ) i  $P_{25}$  ( $x_2 = 90 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 90 \text{ mm}$ ) w przypadku stali S309 oraz punkty:  $P_7$  ( $x_2 = 20 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 20 \text{ mm}$ ),  $P_{13}$  ( $x_2 = 40 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 40 \text{ mm}$ ),  $P_{19}$  ( $x_2 = 60 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 60 \text{ mm}$ ) i  $P_{25}$  ( $x_2 = 90 \text{ mm}$ ,  $x_3 = 90 \text{ mm}$ ) w przypadku stali H13JS oraz Inconelu. Wybrane punkty położone są wzdłuż przekątnej obszaru oznaczania współczynnika wymiany ciepła (rys. 5.1). W wybranych punktach rozkłady temperatury przedstawione na rysunku 8.10 wykazują wydłużenie czasu chłodzenia, niezbędnego do osiągnięcia dowolnej wybranej temperatury końcowej, wraz ze zwiększającą się odlegością tych punktów od osi dyszy. Czas chłodzenia do pojawiения się gwałtownego spadku temperatury ulega zmianie w kierunku wyższych wartości.



Rys. 8.18. Porównanie zmierzonych i obliczonych na podstawie warunku brzegowego zdefiniowanego równaniem wz.2 i wz.12 zmian temperatury w punktach:  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{19}$ ,  $P_{25}$  płyty ze stali S309 chłodzonej dyszą natryskową

Przedstawione na rysunku 8.18 porównanie wyników zmierzonych zmian temperatury płyty w punktach:  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{19}$ ,  $P_{25}$  z wynikami obliczeń uzyskanymi modelem przewodzenia ciepła H2-Mo, dla warunku brzegowego określonego zależnościami

wz.2 i wz.12, wskazuje, że równania uśredniające wartość współczynnika wymiany ciepła nie pozwalają na uzyskanie prawidłowego obrazu zmian temperatury chłodzonej płyty. Jest to spowodowane nierównomiernym rozkładem współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej. Przebiegi zmian temperatury płyty zbliżone do pomiarów mogą być jedynie uzyskane za pomocą modeli warunków brzegowych, takich jak wz.20, uwzględniających lokalne wartości współczynnika wymiany ciepła, sprzężone z lokalną temperaturą powierzchni chłodzonej. Obliczone rozkłady temperatury z wykorzystaniem warunku brzegowego wz.20 przedstawione na rysunku 8.19 są zbliżone do wyników uzyskanych z pomiarów.



Rys. 8.19. Porównanie zmierzonych i obliczonych na podstawie warunku brzegowego zdefiniowanego równaniem wz.20 zmian temperatury w punktach:  $P_1$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{19}$ ,  $P_{25}$  płyty ze stali S309 chłodzonej dyszą natryskową

### 8.3. Analiza różnicy temperatury dla wybranych faz chłodzenia

Wykorzystanie w symulacjach numerycznych średniej wartości współczynnika wymiany ciepła utrudnia prawidłowe modelowanie procesów silnie sprzężonych z polem temperatury, takich jak rozwój struktury czy pękanie materiałów. W rozdziale przeprowadzono analizę błędu wyznaczenia temperatury dla wybranych modeli warunku brzegowego. Błąd wyznaczenia temperatury analizowano na podstawie wartości odchylenia średniego, maksymalnej odchyłki ujemnej i maksymalnej odchyłki dodatniej, wyznaczonych dla 25 punktów pomiarowych. Analizę wykonano również dla wytypowanych punktów:  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{19}$ ,  $P_{25}$  przedstawionych na rysunkach 4.3–4.4. Oprócz analizy wyników dla okresu wrzenia błonkowego i całkowitego czasu chłodzenia wykonano także analizę uwzględniającą zakres stosowności warunku brzegowego określony przez autorów danego wzoru.

### 8.3.1. Zakres wrzenia błonkowego

Zestawienie zbiorcze wartości średniego odchyłania temperatury w 25 punktach pomiarowych, dla wybranych modeli warunku brzegowego, zamieszczono w tabeli 8.3. Przy najniższym ciśnieniu wody, dla stali S309 (rys. 8.20), najmniejszym średnim błędem temperatury wynoszącym 32 K cechował się model określony zależnością wz.20. Ponad dwukrotnie wyższy błąd, wynoszący 70 K, uzyskano, wykorzystując równanie wz.2, oraz prawie czterokrotnie wyższy dla równania wz.12. Podobne wartości błędów uzyskano dla stali H13JS (rys. 8.21), w przypadku równań wz.20 i wz.2. Niską wartość błędu, wynoszącą 61 K, otrzymano także dla równania wz.13. W przypadku obliczeń dla stopu Inconel (rys. 8.22), również najniższe wartości błędu uzyskano dla modeli wz.2 (błąd 51 K), wz.20 (błąd 73 K) i wz.12 (błąd 79 K).

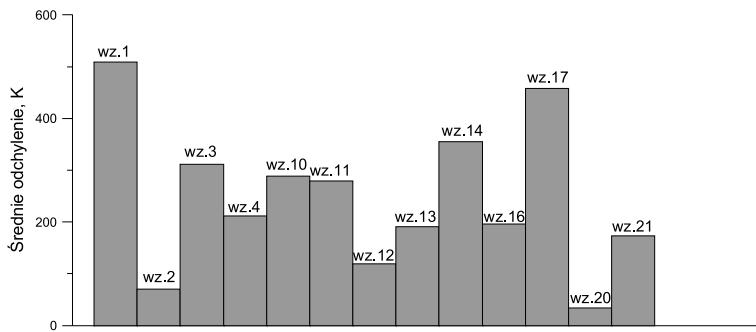
**Tabela 8.3**

Zestawienie średniego błędu temperatury wyznaczonego dla wrzenia błonkowego w 25 punktach pomiarowych

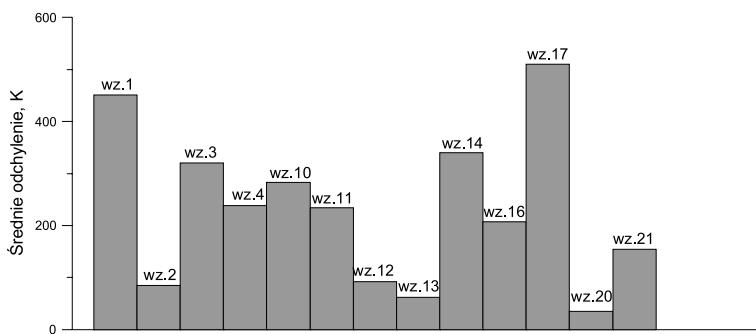
Nr wzoru	Inconel			H13JS			S309
	Kod pomiaru						
	a	b	c	a	b	c	a
Średni błąd temperatury, K							
wz.1	413	301	163	451	365	220	509
wz.2	51	53	43	84	59	48	70
wz.3	277	82	40	320	180	59	311
wz.4	193	91	47	238	143	72	211
wz.10	281	75	40	282	136	61	289
wz.11	243	52	42	233	102	51	278
wz.12	79	63	41	92	56	54	118
wz.13	122	95	39	61	145	59	191
wz.14	295	100	39	340	197	59	354
wz.16	168	88	49	207	138	75	195
wz.17	472	426	253	510	475	367	458
wz.20	73	–	–	35	–	–	32
wz.21	96	91	43	154	138	59	172

Wyniki obliczeń numerycznych, przeprowadzonych dla dwóch rodzajów stali poddanych chłodzeniu natrykiem wody o ciśnieniu 0.25 MPa, wykazały najmniejszy błąd wynoszący około 56 K dla zależności wz.12, stal H13JS (rys. 8.23) i wz.11, Inconel (rys. 8.24). W grupie wzorów o błędzie niższym niż 60 K znalazły się również model wz.2. Uzyskane wartości świadczą o dobrej dokładności wyników uzyskanych za pomocą warunku brzegowego określonego tymi wzorami dla ciśnienia 0.25 MPa w zakresie wrzenia błonkowego.

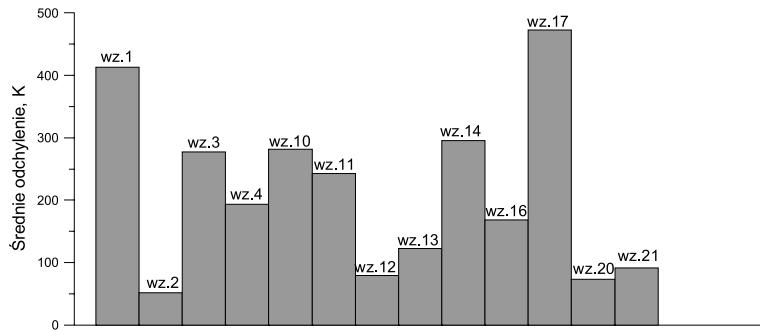
Weryfikowane zależności umożliwiły otrzymanie zbliżonych wartości błędu średniego w przypadku obliczeń dla najwyższej wartości ciśnienia wody zasilającej dyszę, z wyjątkiem modeli wz.1 i wz.17. Najniższą wartość błędu, który wynosił 48 K przy zastosowaniu modelu wz.2, uzyskano dla stali H13JS (rys. 8.25). Najwyższą dla modelu wz.16, w tym przypadku błąd wynosił 75 K. Dla stopu Inconel wszystkie równania pozwoliły uzyskać błędy poniżej 50 K (rys. 8.26).



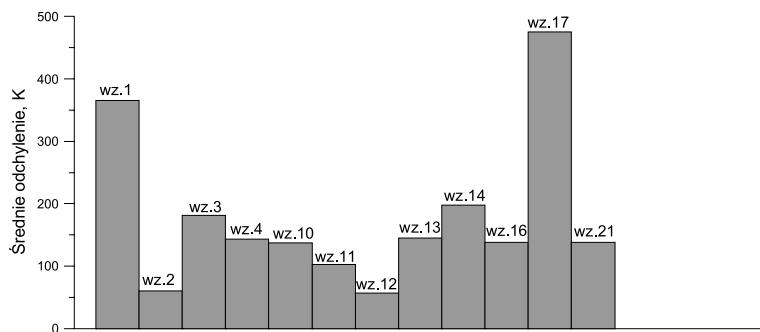
Rys. 8.20. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, stal S309



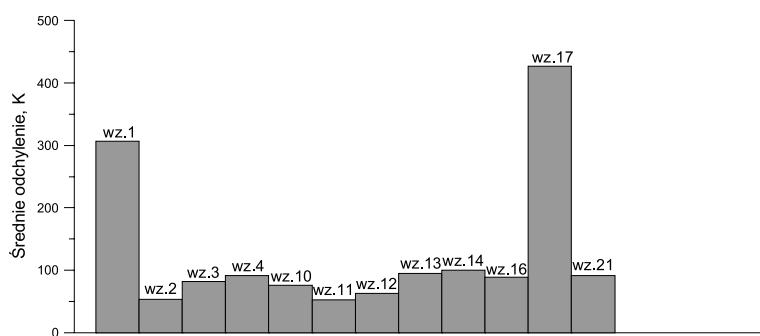
Rys. 8.21. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, stal H13JS, pomiar *a*



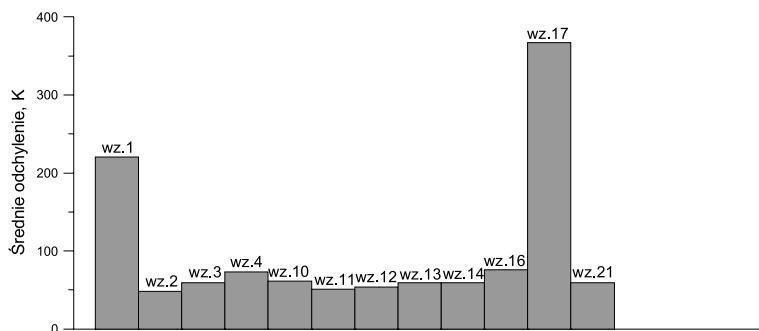
Rys. 8.22. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, Inconel, pomiar *a*



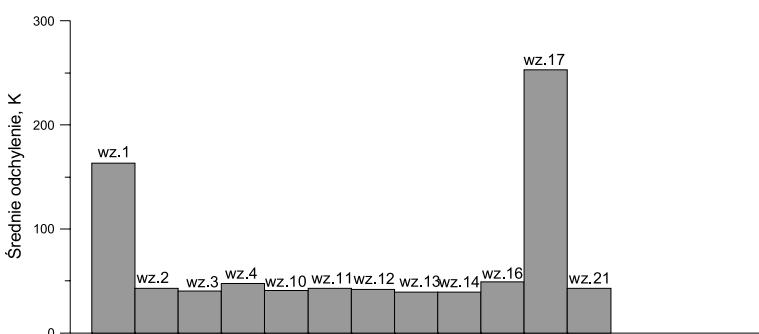
Rys. 8.23. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, stal H13JS, pomiar *b*



Rys. 8.24. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, Inconel, pomiar *b*



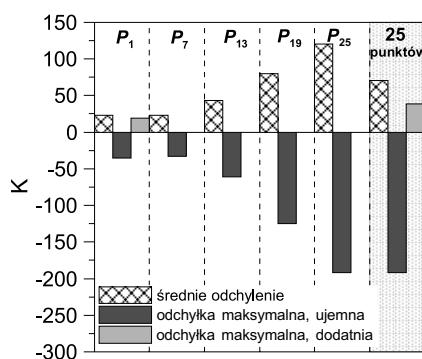
Rys. 8.25. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, stal H13JS, pomiar c



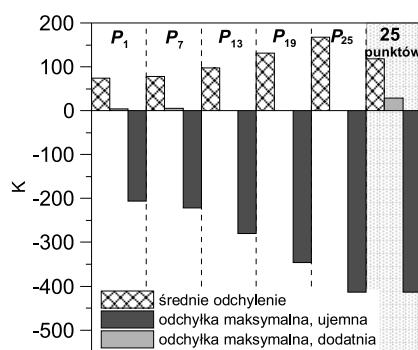
Rys. 8.26. Średni błąd wyznaczony pomiędzy temperaturą zmierzona w 25 punktach a uzyskaną z obliczeń numerycznych, określony dla czasu wrzenia błonkowego, Inconel, pomiar c

Wartość błędu symulacji pola temperatury ulegała zmianie w zależności od punktu pomiarowego i była uwarunkowana stopniem dopasowania zastosowanego wzoru do występującej niejednorodności współczynnika wymiany ciepła na chłodzonej powierzchni. W przypadku stali S309, dla zależności wz.2 i wz.12 wykazujących najlepsze dopasowanie wyników symulacji do analizowanych pomiarów w zakresie wrzenia błonkowego, wartość błędu średniego oraz maksymalnej odchyłki ujemnej wzrastała wraz z odlegością punktów pomiarowych od osi dyszy (rys. 8.27 i 8.28). Jedynie dla modelu wz.20 wartość średniego odchylenia wykazała odmienną tendencję. Wartość błędu rosła do punktu  $P_{13}$ , gdzie uzyskano maksymalną wartość wynoszącą 41 K, a następnie malała i w punkcie  $P_{25}$  uzyskano wartość 8 K. Prezentowane na rysunku 8.29 wyniki najwyższego, najniższego oraz średniego błędu temperatury dla wz.20 charakteryzują się najniższymi wartościami z grupy analizowanych zależności. Podsumowując, można stwierdzić, że najlepsze wyniki symulacji pola temperatury w czasie wrzenia błonkowego w pięciu i we wszystkich 25 punktach pomiarowych dla trzech ciśnień zasilania dyszy wodą, otrzymano dla modeli określonych zależnościami: wz.2, wz.12 i wz.20. Zakres zastosowania równania wz.12 wykracza poza zastosowane w badaniach

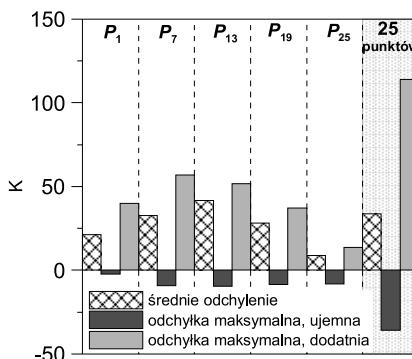
gęstości strumienia wody dla pomiarów przy najniższym ciśnieniu i pomiarów serii *b* (średnie ciśnienie wody). Również zakres zmiany temperatury powierzchni, sugerowany przez autorów wzoru, jest mniejszy od zmiany uzyskanej w wyniku symulacji chłodzenia natryskowego. Pomimo tych ograniczeń, wykonane symulacje dla gęstości strumienia wody poniżej  $3 \text{ dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$  pozwoliły uzyskać wyniki należące do grupy o najniższym błędzie obliczeń zmiany temperatury.



Rys. 8.27. Najwyższy, najniższy oraz średni błąd temperatury zmierzonej i obliczonej dla modelu wz.2, wyznaczone dla wrzenia błonkowego, stali S309



Rys. 8.28. Najwyższy, najniższy oraz średni błąd temperatury zmierzonej i obliczonej dla modelu wz.12, wyznaczone dla wrzenia błonkowego, stali S309



Rys. 8.29. Najwyższy, najniższy oraz średni błąd temperatury zmierzonej i obliczonej dla modelu wz.20, wyznaczony dla wrzenia błonkowego stali S309

### 8.3.2. Zakres całkowitego czasu chłodzenia

Wykonane obliczenia wyznaczające średni błąd temperatury dla całego czasu chłodzenia w 25 punktach pomiarowych przedstawiono w tabeli 8.4. W przypadku zastosowania najniższego ciśnienia wody (0.1 MPa) dla wszystkich chłodzonych stali,

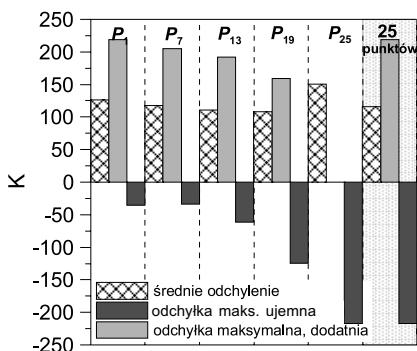
najniższe wartości błędu uzyskano dla modeli warunku brzegowego opisanych wzorami: wz.2, wz.12 oraz wz.20. Dla zależności wz.20 wynoszą one odpowiednio: 58 K dla stali S309, 88 K dla stali H13JS. Średni błąd symulacji pola temperatury uzyskany przy zastosowaniu warunku brzegowego opisanego zależnością wz.2 był wyższy o 58 K dla stali S309 i o 46 K dla stali H13JS od wyników symulacji z zastosowaniem wzoru wz.20. Należy podkreślić, że stosunkowo niski średni błąd temperatury otrzymano z modelu wz.12 dla Inconelu (93 K), pomimo znaczących różnic w zgodności przebiegów zmiany temperatury przedstawionych na rysunku 8.15. Należy zachować ostrożność w ocenie jakości modeli warunków brzegowych tylko na podstawie średniego błędu wyznaczenia pola temperatury. Mogą bowiem w symulacji pozostać nieodzwierciedlone zmiany wywołane pojawieniem się krytycznego strumienia ciepła, ale w krótkim czasie. W pozostałych analizowanych przypadkach, w których wartość ciśnienia wody chłodzącej była najwyższa (wariant c), błąd symulacji temperatury przewyższał 100 K.

**Tabela 8.4**

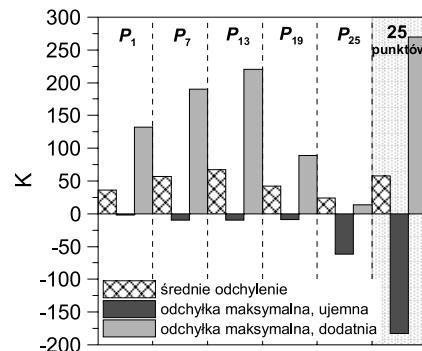
Zestawienie średniego błędu temperatury wyznaczonego z 25 punktów pomiarowych dla symulacji całego okresu chłodzenia natryskowego

Nr wzoru	Inconel			H13JS			S309
	Kod pomiaru						
	a	b	c	a	b	c	a
<b>Średni błąd temperatury, K</b>							
wz.1	461	307	209	502	498	470	418
wz.2	109	199	267	134	169	211	116
wz.3	272	182	169	324	274	221	282
wz.4	189	144	178	245	201	191	196
wz.10	251	157	160	305	244	195	273
wz.11	224	146	170	274	234	197	265
wz.12	93	185	266	197	160	216	144
wz.13	173	221	203	202	283	275	210
wz.14	285	195	172	339	289	228	312
wz.16	168	143	176	218	197	192	184
wz.17	416	396	361	458	464	460	383
wz.20	118	–	–	88	–	–	58
wz.21	340	219	205	237	290	274	206

Na rysunkach 8.30 oraz 8.31 przedstawiono wyniki błędów symulacji pola temperatury z zastosowaniem modeli warunku brzegowego wz.2 i wz.20 dla punktów pomiaru temperatury położonych wzdłuż promienia w kierunku rosnącej odległości tych punktów od osi dyszy. Model warunku brzegowego wz.2, wykorzystujący średnią wartość współczynnika wymiany ciepła, daje błędy o podobnej wartości, niezależnie od odległości punktów pomiarowych od osi dyszy (rys. 8.30). Natomiast model wz. 20, uwzględniający rozkład współczynnika wymiany ciepła w funkcji odległości od osi dyszy, daje dobre dopasowanie krzywych temperatury zmierzanej i obliczonej w niektórych punktach pomiaru temperatury.



Rys. 8.30. Najwyższy, najniższy oraz średni błąd temperatury zmierzanej i obliczonej dla modelu wz.2, wyznaczone dla całkowitego czasu chłodzenia wodą płyty wykonanej ze stali S309



Rys. 8.31. Najwyższy, najniższy oraz średni błąd temperatury zmierzanej i obliczonej dla modelu wz.20, wyznaczone dla całkowitego czasu chłodzenia wodą płyty wykonanej ze stali S309

### 8.3.3. Zakres stosowalności modelu warunku brzegowego

Modele warunku brzegowego, których zakres zastosowania określony przez autora wzoru pokrywa się z testowanymi pomiarami, powinny wykazać prawidłowe odwzorowanie zmiany współczynnika wymiany ciepła i temperatury. Zweryfikowano równania, dla których zakres zastosowania ograniczony jest do wartości minimalnej temperatury powierzchni chłodzonej oraz gęstości strumienia wody. Dla określonych przez autorów zakresów temperatury powierzchni oraz dla ciśnienia wody wynoszącego 0.1 MPa dobre przybliżenie pola temperatury powinny wykazać modele określone równaniami: wz.3, wz.11, wz.13, wz.14, wz.17. Dla ciśnienia 0.25 MPa poprawne wyniki powinny być uzyskane przy zastosowaniu modeli: wz.3, wz.11, wz.14, wz.17. Natomiast dla ciśnienia 0.4 MPa dobre wyniki symulacji powinny dać równania: wz.3, wz.11, wz.13, wz.14 oraz wz.17. Błędy symulacji pola temperatury uzyskane przy zastosowaniu wymienionych modeli warunku brzegowego zostały zaprezentowane w tabeli 8.5. Najniższą wartość błędu temperatury uzyskano dla wzoru wz.11, którego zakres działania ograniczony jest do temperatury powierzchni wynoszącej 500°C oraz dla wzoru wz.10, którego zakres stosowalności wynosi 700°C minimalnej temperatury.

Obie zależności dają dobre przybliżenie zmiany temperatury tylko w zakresie wrzenia błonkowego. Zależność wz.20 umożliwia uzyskanie dobrego przybliżenia dla całego zakresu wrzenia. Dla pozostałych wzorów wykonane obliczenia numeryczne nie daly akceptowalnej zgodności z pomiarami.

**Tabela 8.5**

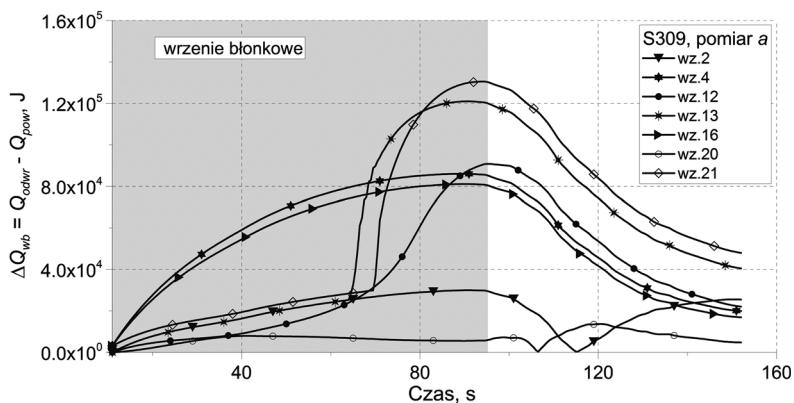
Zestawienie wartości średniego błędu temperatury wyznaczonego z 25 punktów pomiarowych na podstawie symulacji przeprowadzonych dla ograniczonego zakresu zastosowania równania

Nr wzoru	Inconel			H13JS			S309	Min. temp. powierzchni	
	Kod pomiaru								
	a	b	c	a	b	c	a		
wz.3	289	166	134	331	226	120	368	150°C	
wz.10	–	–	24	–	–	26	–	700°C	
wz.11	85	46	47	132	73	49	207	500°C	
wz.12	–	–	137	–	–	102	–	200°C	
wz.13	171	–	–	117	–	–	224	125°C	
wz.14	279	109	116	327	186	64	354	400°C	
wz.17	470	446	368	510	481	414	454	250°C	
wz.20	118	–	–	88	–	–	58	20°C	

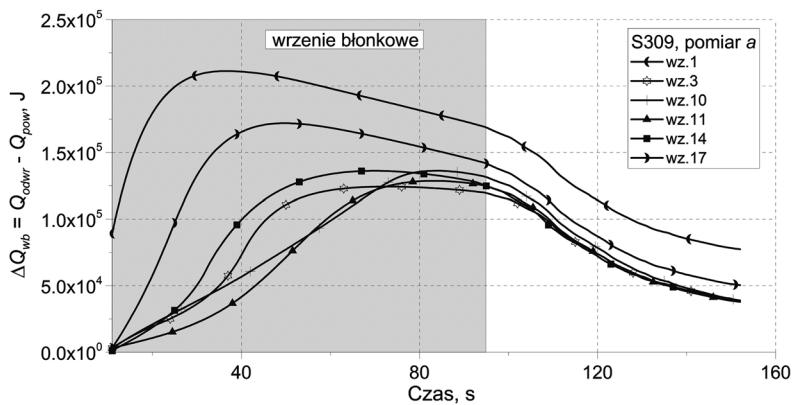
#### 8.4. Walidacja na podstawie bilansu ciepła powierzchni

Wykorzystanie do obliczeń symulacji pola temperatury podczas chłodzenia natryskowego zależności uśredniających wartość współczynnika wymiany ciepła pozwala tylko w przybliżonym stopniu ocenić ilość ciepła odbieranego z chłodzonej powierzchni. Na rysunkach 8.32–8.35 przedstawiono wybrane błędy bilansu ciepła powierzchni  $\Delta Q_{wb}$  wyznaczone na podstawie symulacji pola temperatury płyty ze stali S309, H13JS i stopu Inconel dla modeli warunku brzegowego zestawionych w tabeli 8.1. Testowane modele warunku brzegowego cechuje znaczna rozbieżność w zakresie dokładności spełnienia bilansu ciepła na powierzchni chłodzonej. Różnice pomiędzy wartościami ciepła przejętego z powierzchni górnej  $\Delta Q_{wb}$ , otrzymanymi na postawie rozwiązania odwrotnego  $Q_{odwr}$ , i obliczeń symulacji pola temperatury z zastosowaniem testowanych modeli warunku brzegowego wprost  $Q_{pow}$  dla stali S309 chłodzonej przy ciśnieniu wody 0.1 MPa przedstawiono na rysunkach 8.32 i 8.33. Największymi bezwzględnymi błędami charakteryzują się modele warunku brzegowego wz.1 i wz.17, osiągając maksymalne wartości błędu wynoszące odpowiednio: dla modelu wz.1  $\Delta Q_{wb} = 0.22 \text{ MJ}$  dla modelu wz.17  $\Delta Q_{wb} = 0.16 \text{ MJ}$ . Najniższe błędy bilansu ciepła

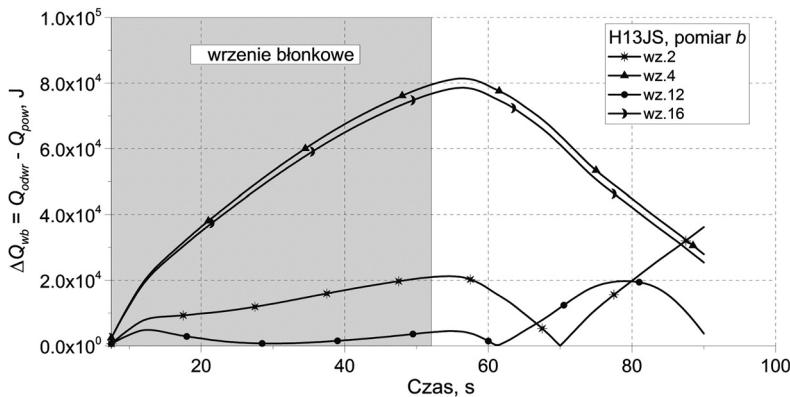
uzyskano dla modelu warunku brzegowego: wz.2 i dla wz.20. Wynoszą one odpowiednio: wz.2  $\Delta Q_{wb} = 0.03$  MJ i wz.20  $\Delta Q_{wb} = 0.01$  MJ (rys. 8.32). Pozostałe modele dawały wysokie błędy bilansu ciepła powierzchni w zakresie od 0.08 MJ do 0.13 MJ. Przeprowadzona analiza jednoznacznie wskazuje na konieczność stosowania modeli warunku brzegowego definiujących lokalnie współczynnik wymiany ciepła z uwzględnieniem ciśnienia płynu, takich jak model wz.20. Potwierdzają to wyniki przedstawione na rysunku 8.34 dla chłodzenia stali H13JS przy ciśnieniu 0.25 MPa. Najniższe błędy otrzymano ponownie dla modelu wz.12, który w pewnym stopniu definiuje lokalny współczynnik wymiany ciepła. Natomiast przy wysokim ciśnieniu (rys. 8.35), modele warunku brzegowego wz.10 i wz.11 dały najniższe wartości błędu bilansu ciepła, wynoszące maksymalnie około  $\Delta Q_{wb} = 0.02$  MJ.



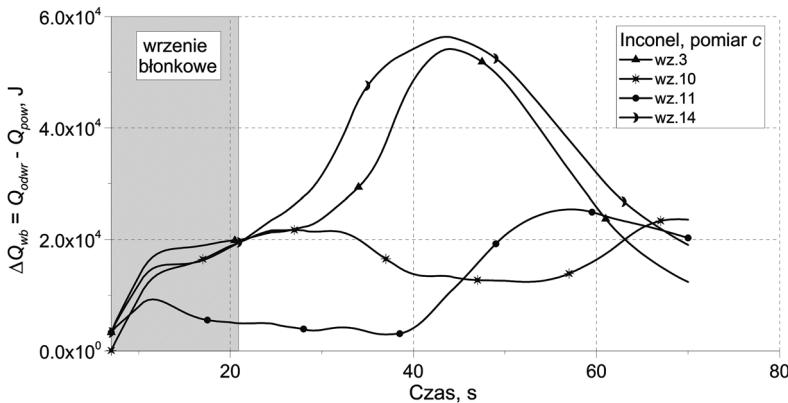
Rys. 8.32. Błąd bezwzględny bilansu ciepła w funkcji czasu chłodzenia dla modeli warunku brzegowego: wz.2, wz.4, wz.12, wz.13, wz.16, wz.20, wz.21. Symulacja pola temperatury dla chłodzenia stali S309 przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



Rys. 8.33. Błąd bezwzględny bilansu ciepła w funkcji czasu chłodzenia dla modeli warunku brzegowego: wz.1, wz.3, wz.11, wz.14, wz.17. Symulacja pola temperatury dla chłodzenia stali S309 przy ciśnieniu wody 0.1 MPa



Rys. 8.34. Błąd bezwzględny bilansu ciepła w funkcji czasu chłodzenia dla modeli warunku brzegowego: wz.2, wz.4, wz.12, wz.16. Symulacja pola temperatury dla chłodzenia stali H13JS przy ciśnieniu wody 0.25 MPa



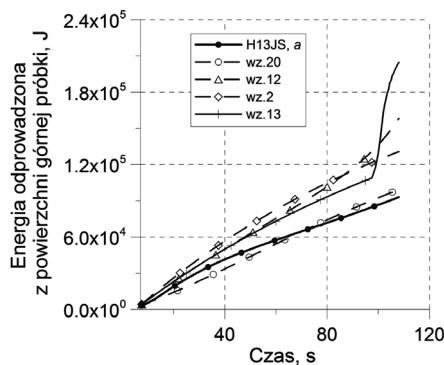
Rys. 8.35. Błąd bezwzględny bilansu ciepła w funkcji czasu chłodzenia dla modeli warunku brzegowego: wz.3, wz.10, wz.11, wz.14. Symulacja pola temperatury dla chłodzenia Inconelu przy ciśnieniu wody 0.4 MPa

## 8.5. Walidacja na podstawie ciepła odebranego z powierzchni chłodzonej dla wybranych faz chłodzenia

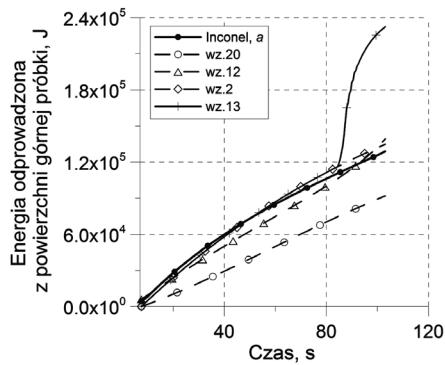
### 8.5.1. Wrzenie błonkowe

Wyniki obliczeń symulacyjnych zmian energii cieplnej przejętej przez strumień płynu i odprowadzonej, w wyniku promieniowania, z powierzchni górnej płyty, z obszaru identyfikacji współczynnika wymiany ciepła w czasie wrzenia błonkowego, zamieszczono na rysunkach 8.36–8.39. Wyniki przedstawiono dla czterech wybranych modeli warunku brzegowego, cechujących się najmniejszym błędem pola temperatury,

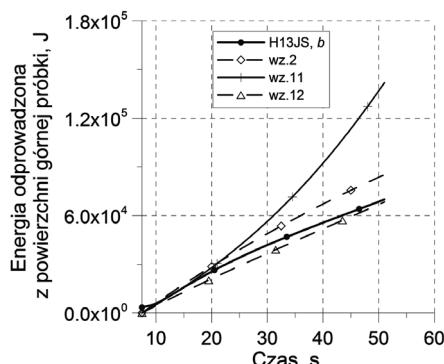
oraz dla ciśnienia wody wynoszącego 0.1 MPa i 0.25 MPa. Najmniejsze błędy dopasowania energii odprowadzonej z powierzchni górnej, przy najniższym ciśnieniu, otrzymano dla modelu warunku brzegowego wz.20 w przypadku stali H13JS (rys. 8.36), oraz dla modelu wz.2 w przypadku chłodzenia stopu Inconel (rys. 8.37). Najlepszą zgodność krzywych chłodzenia w przypadku ciśnienia 0.25 MPa (wariant *b*) otrzymano dla modelu wz.12 dla chłodzenia stali H13JS (rys. 8.38) i dla modelu wz.2, w przypadku chłodzenia stopu Inconel (rys. 8.39). Wyniki symulacji pola temperatury wskazują, że w zakresie wrzenia błonkowego przy niskim ciśnieniu wody bardziej istotny jest rozkład współczynnika wymiany ciepła w funkcji odległości punktu materialnego od dyszy niż przy wyższym ciśnieniu.



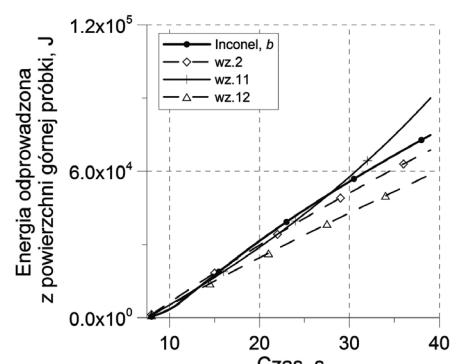
Rys. 8.36. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej dla okresu wrzenia błonkowego dla stali H13JS, ciśnienie 0.1 MPa, pomiar *a*



Rys. 8.37. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej dla okresu wrzenia błonkowego w przypadku obliczeń wykonanych dla stopu Inconel, ciśnienie 0.1 MPa, pomiar *a*



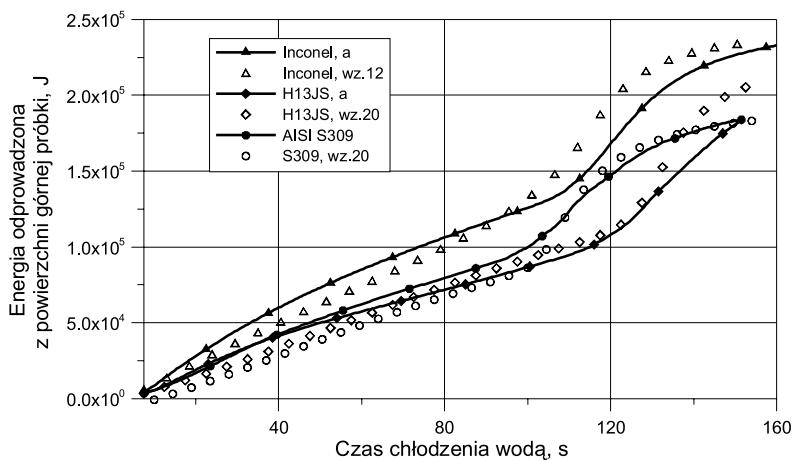
Rys. 8.38. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej dla okresu wrzenia błonkowego dla stali H13JS, ciśnienie 0.25 MPa, pomiar *b*



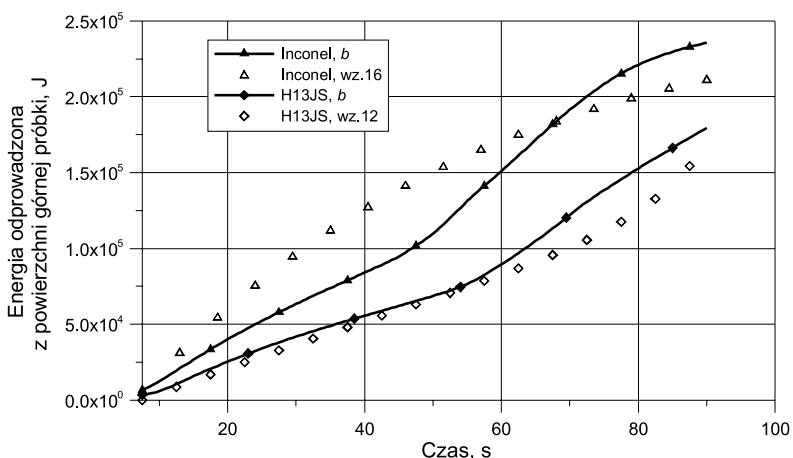
Rys. 8.39. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej dla okresu wrzenia błonkowego dla stopu Inconel, ciśnienie 0.25 MPa, pomiar *b*

### 8.5.2. Cały zakres chłodzenia

Przeprowadzona analiza pozwoliła wytypować zależności, które można zaliczyć do grupy modeli warunku brzegowego, pozwalających na dobre odwzorowanie ilości ciepła przejmowanego w całkowitym czasie chłodzenia płyty natryskiem wodnym. Nie stwierdzono dobrej zgodności jednego modelu warunku brzegowego z otrzymanymi wynikami rozwiązań odwrotnych dla jednego ciśnienia wody i trzech chłodzonych stali.

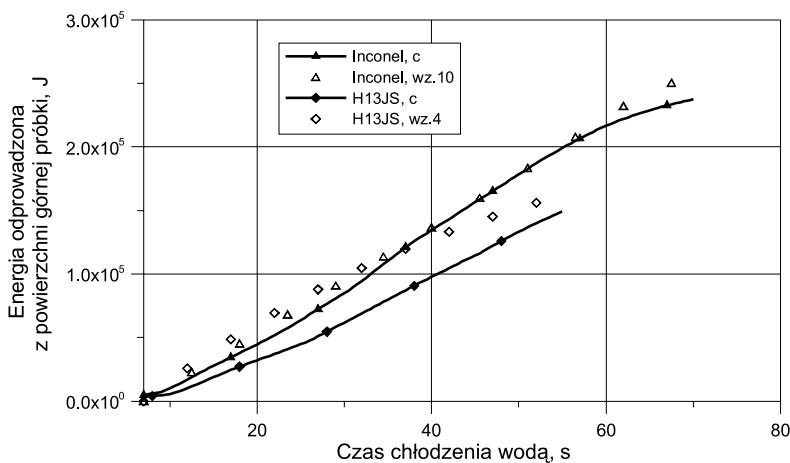


Rys. 8.40. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej płyty dla całego okresu chłodzenia w przypadku zastosowania ciśnienia wody 0.1 MPa



Rys. 8.41. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej płyty dla całego okresu chłodzenia w przypadku zastosowania ciśnienia wody 0.25 MPa

Dla najniższego modelowanego ciśnienia wody (rys. 8.40), najlepsze przybliżenie uzyskano, wykorzystując model wz.20 w przypadku stali H13JS i S309 oraz zależność wz.12 dla stopu Inconel. Modele te dały również najlepsze wyniki symulacji w zakresie wrzenia błonkowego. Dla średniego ciśnienia wody (rys. 8.41) był to model wz.12 dla stali H13JS i model wz.16 dla stopu Inconel. Dla najwyższego ciśnienia (rys. 8.42) najlepsze wyniki uzyskano w przypadku modelu wz.4 dla stali H13JS i modelu wz.10 dla stopu Inconel. Przeprowadzona analiza wskazuje, że modele wymiany ciepła dla chłodzenia natryskowego powinny być określane dla stali o podobnych właściwościach termofizycznych. Istotny wpływ na ilość odebranego ciepła z powierzchni chłodzonej mają właściwości termofizyczne chłodzonych materiałów, tj. współczynnik przewodzenia ciepła i pojemność cieplna.



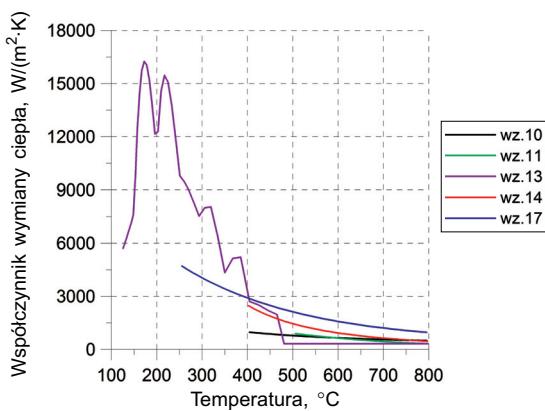
Rys. 8.42. Zmiana energii odprowadzonej z powierzchni chłodzonej płyty dla całego okresu chłodzenia w przypadku zastosowania ciśnienia wody 0.4 MPa

## 8.6. Walidacja na podstawie rozkładu współczynnika wymiany ciepła

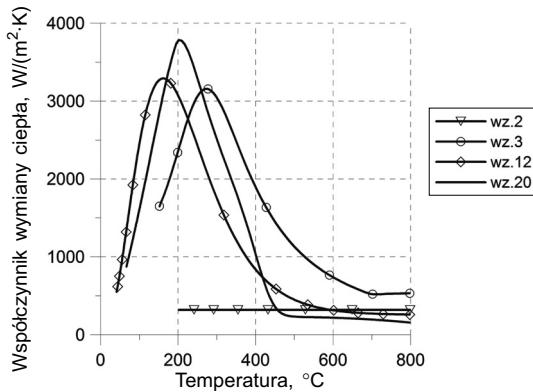
W przypadku symulacji numerycznych pola temperatury konieczna jest szczegółowa analiza uzyskanego rozwiązania w celu wyeliminowania rozwiązań nieobserwowanych w badaniach fizycznych, a będących jedynie skutkiem zastosowanego warunku brzegowego. W rozdziale przedstawiono wyniki rozkładów współczynnika wymiany ciepła, uzyskane podczas symulacji chłodzenia płyty wykonanej ze stali S309, z zastosowaniem wybranych modeli warunku brzegowego. Dla większości modeli zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury znacznie odbiega od typowej krzywej wrzenia (rys. 8.43). Modele warunku brzegowego wz.1 i wz.4, uzupełniające współczynnik wymiany ciepła  $\alpha$  od gęstości strumienia wody oraz jej temperatury, pozwalają na uzyskanie wyłącznie stałej wartości współczynnika wymiany

ciepła. Podobną, niezmienną w czasie wartość  $\alpha$ , można uzyskać, wykorzystując równanie wz.16, gdzie wartość współczynnika jest tylko funkcją gęstości strumienia wody. Wyliczone wartości współczynnika wymiany ciepła dla warunków chłodzenia płyty ze stali S309 wynoszą dla modeli: wz.1  $\alpha = 7204 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , wz.4  $\alpha = 662 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , wz.16  $\alpha = 616 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Model warunku brzegowego wz.2 różni się od modeli wz.1 i wz.4 jedynie wartością stałej kalibracyjnej  $k$ , wartościami stałej  $A$  i wykładnika potęgowego  $n$ . Na potrzeby analizy wykonanej w tym rozdziale, w pracy przyjęto  $k = 6$ . Model wz.2 w zakresie wrzenia bławkowego dał dobre przybliżenie średniego współczynnika wymiany ciepła, ze względu na niewielkie jego wahania w tym okresie (rys. 8.44). Wykazuje on jednak przebieg zmian współczynnika wymiany ciepła niezgodny z klasyczną krzywą wrzenia dla fazy wrzenia pęcherzykowego. Wyliczona za pomocą równania wz.2 stała wartość współczynnika wymiany ciepła wyniosła  $\alpha = 318 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Wzory wz.10, wz.11, wz.14, wz.17 dodatkowo uzależniają wartość  $\alpha$  od temperatury powierzchni chłodzonego materiału. Uzyskane wyniki zmian współczynnika wymiany ciepła w zależności od temperatury powierzchni, przedstawione na rys. 8.43, wyraźnie wskazują, że ich postać nie pozwala na uzyskanie prawidłowego wyniku symulacji. Zakres stosowalności tych równań jest ograniczony wyłącznie do okresu wrzenia bławkowego. Również zależność wz.13 w niedostatecznym stopniu odwzorowuje charakter zmian współczynnika wymiany ciepła podczas wrzenia. Uzyskano dużo wyższe wartości współczynnika wymiany ciepła niż wykazane przez autorów tego modelu [101], a charakter zmian współczynnika jest nieprawidłowy. W wykonanych testach numerycznych dla modelu wz.13, ciągłą zmianę stałych  $D$  i  $E$  (tab. 2.4) uzyskano, wykorzystując liniową interpolację danych. Wykazano (rys. 8.43), że dla wyliczanej numerycznie ciągłej zmiany temperatury powierzchni nie uzyskano prawidłowych wartości współczynnika wymiany ciepła. Zbliżoną do podanej przez autorów wzoru wz.13 wartość współczynnika uzyskano wyłącznie dla kilku punktów, znajdujących się na początku lub na końcu analizowanych przedziałów temperatury powierzchni.

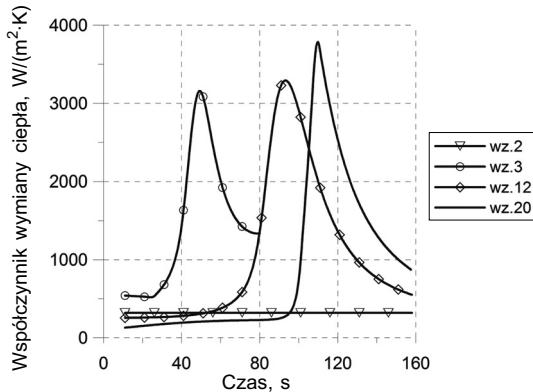
Tylko modele warunku brzegowego opisane zależnościami: wz.3, wz.12 i wz.20 pozwoliły uzyskać charakterystyczne dla krzywej wrzenia dwa kryzysy przejmowania ciepła (rys. 8.44). Uzyskano zbliżone, maksymalne wartości współczynnika wymiany ciepła wynoszące: model wz.3  $3148 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ , model wz.12  $3184 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ . Jednakże wartość maksymalnego wzrostu współczynnika wymiany ciepła uzyskano w różnym czasie i dla różniącej się o około  $100^\circ\text{C}$  temperatury powierzchni. Maksymalna wartość uśrednionego współczynnika wymiany ciepła dla modelu wz.20 była nieco większa i wyniosła  $3784 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  (rys. 8.44). W przypadku wrzenia bławkowego uzyskano w początkowym czasie procesu różnice w wartościach współczynnika wymiany ciepła wynoszące  $217 \text{ W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$  pomiędzy wzorami wz.3 i wz.12 (rys. 8.45). Ograniczenie temperatury powierzchni do wartości  $700^\circ\text{C}$  w punkcie przejścia z fazy wrzenia bławkowego do fazy wrzenia przejściowego, wynikające z modelu wz.3, spowodowało przesunięcie krzywej wrzenia w czasie i zbyt szybkie ochłodzenie powierzchni. Wpływ na to ma zbyt wysoka wartość współczynnika wymiany ciepła w początkowym okresie chłodzenia.



Rys. 8.43. Zależność średniej wartości współczynnika wymiany ciepła od temperatury dla modeli: wz.10, wz.11, wz.13, wz.14, wz.17, uzyskana przy symulacji chłodzenia stali S309



Rys. 8.44. Zależność średniej wartości współczynnika wymiany ciepła od temperatury dla modeli: wz.2, wz.3, wz.12, wz.20, uzyskana przy symulacji chłodzenia stali S309

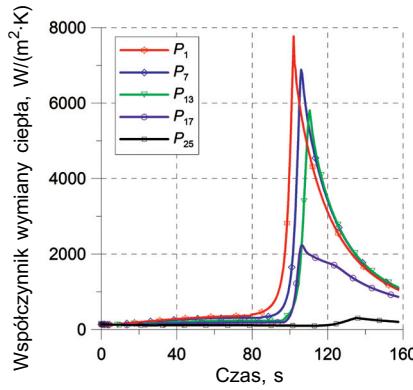


Rys. 8.45. Zależność średniej wartości współczynnika wymiany ciepła od czasu dla modeli: wz.2, wz.3, wz.12, wz.20, uzyskana przy symulacji chłodzenia stali S309

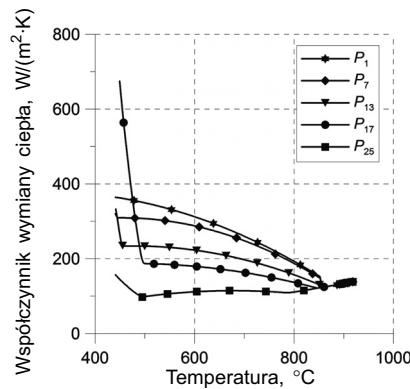
Zakres zastosowania zależności wz.3 jest ograniczony do minimalnej temperatury powierzchni wynoszącej  $150^{\circ}\text{C}$ , po której przekroczeniu wzór wykazuje błędy obliczeń współczynnika wymiany ciepła. Również w przypadku zastosowania zależności wz.12, błąd rozwiązania wynika ze zbyt wcześniego przejścia w etap gwałtownego wzrostu współczynnika wymiany ciepła. Wyznaczona dla całego badanego obszaru średnia wartość współczynnika wymiany ciepła, opisana modelem wz.20 (rys. 8.45), ulegała zmianie od  $142 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  na początku chłodzenia do  $340 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  pod koniec wrzenia błonkowego.

Rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej uwarunkowany jest działaniem dyszy natryskowej. Jeżeli układ wypływu płynu nie gwarantuje równego chłodzenia powierzchni przez wodę, wartość współczynnika ulega zmianie wraz ze zmianą intensywności chłodzenia poszczególnych obszarów powierzchni. W większości przypadków w symulacjach numerycznych zakłada się równomierność chłodzenia powierzchni, w związku z czym przyjmuje się warunki brzegowe w postaci średniej wartości współczynnika wymiany ciepła, zależnej od czasu chłodzenia [69]. Jak wykazały badania [88, 92], wraz ze wzrostem odległości punktu od osi dyszy ulega zmianie temperatura oraz wartość współczynnika wymiany ciepła. Dlatego też założenie średnich warunków brzegowych pozwala na uzyskanie wyłącznie przybliżonego wyniku. Przedstawione na rysunkach 8.46–8.48 zmiany współczynnika wymiany ciepła w czasie chłodzenia, przy wykorzystaniu modelu wz.20, wskazują na niejednorodność chłodzenia powierzchni przy zastosowaniu osiowosymetrycznej dyszy wodno-powietrznej. Maksima współczynnika wymiany ciepła dla punktów:  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$  przemieszczają się w czasie wraz z rosnącą odlegością punktu od osi dyszy, a jednocześnie maleje ich wartość. W przypadku wrzenia błonkowego maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła  $\alpha$ , wyznaczonego modelem wz.20, wynosiła  $\alpha = 370 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  w punkcie  $P_1$ , a minimalna  $\alpha = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  w punkcie  $P_{25}$ . Podczas przejścia pomiędzy fazami wrzenia, maksymalne wartości wynosiły  $7800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla temperatury powierzchni wynoszącej  $130^{\circ}\text{C}$  w punkcie  $P_1$  i  $2200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla temperatury powierzchni  $310^{\circ}\text{C}$  w punkcie  $P_{17}$ . Po uśrednieniu warunku brzegowego, danego modelem wz.20, uzyskuje się maksymalną wartość  $\alpha = 3780 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla temperatury powierzchni  $210^{\circ}\text{C}$  (rys. 8.44).

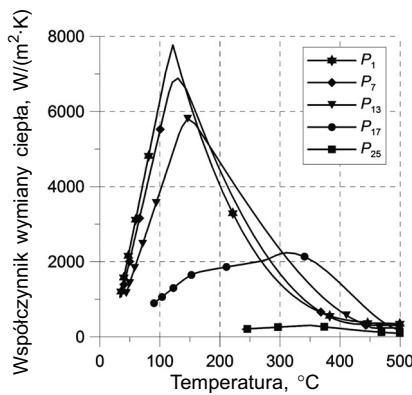
Przykładowe pola temperatury oraz rozkłady współczynnika wymiany ciepła, uzyskane za pomocą modelu warunku brzegowego wz.20, przedstawiono na rysunkach 8.49–8.52. Na rysunku 8.52 widoczna jest strefa najwyższych wartości współczynnika wymiany ciepła, przemieszczająca się w czasie chłodzenia od osi dyszy w kierunku brzegu obszaru chłodzenia. Uzyskana zmiana wynika z budowy układu chłodzącego dyszy, a także jest skutkiem ciepła przewodzonego z obszarów o mniejszej intensywności chłodzenia. Zmiana współczynnika wymiany ciepła bezpośrednio wpływa na uzyskane pole temperatury powierzchni (rys. 8.49 i 8.50). Strefa najniższej temperatury występuje początkowo w osi dyszy i rozszerza się osiowosymetrycznie wraz z przemieszczaniem się najwyższych wartości współczynników wymiany ciepła w kierunku brzegu płyty. Budowa warunku brzegowego, uzależniającego współczynnik wymiany ciepła od temperatury powierzchni oraz odległości od osi dyszy, pozwala na prawidłowe odwzorowanie zmiany współczynnika wymiany ciepła i pola temperatury chłodzonej płyty.



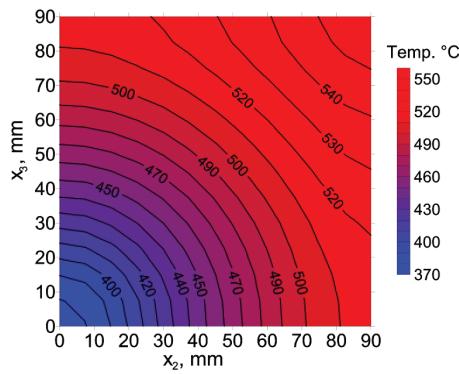
Rys. 8.46. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w czasie chłodzenia w punktach pomiarowych  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{17}$ ,  $P_{25}$ , uzyskana z modelu wz.20 przy symulacji chłodzenia stali S309



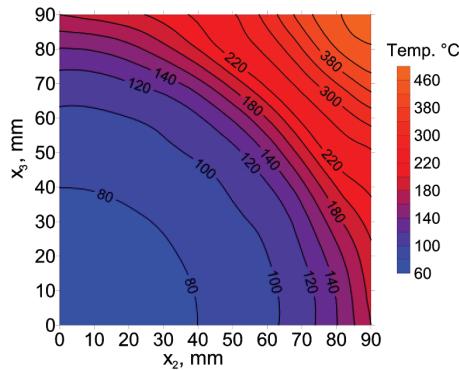
Rys. 8.47. Zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury w punktach  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{17}$ ,  $P_{25}$ , uzyskana w wyniku obliczeń modelem wz.20 dla wrzenia błońkowego stali S309



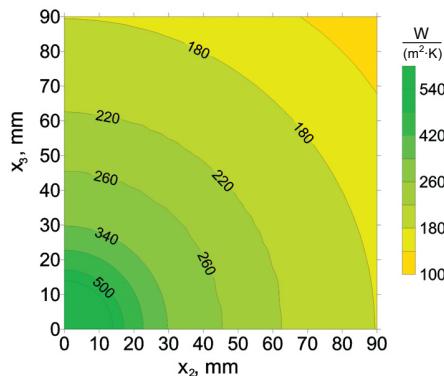
Rys. 8.48. Zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury w punktach  $P_1$ ,  $P_7$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{17}$ ,  $P_{25}$ , uzyskana w wyniku obliczeń modelem wz.20 dla wrzenia przejściowego i pęcherzykowego stali S309



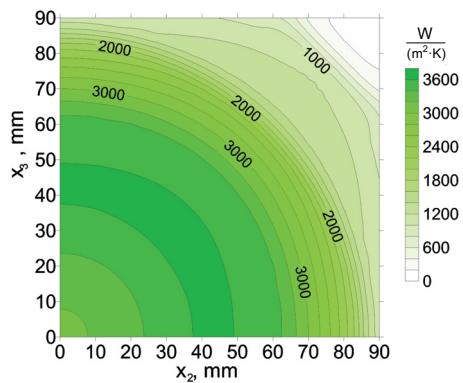
**Rys. 8.49.** Rozkład temperatury po 90 s chłodzenia płyty ze stali S309 uzyskany na podstawie symulacji chłodzenia dla warunku brzegowego wymiany ciepła zdefiniowanego modelem wz.20



**Rys. 8.50.** Rozkład temperatury po 120 s chłodzenia płyty ze stali S309 uzyskany na podstawie symulacji chłodzenia dla warunku brzegowego wymiany ciepła zdefiniowanego modelem wz.20



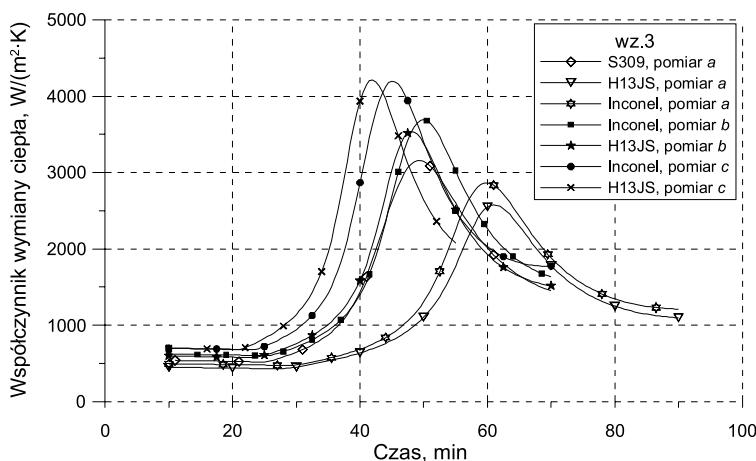
**Rys. 8.51.** Rozkład współczynnika wymiany ciepła po 90 s chłodzenia płyty ze stali S309 uzyskany na podstawie symulacji chłodzenia dla warunku brzegowego wymiany ciepła zdefiniowanego modelem wz.20



Rys. 8.52. Rozkład współczynnika wymiany ciepła po 120 s chłodzenia płyty ze stali S309 uzyskany na podstawie symulacji chłodzenia dla warunku brzegowego wymiany ciepła zdefiniowanego modelem wz.20

## 9. Analiza wpływu gęstości strumienia wody na współczynnik wymiany ciepła

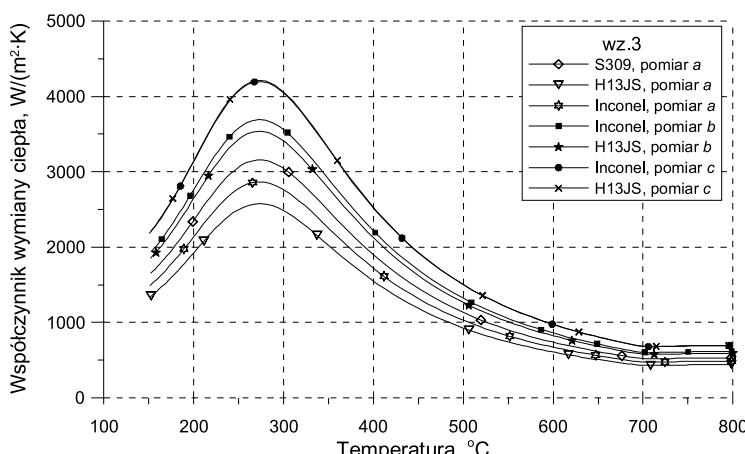
Najbardziej istotnymi parametrami wpływającymi na proces przejmowania ciepła z powierzchni chłodzonej są gęstość strumienia wody oraz temperatura powierzchni chłodzonej. Prawidłowe ustalenie wpływu tych parametrów w decydującym stopniu określa wynik symulacji pola temperatury. Strumień wody podawany przez dyszę jest regulowany ciśnieniem. W tabeli 4.1 podano wartości ciśnienia i odpowiadające im gęstości strumienia wody w wykonanych badaniach eksperymentalnych chłodzenia płyt. Przeprowadzono analizę wpływu gęstości strumienia wody na zmianę współczynnika wymiany ciepła dla wybranych modeli warunku brzegowego: wz.3, wz.11, wz.12, wz.13 i wz.14.



Rys. 9.1. Zależność współczynnika wymiany ciepła od czasu uzyskana modelem wz.3 dla gęstości strumienia wody zastosowanych w badaniach chłodzenia płyt

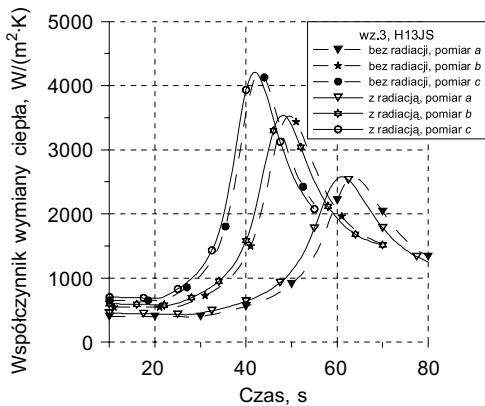
Model warunku brzegowego wz.3 pozwala na przeprowadzenie obliczeń dla całego zakresu badanych gęstości strumienia wody. Przedstawione na rysunku 9.1 zmiany współczynnika wymiany ciepła uzyskane modelem wz.3 ulegają wyraźnemu przesunięciu w czasie wraz ze zmniejszającą się wartością ciśnienia wody. Zmianie ulega także jego maksymalna wartość, potwierdzając tym samym ogólną poprawność równania.

Jednakże maksymalną wartość współczynnika wymiany ciepła osiągnięto dla temperatury powierzchni wynoszącej 260°C (rys. 9.2). Wyniki identyfikacji współczynnika wymiany ciepła metodą rozwiązania odwrotnego przedstawione w rozdziale 7 jednoznacznie wskazują, że maksymalna wartość współczynnika wymiany ciepła jest położona zdecydowanie bliżej temperatur wrzenia wody. Ponadto maksimum współczynnika wymiany ciepła zależy od odległości punktu materialnego od dyszy, ciśnienia i własności termofizycznych chłodzonego materiału.

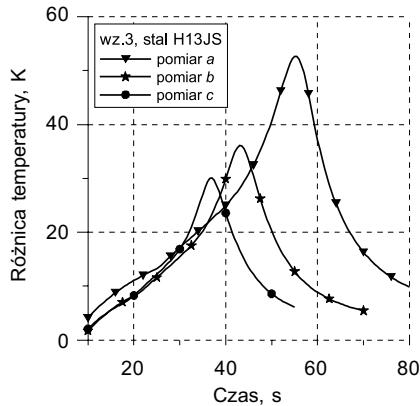


Rys. 9.2. Zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury uzyskana modelem wz.3 dla gęstości strumienia wody zastosowanych w badaniach chłodzenia płyt

Modele warunku brzegowego wz.3 i wz.14 pozwalają wyłącznie na obliczenie zmian współczynnika przejmowania ciepła w wyniku konwekcji płynu. W wykonanych obliczeniach numerycznych straty ciepła spowodowane promieniowaniem zostały uzupełnione przez dodanie wartości strat ciepła przez promieniowanie, określonych równaniem (6.6). W rezultacie uzyskano całkowity współczynnik wymiany ciepła uwzględniający całkowite straty ciepła z powierzchni. Przeprowadzona analiza wpływu strat ciepła w wyniku radiacji, dla uzupełnionego modelu wz.3, na całkowite straty ciepła z powierzchni chłodzonej, wykazała maksymalnie 14-procentowy wzrost wartości całkowitego współczynnika wymiany ciepła dla najwyższego ciśnienia wody oraz 23-procentowy wzrost dla najniższego (rys. 9.3). Porównując przedstawioną na rysunku 9.4 zmianę różnicę temperatury w czasie chłodzenia, można zauważać, że wraz ze spadkiem gęstości strumienia wody rośnie różnica temperatury wyznaczona modelem z udziałem promieniowania, w stosunku do modelu bez promieniowania. Udział radiacji w całkowitych stratach ciepła wzrasta wraz ze zmniejszającym się ciśnieniem (0.1 MPa – pomiar a, 0.25 MPa – pomiar b, 0.4 MPa – pomiar c). Wynika to z wyższych wartości temperatury powierzchni w dłuższym czasie, w przypadku zastosowania niższego ciśnienia wody. Do obliczeń przyjęto wartości gęstości strumienia wody uzyskane podczas chłodzenia stali H13JS.



Rys. 9.3. Porównanie przebiegu zmiany współczynnika wymiany ciepła uzyskanego modelem wz.3 z udziałem promieniowania i bez jego udziału



Rys. 9.4. Różnica temperatury spowodowana zaniedbaniem promieniowania w modelu wz.3 (chłodzenie natryskowe stali H13JS)

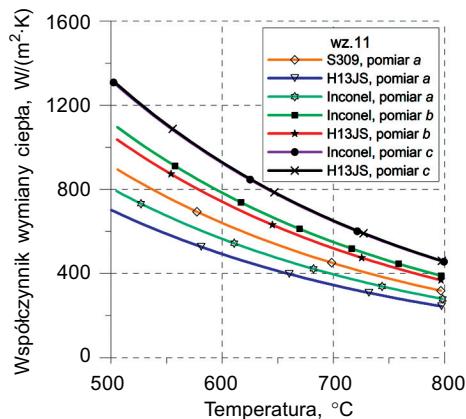
Zestawienie zmian wartości współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury powierzchni, uzyskane w wyniku zastosowania modelu warunku brzegowego określonego równaniem wz.11 dla całego zakresu przeprowadzonych badań, przedstawiono na rysunku 9.5. Uzyskano względnie niewielką zmianę wartości współczynnika wymiany ciepła wraz ze wzrostem temperatury powierzchni. Na początku chłodzenia współczynnik wymiany ciepła ulegał zmianie od około  $250 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla najniższego ciśnienia wody do  $450 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla najwyższego. Po uzyskaniu przez chłodzoną powierzchnię temperatury około  $500^\circ\text{C}$ , współczynnik wymiany ciepła osiągał wartość od  $700 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla najniższego ciśnienia wody do  $1300 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  dla najwyższego. Porównując współczynnik wymiany ciepła uzyskany modelem wz.11 z wynikami obliczeń odwrotnych (rys. 7.4–7.17), można stwierdzić istotne różnice występujące przy temperaturze bliskiej  $500^\circ\text{C}$ . Analiza wartości średniego błędu temperatury przedstawiona w tabeli 8.5 wykazuje, że równanie wz.11 pozwala na uzyskanie wyników obliczeń o najlepszej dokładności jedynie do temperatury powierzchni wynoszącej  $500^\circ\text{C}$ , w zakresie badanych gęstości strumienia wody.

Wyniki obliczeń uzyskane modelem wz.14 przedstawiono na rysunku 9.6. Początkowe wartości współczynnika wymiany ciepła są średnio o  $100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  wyższe od uzyskanych modelem wz.11 i o około  $600 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$  wyższe dla temperatury powierzchni wynoszącej  $500^\circ\text{C}$ . Analiza wartości średniego błędu temperatury przedstawiona w tabeli 8.5 wykazuje, że model wz.14 daje większe błędy obliczeń pola temperatury niż równanie wz.11.

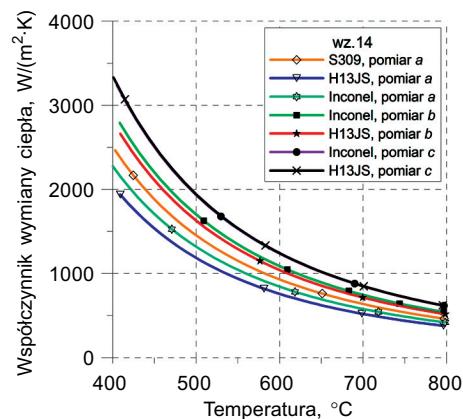
Model warunku brzegowego wz.12 umożliwia korektę współczynnika wymiany ciepła przez zmianę wartości parametrów występujących w równaniu, w zakresach określonych przez autora modelu [148]. Przeprowadzono analizę zmiany współczynnika wymiany ciepła oraz analizę błędu bilansu ciepła powierzchni  $\Delta Q_b$  dla trzech

postaci modelu wz.12 różniących się wartościami parametrów (tab. 9.1). Badania modelu wz.12 przeprowadzono dla trzech wariantów:

- 1) model wz.12a – bez zmian parametrów,
- 2) model wz.12b – przyjęcie maksymalnych wartości parametrów,
- 3) model wz.12c – przyjęcie minimalnych wartości parametrów.



Rys. 9.5. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury uzyskana modelem wz.11 dla badanych gęstości strumienia wody



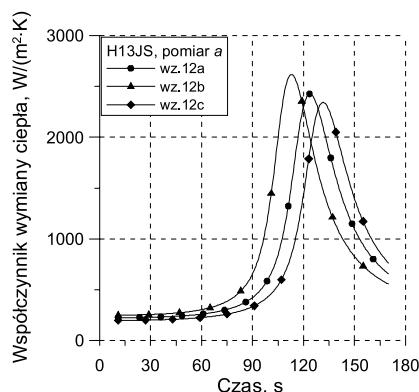
Rys. 9.6. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury uzyskana modelem wz.14 dla badanych gęstości strumienia wody

**Tabela 9.1**

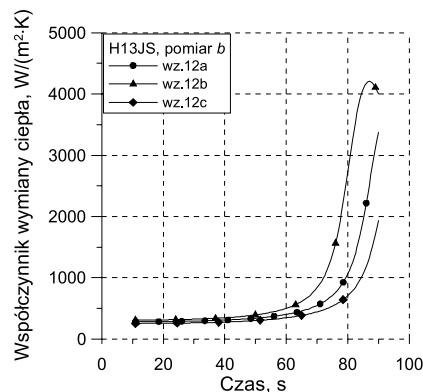
Zestawienie badanych form zapisu modelu warunku brzegowego wz.12

Oznaczenie wzoru	Zależność
wz.12a	$\alpha = 190 + \tanh\left(\frac{\dot{V}_s}{8}\right) \cdot \left( 140 \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T}{72\,000} \right] + 3.26 \cdot \Delta T^2 \left\{ 1 - \tanh\left(\frac{\Delta T}{128}\right) \right\} \right)$
wz.12b	$\begin{aligned} \alpha = 190 + 25 + \tanh\left(\frac{\dot{V}_s}{8}\right) \cdot & \left( (140 + 4) \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T}{72\,000 + 3500} \right] + \right. \\ & \left. + (3.26 + 0.16) \cdot \Delta T^2 \left\{ 1 - \tanh\left(\frac{\Delta T}{128 + 1.6}\right) \right\} \right) \end{aligned}$
wz.12c	$\begin{aligned} \alpha = 190 - 25 + \tanh\left(\frac{\dot{V}_s}{8}\right) \cdot & \left( (140 - 4) \cdot \dot{V}_s \left[ 1 - \frac{\dot{V}_s \cdot \Delta T}{72\,000 - 3500} \right] + \right. \\ & \left. + (3.26 - 0.16) \cdot \Delta T^2 \left\{ 1 - \tanh\left(\frac{\Delta T}{128 - 1.6}\right) \right\} \right) \end{aligned}$

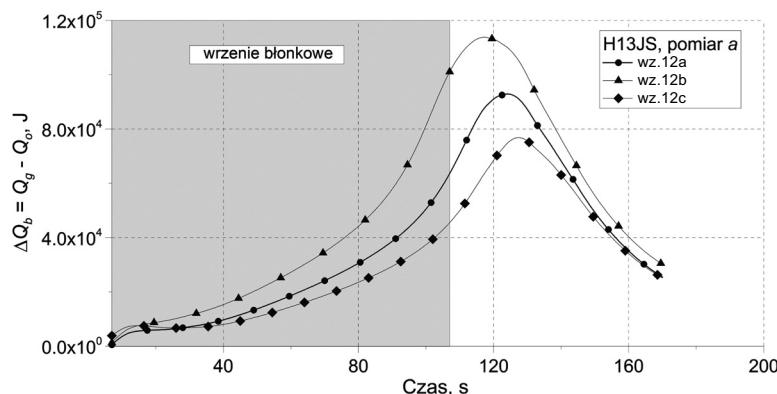
Obliczenia pola temperatury modelami warunku brzegowego wz.12 przeprowadzono dla chłodzenia płyty wykonanej ze stali H13JS w warunkach pomiaru *a* oraz *b*. Przedstawione na rysunkach 9.7 i 9.8 wyniki wykazują różną wartość maksymalnego współczynnika wymiany ciepła oraz różny czas jego występowania w warunkach pomiaru *a*. Zmiana ulegała również wartość współczynnika wymiany ciepła w całym zakresie obliczeń. W warunkach pomiaru *b* tylko w przypadku zależności wz.12b uzyskano jakościowo prawidłową krzywą wrzenia (rys. 9.8). Wartości przyjętych parametrów w znacznym stopniu wpłynęły na błąd bilansu ciepła przejmowanego z powierzchni chłodzonej. W obu analizowanych przypadkach najniższą wartość błędu względnego osiągnięto dla zależności wz.12c. Wynosił on około 27 kJ w warunkach pomiaru *a* (rys. 9.9) i około 5 kJ w przypadku warunków pomiaru *b* (rys. 9.10).



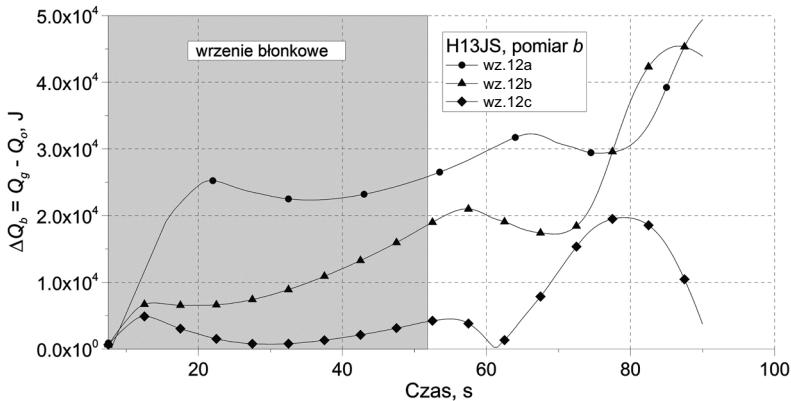
Rys. 9.7. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w funkcji czasu uzyskana z zależności: wz.12a, wz.12b, wz.12c dla chłodzenia stali H13JS, ciśnienie 0.1 MPa



Rys. 9.8. Zmiana współczynnika wymiany ciepła w funkcji czasu uzyskana z zależności: wz.12a, wz.12b, wz.12c dla chłodzenia stali H13JS, ciśnienie 0.25 MPa

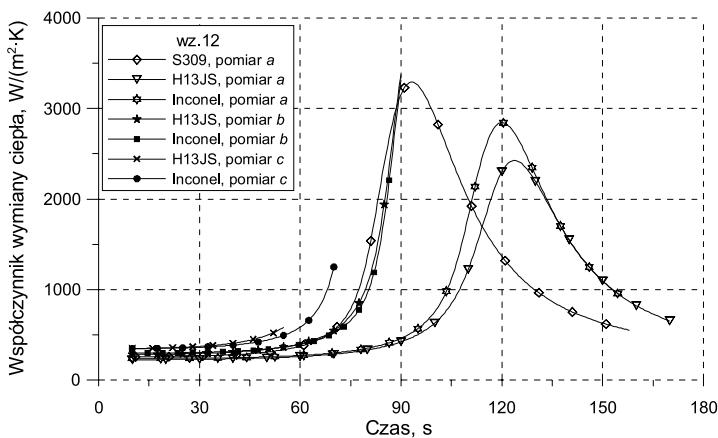


Rys. 9.9. Porównanie wyników obliczeń błędu względnego uzyskanych za pomocą zależności przedstawionych w tabeli 9.1 dla stali H13JS, pomiar *a*



Rys. 9.10. Porównanie wyników obliczeń błędu względnego bilansu ciepła powierzchni uzyskanych za pomocą zależności przedstawionych w tabeli 9.1 dla warunków pomiaru *b* chłodzenia stali H13JS

Zmiany współczynnika wymiany ciepła dla wszystkich analizowanych gęstości strumienia wody zastosowanych w badaniach chłodzenia płyt modelem wz.12 przedstawiono na rysunku 9.11. Wyłącznie dla najniższego ciśnienia wody, wykraczającego poza zakres zastosowania modelu wz.12, uzyskano jakościowo prawidłową zmianę współczynnika wymiany ciepła. W pozostałych przypadkach nie osiągnięto poprawnego rozwiązania.



Rys. 9.11. Zmiana współczynnika wymiany ciepła uzyskana modelem wz.12 dla różnych gęstości strumienia wody

Przeprowadzone obliczenia weryfikujące pozwoliły określić najbardziej korzystną postać modelu warunku brzegowego wz.12 dla warunków prowadzonych badań eksperymentalnych. W każdym przypadku konieczne było zastosowanie innego wariantu wzoru wz.12.

## 10. Model własny warunku brzegowego chłodzenia płyty natryskiem wodnym

Z rozwiązań odwrotnych, otrzymanych dla chłodzenia płyt, możliwe było określenie lokalnych wartości współczynnika wymiany ciepła na powierzchni płyty, opisanych w rozdziale 7. Lokalne wartości współczynnika wymiany ciepła wyznaczono w punktach Gaussa schematu całkowania zastosowanego w metodzie elementów skończonych, leżących na powierzchni chłodzonej, w strefie oznaczania współczynnika wymiany ciepła. W każdym elemencie liczba punktów Gaussa na powierzchni chłodzonej wynosiła 16, w rezultacie uzyskano dane o dużej gęstości dla zastosowanego podziału strefy wyznaczania współczynnika wymiany ciepła na  $4 \times 4$  elementy (rys. 3.5). Wartości współczynnika wymiany ciepła w punktach Gaussa obliczano co krok czasowy  $\Delta\tau = 0.5$  s. Dane wygenerowano dla uzyskanych rozwiązań odwrotnych, przedstawionych w rozdziale 7, dla ciśnienia równego 0.1, 0.25 i 0.4 MPa. Uzyskane dane pozwoliły na zbudowanie modelu warunku brzegowego dla chłodzenia płyty natryskiem wodno-powietrznym. W praktyce trudne jest bowiem bezpośrednie wykorzystanie danych uzyskanych z rozwiązań odwrotnych. Zaproponowano model warunku brzegowego będący rozszerzeniem wzoru opracowanego przez Hodsona i innych [61]. Opracowany model własny całkowitego współczynnika wymiany ciepła jest superpozycją wymiany ciepła w wyniku promieniowania i konwekcji:

$$q_e = q_c + q_{rad} \quad (10.1)$$

gdzie:

$$q_c = \alpha_c (t_p - t_a) \quad (10.2)$$

Straty ciepła wynikające z promieniowania  $q_{rad}$  należy obliczyć ze wzoru (6.6).

Konwekcyjny współczynnik wymiany ciepła  $\alpha_c$  zdefiniowano jako iloczyn czterech czynników, ujmujących wpływ ciśnienia, temperatury powierzchni chłodzonej i promienia określającego odległość punktu materialnego od osi dyszy:

$$\alpha_c = F_1(p) \cdot F_2(t_p, p) \cdot F_3(t_p) \cdot F_4(r) \quad (10.3)$$

gdzie:

$p$  – ciśnienie płynu, MPa,

$r$  – odległość punktu materialnego od osi dyszy, m.

Występujące w modelu warunku brzegowego (10.3) człony opisano równaniami:

$$F_1(p) = c_1 (p - 0.05)^{-c_2} \quad (10.4)$$

$$F_2(t_p, p) = 10^6 \left[ c_8 + \frac{t_p - c_8}{1 + \exp(t_p \cdot c_4 - c_5)} \right]^{(p \cdot c_3 - 2)} \quad (10.5)$$

$$F_3(t_p) = \left[ 1 - \frac{1}{1 + \exp(t_p \cdot c_6 - c_7)} \right] \quad (10.6)$$

Człon  $F_4$  uwzględnia odległość chłodzonego punktu od osi dyszy.

Wprowadzono zmienną pomocniczą  $r_z$  rozdzielającą strefę równomiernego chłodzenia od strefy zanikającego strumienia wody. Dla dyszy pełnego kąta zastosowano:

$$r_z = 20r \quad (10.7)$$

Dla parametru  $r_z < 1$  człon  $F_4$  wyliczano ze wzoru:

$$F_4(r) = \left( 1 + |c_{11}| r_s^{|c_{12}|} \right) \exp(-r_s) \quad (10.8)$$

gdzie:

$$r_s = (20r)^{1+|c_9|} \quad (10.9)$$

Dla parametru  $r_z > 1$  człon  $F_4$  wyliczano ze wzoru:

$$F_4(r) = \left( 1 + |c_{11}| r_s^{|c_{13} p^{-c_{15}}|} \right) \exp(-r_s) \quad (10.10)$$

gdzie:

$$r_s = (20r)^{|c_{10}(1-p c_{14})|} \quad (10.11)$$

Występujące w modelu warunku brzegowego współczynniki od  $c_1$  do  $c_{15}$  wyznaczono metodą minimalizacji błędu kwadratowego. Minimalizowano normę błędu między wartościami współczynnika wymiany ciepła uzyskanymi z rozwiązań odwrotnych  $\alpha^{INV}$  dla trzech ciśnień i wartościami  $\alpha^{MODEL}$ :

$$\alpha^{MODEL} = \frac{q_e}{(t_p - t_a)} \quad (10.12)$$

Minimalizację normy błędu prowadzono metodą zmiennej metryki. Zastosowano procedurę minimalizacji opisaną w rozdziale 5.

$$E_{\alpha}(c_i) = \frac{1}{NH} \sum_{j=1}^{NH} \left( \alpha_j^{INV}(t_p, r, p) - \alpha_j^{MODEL}(c_i, t_p, r, p) \right)^2 \quad (10.13)$$

Minimalizacja normy błędu pozwoliła na uzyskanie współczynników opracowanego modelu warunku brzegowego. W tabeli 10.1 przedstawiono współczynniki wyznaczone dla danych z rozwiązań odwrotnych dla chłodzenia stali H13JS i Inconelu oraz łącznie dla pełnego zestawu danych pochodzących z pomiarów chłodzenia płyty z Inconelu oraz stali H13JS.

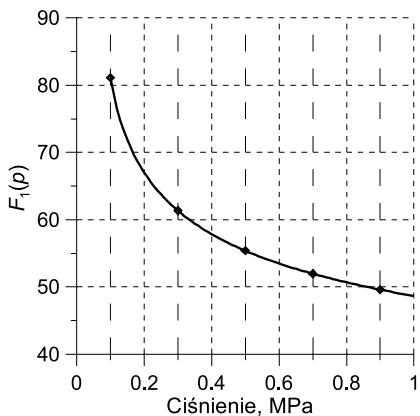
**Tabela 10.1**

Współczynniki występujące w modelu własnym warunku brzegowego

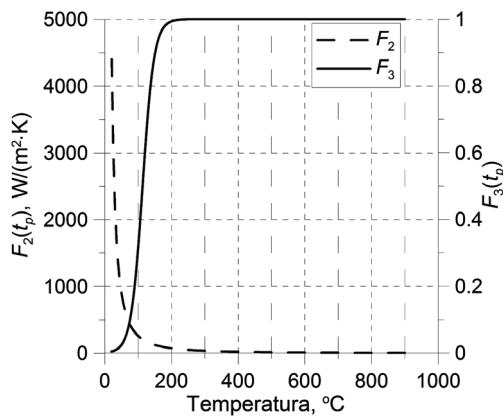
<b>Parametr</b>	<b>Współczynniki uzyskane z identyfikacji <math>\alpha</math></b>		
	<b>H13JS</b>	<b>Inconel</b>	<b>H13JS + Inconel</b>
$c_1$	33.080	34.010	48.229
$c_2$	0.21231	0.22589	0.17352
$c_3$	0.59189	0.62732	0.51745
$c_4$	-1.7838	-1.7838	-1.7838
$c_5$	11.796	11.796	11.796
$c_6$	0.086318	0.054156	0.058305
$c_7$	7.5693	6.6719	6.5984
$c_8$	4461.5	4461.5	4461.5
$c_9$	4.6954	2.1189	2.4744
$c_{10}$	1.2969	1.9776	1.8512
$c_{11}$	2.7748	3.0412	2.7160
$c_{12}$	0.83963	1.0549	1.1513
$c_{13}$	-0.0000016310	0.99832	0.67339
$c_{14}$	0.31200	0.58383	0.69445
$c_{15}$	0.36530	0.18716	0.21459

Na rysunku 10.1 przedstawiono zmianę członu  $F_1$  zastosowanego w modelu warunku brzegowego w celu uwzględnienia wpływu ciśnienia na współczynnik wymiany ciepła  $\alpha$ . Ciśnienie ma największy wpływ na wartość współczynnika wymiany ciepła

w zakresie niskich ciśnień zbliżających się do 0.1 MPa. Człony  $F_2$  i  $F_3$ , przedstawione na rysunku 10.2, pozwalają na modelowanie zmian współczynnika wymiany ciepła w funkcji temperatury. Iloczyn tych członów określa położenie maksymalnej wartości  $\alpha$  w zależności od ciśnienia i temperatury. Przedstawiony na rysunku 10.3 człon  $F_4$  pozwala na modelowanie zmian  $\alpha$  w funkcji odległości punktu materialnego od osi dyszy. Na podstawie danych uzyskanych z identyfikacji współczynnika wymiany ciepła dla chłodzenia płyt z Inconelu i stali H13JS otrzymano model warunku brzegowego przedstawiony w formie graficznej na rysunku 10.4 dla ciśnienia 0.4 MPa. Model warunku brzegowego jest jakościowo poprawny dla ciśnienia od 0.1 MPa do 0.9 MPa i temperatury powierzchni chłodzonej od 50°C do temperatury solidus.



Rys. 10.1. Zależność członu  $F_1$  od ciśnienia



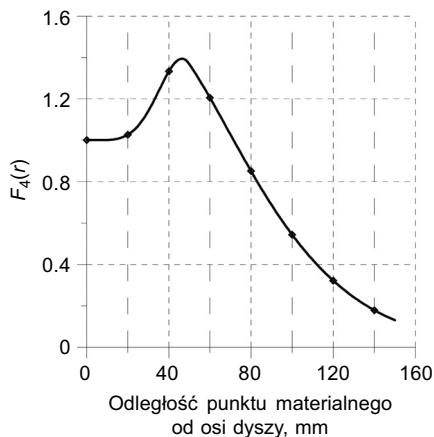
Rys. 10.2. Zależność członów  $F_2$  i  $F_3$  od temperatury przy ciśnieniu  $p = 0.4$  MPa

W tabeli 10.2 przedstawiono średni błąd kwadratowy pola temperatury, wyznaczony przy użyciu opracowanego modelu, w stosunku do pomiarów wykonanych podczas chłodzenia płyt z Inconelu i stali H13JS oraz S309. Uzyskano najlepszą dokładność ze wszystkich analizowanych modeli warunku brzegowego dla pełnego zakresu ciśnień i gatunków stali. Model wz.20 opracowany dla ciśnienia 0.1 MPa, daje dla stali S309 i H13JS nieco lepszą dokładność, ale w przypadku Inconelu dokładność opracowanego modelu własnego jest lepsza. Dokładność opracowanego modelu można zwiększyć przez dobór współczynników dla konkretnego ciśnienia lub gatunku stali. W takim przypadku uzyskuje się poprawę dokładności, ale skutkuje to utratą uniwersalności modelu. Podsumowując, należy stwierdzić, iż konieczne są dalsze badania w celu uwzględnienia w modelu warunku brzegowego własności termofizycznych chłodzonych stali. Modele warunku brzegowego powinny być też rozwijane w kierunku uwzględnienia przesuwania się temperatury Leidenfrosta i maksimum współczynnika wymiany ciepła w funkcji odległości punktu materialnego od osi dyszy.

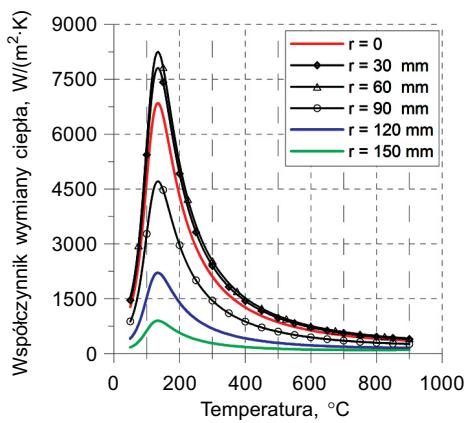
**Tabela 10.2**

Zestawienie średniego błędu temperatury wyznaczonego z 25 punktów pomiarowych dla symulacji całego okresu chłodzenia natryskowego modelem własnym oraz modelem wz.20

	Inconel			H13JS			S309
	Kod pomiaru						
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>
<b>Średni błąd temperatury, K</b>							
Numer wzoru – wz.20	118	–	–	88	–	–	58
Model własny	74	172	163	155	70	102	122



Rys. 10.3. Zmiana członu  $F_4$  w zależności od odległości punktu materialnego od osi dyszy dla ciśnienia  $p = 0.4 \text{ MPa}$



Rys. 10.4. Zależność współczynnika wymiany ciepła od temperatury i odległości punktu materialnego od osi dyszy dla ciśnienia  $p = 0.4 \text{ MPa}$

# **11. Implementacja opracowanego warunku brzegowego do modelowania chłodzenia pasma w linii ciągłego odlewania stali**

Proces ciągłego odlewania stali jest podstawowym sposobem wytwarzania wlewów stalowych. Posiada on wiele zalet, do których zaliczyć można dużą wydajność, oszczędność energii, względnie niskie koszty produkcji oraz zadowalającą jakośćpółwyrobów. Modelowanie numeryczne procesu ciągłego odlewania stali jest trudne ze względu na zmiany stanu skupienia stali. Stal przechodzi z fazy ciekłej do stałej w wyniku intensywnego chłodzenia w krystalizatorze i strefach chłodzenia wtórnego. Modelowanie tego typu transportu ciepła wymaga zbudowania złożonego modelu matematycznego. Szczególnie trudne jest określenie warunków brzegowych i wprowadzenie ciepła krzepnięcia [51]. Warunki brzegowe oraz gęstość źródła ciepła wyliczana z ciepła krzepnięcia zależą od temperatury ośrodka, co zdecydowanie utrudnia otrzymanie prawidłowych rozwiązań. Istotne jest również uwzględnienie konwekcyjnego transportu ciepła wynikającego z ruchu pasma.

Dobór warunków brzegowych podczas modelowania procesu ciągłego odlewania stali powinien uwzględniać charakter zmian wymiany ciepła w zależności od czasu lub odległości od menisku ciekłej stali w krystalizatorze, aż do strefy chłodzenia w powietrzu. Zastosowane w literaturze modele warunków brzegowych można podzielić na:

- strefę bezpośredniego stykania się ciekłej stali ze ścianami krystalizatora na graniicy wlewek-ściana krystalizatora, gdzie występuje najintensywniejsze przejmowanie ciepła od ciekłej stali [66, 122, 130],
- strefę dolną krystalizatora, gdzie na skutek odrywania się warstwy zakrzepłej stali powstaje szczelina gazowa między powierzchnią wlewka a ścianami krystalizatora, która zwalnia proces przejmowania ciepła [3, 12, 13, 70–72, 80, 85, 86, 112, 122, 123, 140],
- strefę chłodzenia wtórnego,
- strefę chłodzenia w powietrzu.

W strefie chłodzenia wtórnego odlewane pasmo poddawane jest intensywnemu chłodzeniu bezpośredniem natryskiem wodnym, wodno-powietrznym lub obiema metodami jednocześnie. Występuje kontynuacja procesu krzepnięcia. W strefie tej znajduje się system dysz umieszczonych między rolkami do podtrzymywania i prowadzenia pasma. System chłodzenia powinien umożliwiać równomierne oraz intensywne

chłodzenie powierzchni, przy zapewnieniu takich zmian temperatury, które pozwolą na uniknięcie pęknięć wywołanych naprężeniem termicznym w powierzchniowej i przy-powierzchniowej warstwie pasma [48, 51, 77]. Po opuszczeniu tej strefy uzyskuje się całkowicie zakrzepłe pasmo. W obliczeniach numerycznych najczęściej stosowane są modele warunku brzegowego uzależniające wielkość przejmowanego ciepła od gęstości strumienia wody. Otrzymane przez poszczególnych autorów wartości współczynnika wymiany ciepła są różne [18, 130, 137].

Zewnętrzna powierzchnia pasma opływana jest również przez powietrze w warunkach konwekcji naturalnej i wymuszonej. Jednakże, nawet w przypadku procesu walcania blach na gorąco stwierdzono niewielki wpływ konwekcji wymuszonej na uzyskane wyniki [52, 57, 73, 115].

Obliczenia symulacyjne pozwalające określić zmianę pola temperatury pasma w czasie krzepnięcia przeprowadzono za pomocą programu komputerowego opartego na rozwiązaniu równania Fouriera–Kirchhoffa:

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) + q_v = \rho c \left( \frac{\partial T}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial T}{\partial x_2} v_3 \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) \quad (11.1)$$

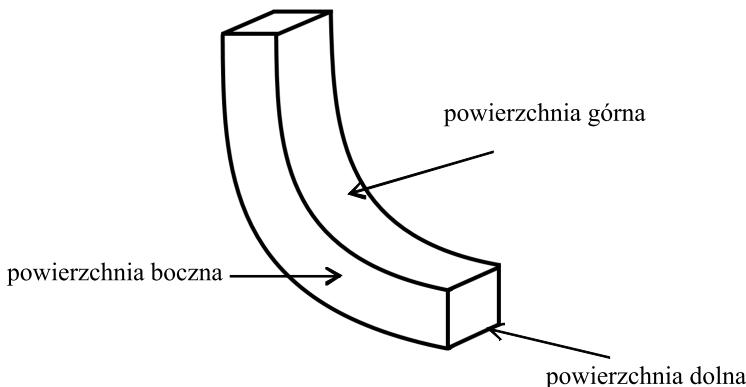
gdzie  $v_i$  – średnia prędkość ruchu pasma.

Warunki brzegowe wprowadzono w postaci gęstości strumienia ciepła przejmowanego na powierzchni pasma. Dokładny opis przyjętego rozwiązania oraz warunków brzegowych w pierwotnej strefie chłodzenia przedstawiono we wspólnautorskich pracach [48, 51, 53, 93]. W przypadku strefy chłodzenia wtórnego założono dwa warianty warunków brzegowych. W wariantie I pole temperatury wyznaczono na podstawie warunku brzegowego opisanego równaniem Hodsona i innych [49, 61]. Równanie Hodsona umożliwia uzyskanie średniej wartości współczynnika wymiany ciepła na całą powierzchni, uzależnionego od temperatury powierzchni oraz gęstości strumienia wody. Wariant II zakładał przeprowadzenie obliczeń, w których warunek brzegowy zadano za pomocą modelu własnego (szczegółowy opis modelu znajduje się w rozdziale 10 niniejszej pracy). Opracowany model warunku został zaimplementowany do kodu programu służącego do wyznaczania pola temperatury pasma. Program ten został opracowany w ramach projektu rozwojowego nr NR07 0018 04 pt.: *Komputerowe wspomaganie projektowania technologii ciągłego odlewania stali zintegrowanej z walcaniem pasm*. Celem wykonanych symulacji było porównanie wpływu średnich i lokalnych wartości współczynników wymiany ciepła, uzależnionych od ciśnienia wody oraz temperatury powierzchni, na uzyskany rozkład temperatury pasma COS w strefie chłodzenia wtórnego.

Przeprowadzono obliczenia numeryczne symulujące proces odlewania pasma w maszynie COS [42]. Pasmo formowane jest, począwszy od krystalizatora, wzdłuż łuku o promieniu 6 m. Po wyjściu ze strefy chłodzenia wtórnego pasmo odginane jest wzdłuż łuku o promieniu 11 m. Prostowanie pasma prowadzone jest w urządzeniu

rolkowym ciągnąco-prostującym, znajdującym się za komorą chłodzenia wtórnego. Promień naroża pasma wynosi 16 mm. Obliczenia wykonano dla stali niskowęglowej o zawartości węgla 0,1%, odlewanej w postaci pasma o przekroju prostokątnym 225×1500 mm. Długość kryształizatora wynosiła 800 mm.

Układ chłodzenia pasma po wyjściu z kryształizatora podzielono na dwie części: strefę chłodzenia powierzchni górnej i dolnej pasma, gdzie system chłodzenia dla obu powierzchni był identyczny, oraz strefę chłodzenia powierzchni bocznych (rys. 11.1). Chłodzenie pasma realizowano metodą natryskową. Ze względu na symetrię ułożenia dysz obliczeniom poddano 1/2 powierzchni pasma. Dane wejściowe do obliczeń przedstawiono w tabeli 11.1.



**Rys. 11.1.** Schemat przyjętych oznaczeń powierzchni pasma

**Tabela 11.1**

Dane wejściowe do obliczeń zmiany temperatury w poszczególnych wariantach

Parametr	Jednostka	Wariant I i II
Temperatura zalewania	°C	1530
Prędkość odlewania	mm/s	15
Początek przemiany w stanie stałym	°C	860
Koniec przemiany w stanie stałym	°C	720

## 11.1. Symulacja pola temperatury pasma dla średniego współczynnika wymiany ciepła

W przypadku obliczeń wariantu I chłodzenie wtórne odlewanej pasma realizowane w siedmiu strefach chłodzenia. W tabeli 11.2 przedstawiono położenie oraz intensywność przepływu wody chłodzącej w kolejnych strefach na powierzchni górnej,

natomiaszt w tabeli 11.3 na powierzchni bocznej. Strefa 1. obejmuje chłodzenie pasma bezpośrednio pod kryształizatorem. W tym obszarze pasmo prowadzone jest pionowo. W strefach 2. i 3. realizowane jest chłodzenie pasma znajdującego się w segmencie zginającym pasma. Następne strefy 4., 5. i 6. obejmują chłodzenie pasma przemieszczającego się wzdłuż stałego łuku. Ostatnia, 7. strefa chłodzenia, obejmuje chłodzenie pasma w segmentach prostujących. Pomiędzy strefami chłodzenia występują obszary chłodzenia pasma w powietrzu, gdzie strata ciepła do otoczenia wyliczana jest w wyniku radiacyjnej i konwekcyjnej wymiany ciepła [93].

**Tabela 11.2**

Parametry układu chłodzenia powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego

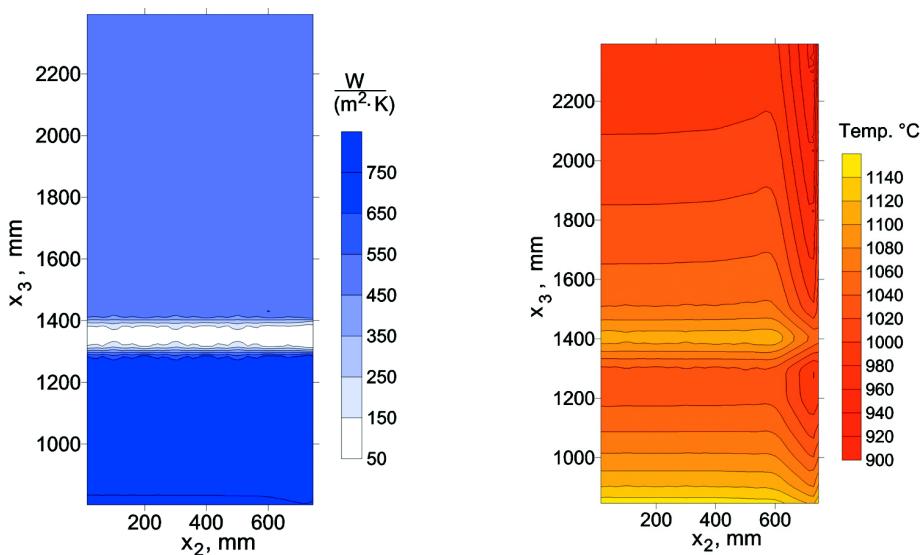
Numer strefy	Położenie strefy chłodzenia, m	Gęstość strumienia wody, $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
1	0.8–1.3	2.5
2	1.3–2.4	1.3
3	2.4–4.0	0.8
4	4.0–6.0	0.6
5	6.0–10.0	0.1
6	12.0–14.0	0.08
7	14.0–24.0	0.05

**Tabela 11.3**

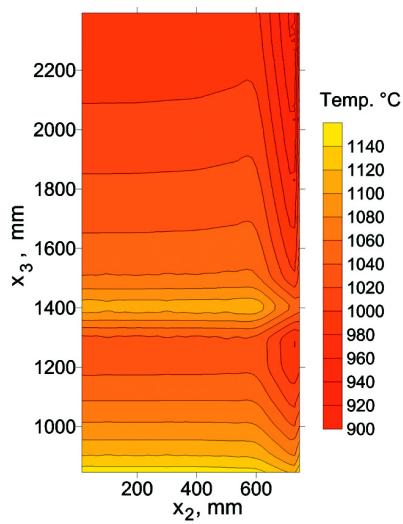
Parametry układu chłodzenia powierzchni bocznej pasma w strefie chłodzenia wtórnego

Numer strefy	Położenie strefy chłodzenia, m	Gęstość strumienia wody, $\text{dm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$
1	0.8–1.3	2.5
2	1.3–2.4	0.0
3	2.4–4.0	0.0
4	4.0–6.0	0.6
5	6.0–10.0	0.1
6	12.0–14.0	0.08
7	14.0–24.0	0.05

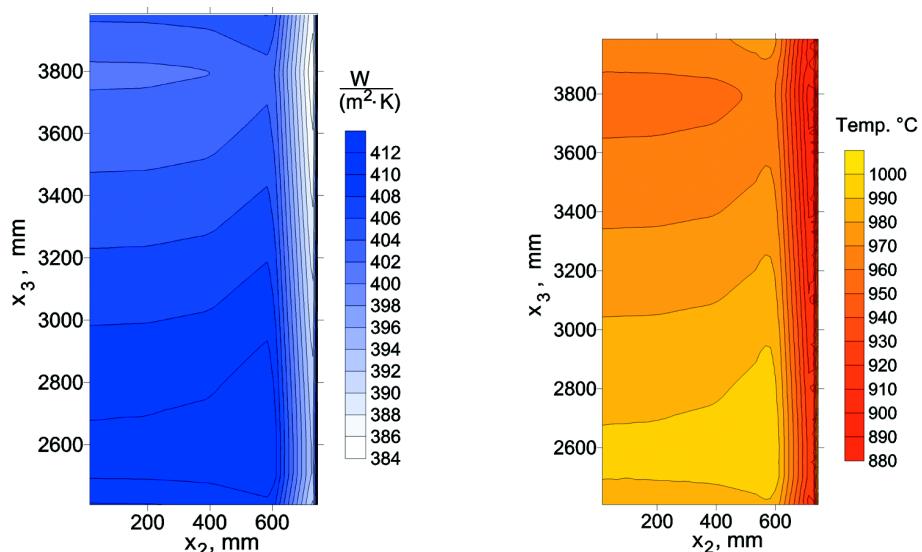
Wyniki obliczeń rozkładu współczynnika wymiany ciepła oraz rozkładu temperatury dla wybranych fragmentów powierzchni górnej chłodzonego pasma przedstawiono na rysunkach od 11.2 do 11.7. W przypadku 1. strefy chłodzenia uzyskano średnią wartość współczynnika wymiany ciepła wynoszącą  $650 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , w 2. i 3. strefie ulegała ona zmianie w zakresie  $105\text{--}284 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ , w 4 wynosiła  $100\text{--}238 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ .



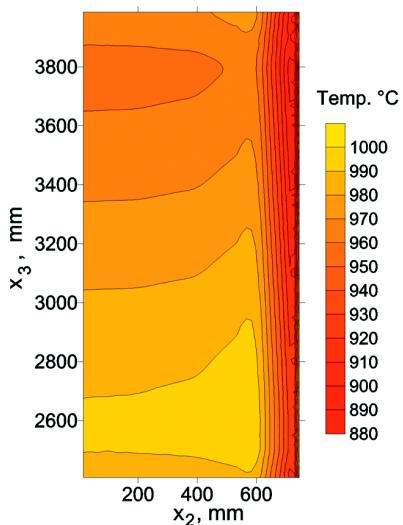
Rys. 11.2. Rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 0.8 m do 2.4 m;  
 $\alpha_{\min} = 100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 762 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$



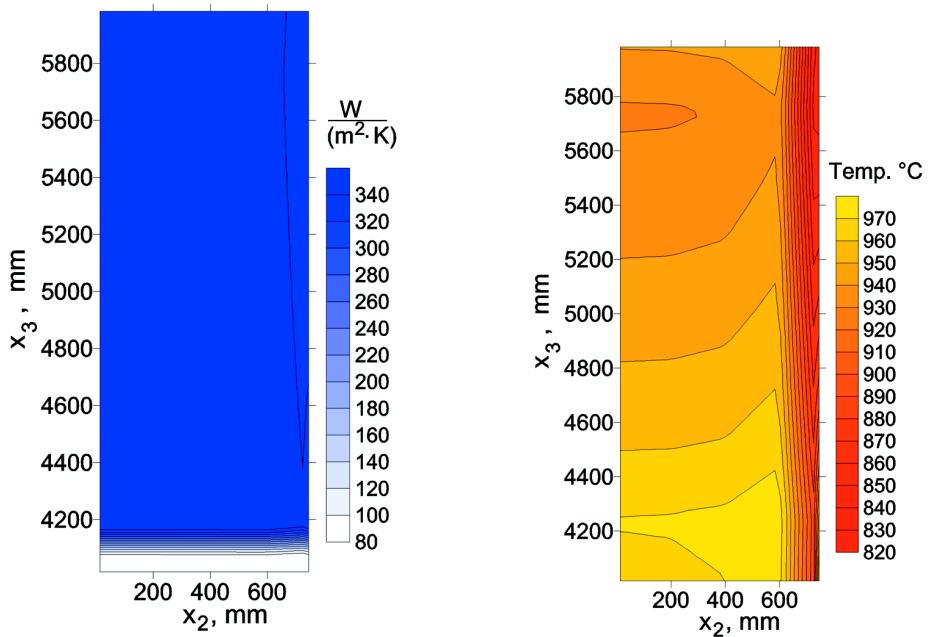
Rys. 11.3. Rozkład temperatury na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 0.8 m do 2.4 m;  
 $t_{\min} = 912^\circ\text{C}$ ,  $t_{\max} = 1153^\circ\text{C}$



Rys. 11.4. Rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 2.4 m do 4 m.  
 $\alpha_{\min} = 348 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 417 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

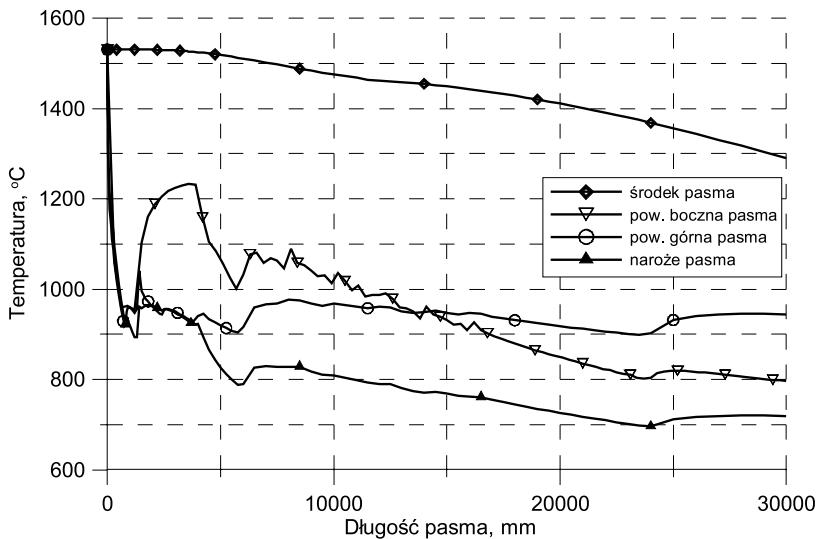


Rys. 11.5. Rozkład temperatury na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 2.4 m do 4 m;  
 $t_{\min} = 800^\circ\text{C}$ ,  $t_{\max} = 1006^\circ\text{C}$

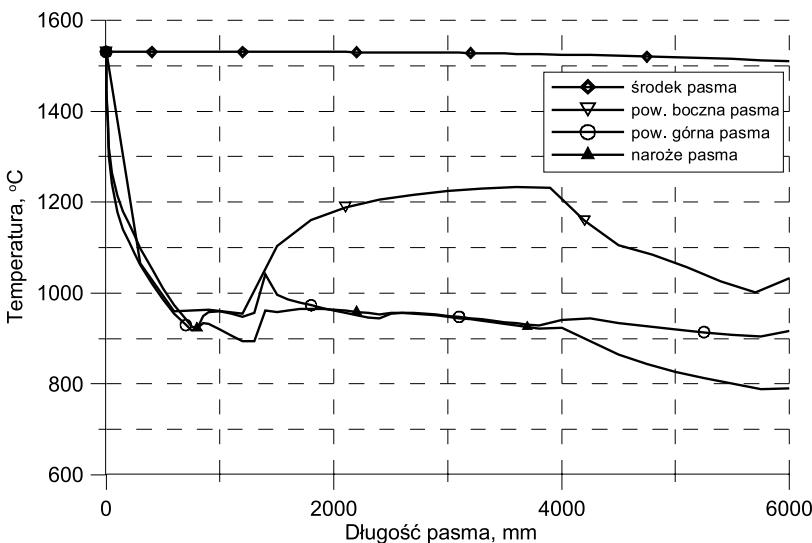


**Rys. 11.6.** Rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 4 m do 6 m;  
 $\alpha_{\min} = 87 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 345 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

**Rys. 11.7.** Rozkład temperatury na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego od 4 m do 6 m;  
 $t_{\min} = 822^\circ\text{C}$ ,  $t_{\max} = 977^\circ\text{C}$



**Rys. 11.8.** Zmiana temperatury w wybranych punktach pasma wzdłuż jego długości dla średniego współczynnika wymiany ciepła w kolejnych strefach chłodzenia

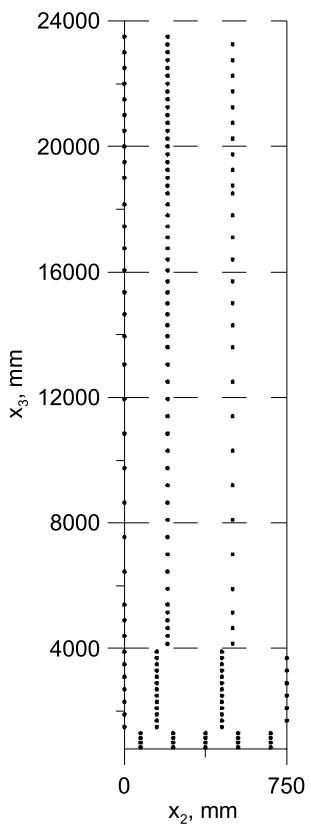


**Rys. 11.9.** Zmiana temperatury w wybranych punktach pasma w zakresie długości do 6 m dla średniego współczynnika wymiany ciepła w kolejnych strefach chłodzenia

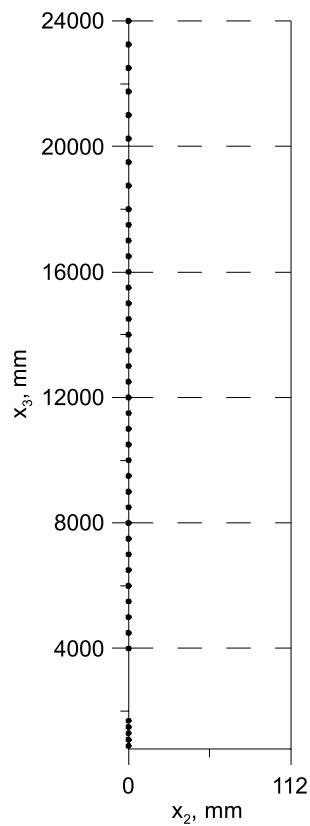
Na rysunkach 11.8 i 11.9 przedstawiono zmianę temperatury w wybranych punktach wzdłuż długości pasma. Na całym odcinku chłodzonego pasma najniższą wartość temperatury uzyskano w narożu. Różnica pomiędzy temperaturą początkową a końcową w osi odlewanejgo pasma wynosiła 248°C. Spadek temperatury w osi pasma odnotowano po przekroczeniu 2.2 m długości strefy chłodzenia wtórnego. Brak chłodzenia powierzchni bocznej w 2. i 3. strefie spowodował wzrost temperatury powierzchni z 954°C, uzyskanych w strefie 1., do 1231°C na końcu strefy 3. Wzrost temperatury po opuszczeniu ostatniej strefy chłodzenia natryskowego spowodowany jest zmniejszeniem intensywności przejmowania ciepła, wynikający z chłodzenia pasma w powietrzu.

## 11.2. Symulacja pola temperatury pasma dla modelu własnego

Zastosowanie do obliczeń numerycznych własnego modelu warunku brzegowego (wariant II obliczeń) wymagało podania schematu rozmieszczenia dysz chłodzących w kolejnych strefach chłodzenia. W tym przypadku układ chłodzenia powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego podzielono na pięć stref, w których ulegała zmianie liczba oraz konfiguracja dysz chłodzących. Schemat rozmieszczenia dysz przedstawiono na rysunkach 11.10 oraz 11.11. Szczegółowe dane dotyczące intensywności chłodzenia i liczby dysz na powierzchni górnej oraz bocznej pasma zawierają tabele 11.4 i 11.5.



**Rys. 11.10.** Położenie dysz na powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego



**Rys. 11.11.** Położenie dysz na powierzchni bocznej pasma w strefie chłodzenia wtórnego

**Tabela 11.4**

Parametry układu chłodzenia powierzchni górnej pasma w strefie chłodzenia wtórnego

Numer strefy	Położenie rzędów dysz, m	Ciśnienie, MPa	Liczba dysz
1	0.85–1.3	0.5	20
2	1.5–3.9	0.4	39
3	4.15–13.6	0.3	42
4	13.96–18.5	0.2	28
5	18.75–23.5	0.1	40

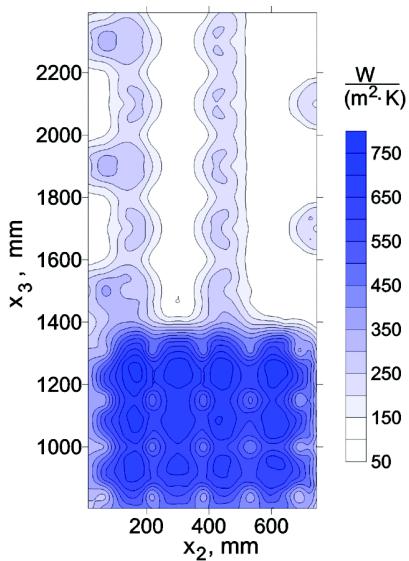
**Tabela 11.5**

Parametry układu chłodzenia powierzchni bocznej pasma  
w strefie chłodzenia wtórnego

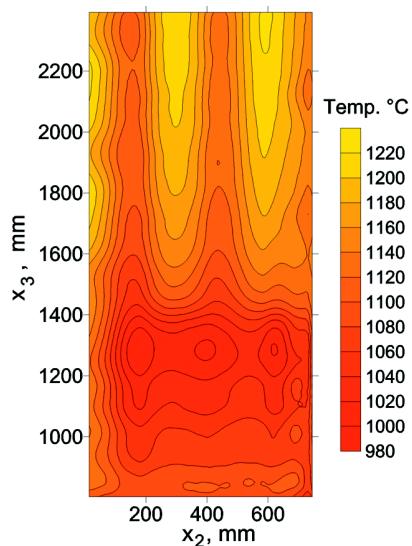
Numer strefy	Położenie rzędów dysz, m	Ciśnienie, MPa	Liczba dysz
1	0.9–1.7	0.5	5
2	4.0–6.0	0.4	5
3	6.5–11.0	0.3	10
4	11.5–18.0	0.2	14
5	18.75–24.0	0.1	8

Wyniki symulacji uzyskane z zastosowaniem lokalnego warunku brzegowego dla wybranych stref chłodzenia przedstawiono na rysunkach 11.12–11.17. Widoczny na rysunkach 11.12, 11.14 i 11.16 rozkład współczynnika wymiany ciepła na powierzchni górnej pasma uzyskano dla dysz typu MNQ 1040 T1SH [116]. Powierzchnia pasma bezpośrednio znajdująca się w obszarze działania dyszy uzyskała w osi najwyższe wartości współczynników wymiany ciepła. Wartości te maleją wraz z rosnącą odległością punktu materialnego od osi. Na pozostałej części pasma uzyskano współczynnik wymiany ciepła o wartościach typowych dla chłodzenia w powietrzu. W przypadku 1. strefy chłodzenia, gdzie zastosowano największe zagęszczenie ułożenia dysz, uzyskano najniższe wartości temperatury wynoszące 980°C w obszarze zlokalizowanym w czwartym rzędzie dysz oraz najmniejsze różnice temperatury na całej powierzchni. W 2. strefie chłodzenia zastosowane duże rozstawy dysz są przyczyną powstawania różnic temperatury na powierzchni pasma wynoszących około 170°C. Podobne wyniki uzyskano dla strefy 3., gdzie różnica temperatury wynosi 140°C.

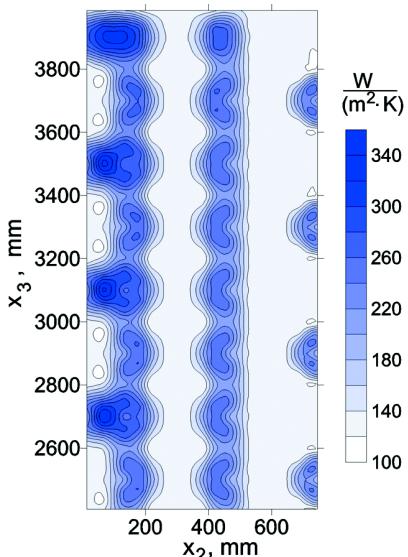
Na rysunkach 11.18 i 11.19 przedstawiono zmianę temperatury w czterech punktach odlewanej pasma. Podobnie jak w wariantie I, tak i w tym przypadku najniższą temperaturę uzyskano dla naroża pasma. Lokalizacja odczytu temperatury na powierzchni górnej, znajdująca się w punkcie  $x_2 = 750$  mm, pozwoliła zauważyć na odcinku wynoszącym od 1500 mm do 3900 mm długości pasma lokalną zmianę temperatury powierzchni górnej pasma związaną z działaniem dysz natryskowych. W przypadku zastosowania lokalnego warunku brzegowego, różnica pomiędzy temperaturą początkową a końcową w osi odlewanej pasma wynosiła 120°C i jest ona dwukrotnie wyższa niż w wariantie I. Również w pozostałych punktach pomiarowych dla wariantu II uzyskano różnice temperatury dla powierzchni górnej wyższe o 105°C, dla powierzchni bocznej o 160°C i dla naroża o 145°C.



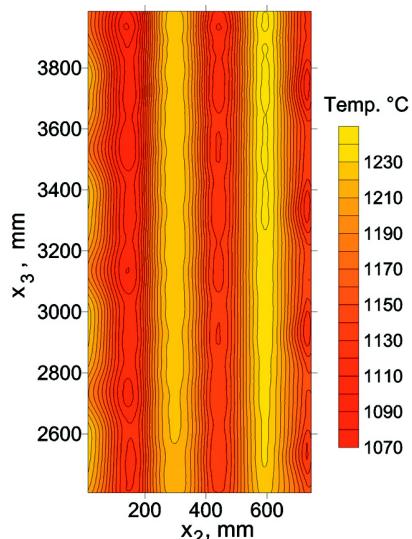
Rys. 11.12. Rozkład współczynnika wymiany ciepła w strefie chłodzenia wtórnego od 0,8 m do 2,4 m;  
 $\alpha_{\min} = 94 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 760 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$



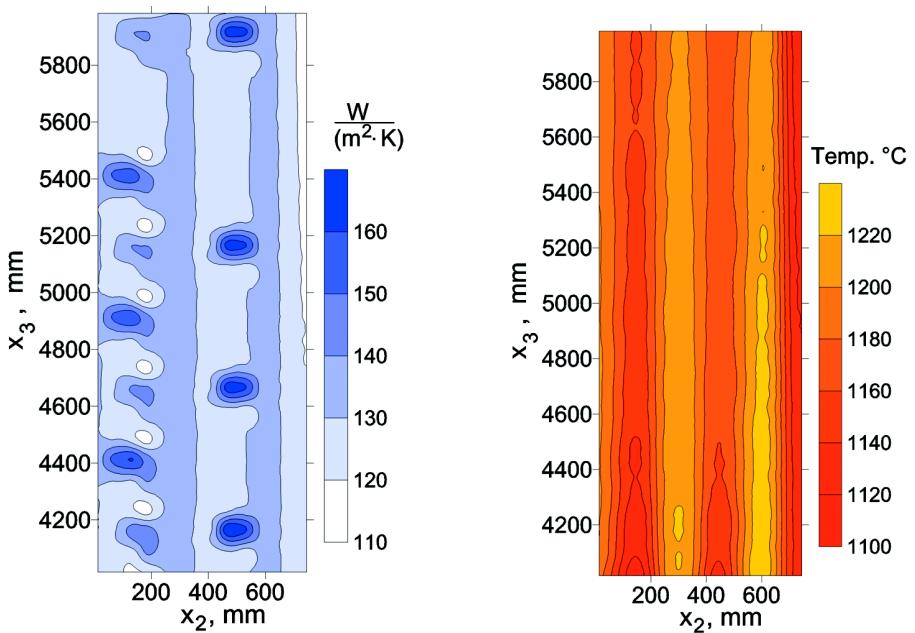
Rys. 11.13. Rozkład temperatury w strefie chłodzenia wtórnego od 0,8 m do 2,4 m;  
 $t_{\min} = 980^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{\max} = 1226^{\circ}\text{C}$



Rys. 11.14. Rozkład współczynnika wymiany ciepła w strefie chłodzenia wtórnego od 2,4 m do 4 m;  
 $\alpha_{\min} = 105 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 353 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

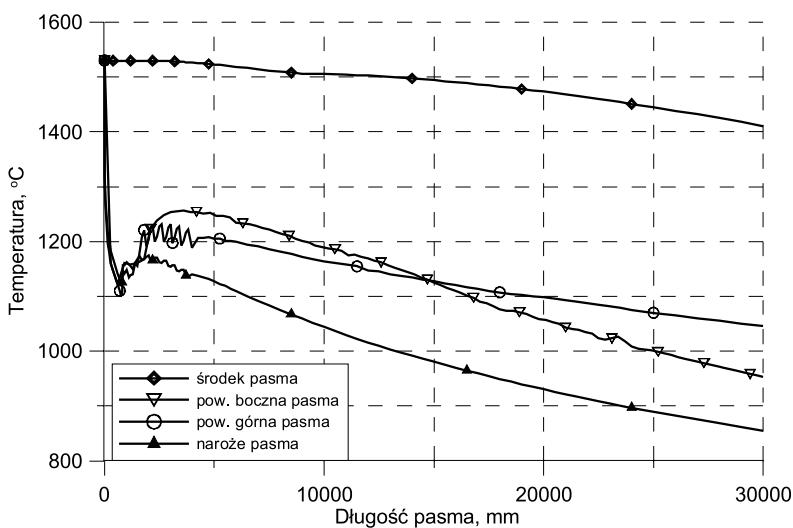


Rys. 11.15. Rozkład temperatury w strefie chłodzenia wtórnego od 2,4 m do 4 m;  
 $t_{\min} = 1075^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{\max} = 1244^{\circ}\text{C}$

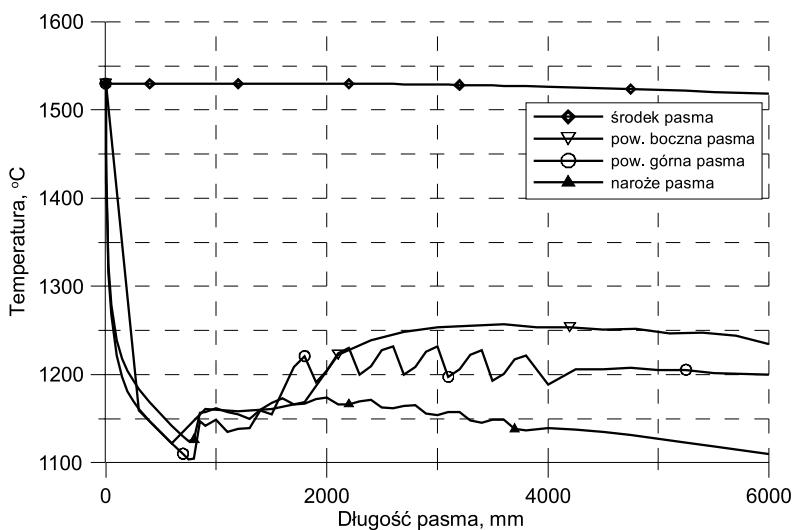


Rys. 11.16. Rozkład współczynnika wymiany ciepła w strefie chłodzenia wtórnego od 4 m do 6 m;  
 $\alpha_{\min} = 101 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ,  $\alpha_{\max} = 182 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Rys. 11.17. Rozkład temperatury w strefie chłodzenia wtórnego od 4 m do 6 m;  
 $t_{\min} = 1100^\circ\text{C}$ ,  $t_{\max} = 1240^\circ\text{C}$



Rys. 11.18. Zmiana temperatury w wybranych punktach pasma w kolejnych strefach chłodzenia



Rys. 11.19. Zmiana temperatury w wybranych punktach paśma w zakresie długości do 6 m

Powstające lokalne naprężenia tworzące się podczas intensywnego chłodzenia mogą prowadzić do powstania defektów w odlewany paśmie, takich jak pęknięcia powierzchniowe i wewnętrzne. Zjawiska tego można uniknąć, rozmieszczając prawidłowo dysze chłodzące oraz precyzyjnie dobierając ciśnienie wody. Zastosowanie do obliczeń numerycznych średnich wartości współczynników wymiany ciepła na całej powierzchni nie umożliwia uzyskania prawidłowego obrazu zmiany temperatury oraz odnalezienia newralgicznych obszarów. Wyłącznie dobranie do obliczeń odpowiednich miejscowych wartości współczynników wymiany ciepła pozwala wyznaczyć zgodny z oczekiwaniemi rozkład temperatury, który jest ściśle powiązany z powstającymi lokalnymi odkształceniami oraz naprężeniami w paśmie i powinien znajdować się we wzajemnej interakcji z nimi.

## **12. Podsumowanie**

W pracy przedstawiona została analiza oraz ocena wybranych z literatury modeli warunku brzegowego dla chłodzenia natryskowego metali w zakresie wrzenia błonkowego i pęcherzykowego. Zaproponowany został własny model warunku brzegowego dla chłodzenia płyty natryskiem wodno-powietrznym. W modelu własnym, wartość współczynnika wymiany ciepła w wyniku konwekcji uzależniono od ciśnienia wody, temperatury powierzchni chłodzonej oraz promienia określającego odległość punktu materialnego od osi dyszy.

Obliczenia pola temperatury płyty dla wybranych modeli warunków brzegowych oraz identyfikację warunku brzegowego wymiany ciepła podczas chłodzenia płyt dyszą natryskową z udziałem wrzenia powierzchniowego przeprowadzono za pomocą programu komputerowego, rozwiązującego równanie przewodzenia ciepła metodą elementów skończonych, z wykorzystaniem nieliniowych funkcji kształtu. Dokonano oceny dokładności zastosowanego modelu metody elementów skończonych na podstawie wyników uzyskanych z rozwiązania analitycznego. Dokładność modelu przewodzenia ciepła porównano również z rozwiązaniem referencyjnym dla testowego warunku brzegowego, umożliwiającego modelowanie przemieszczania się krytycznego strumienia ciepła wzduł promienia określającego odległość punktu materialnego od osi dyszy, w sposób podobny do działania dyszy natryskowej.

Identyfikację współczynnika wymiany ciepła na powierzchni chłodzonej wodą przeprowadzono metodą rozwiązania odwrotnego. Warunek brzegowy poszukiwano w postaci funkcji zależnej od położenia i czasu. Poprawność metodyki identyfikacji współczynnika wymiany ciepła zweryfikowano na podstawie testowych modeli warunków brzegowych, zbliżonych do warunków eksperymentu.

Dokonano identyfikacji współczynnika wymiany ciepła i gęstości strumienia ciepła dla siedmiu przypadków chłodzenia płyt wykonanych z trzech różnych materiałów dla trzech wartości ciśnień zasilania dyszy natryskowej wodą. Zidentyfikowano warunek brzegowy wymiany ciepła na podstawie pomiarów zmiany temperatury na stancjonarnym w Katedrze Techniki Cieplnej i Ochrony Środowiska Akademii Górniczo-Hutniczej.

Podstawowym kryterium walidacji dokładności modeli warunków brzegowych była ilość przejętego ciepła z powierzchni chłodzonej natryskiem wodno-powietrznym, określona z rozwiązania odwrotnego. Porównano również zmianę temperatury w czasie chłodzenia, uzyskaną za pomocą pomiarów, z wynikami obliczeń numerycznych. Przedstawiono analizę wyników obliczeń numerycznych rozkładów współczynnika wymiany ciepła dla wybranych modeli warunku brzegowego oraz analizę wpływu gęstości strumienia wody oraz strat ciepła w wyniku promieniowania z chłodzonej powierzchni na jego maksymalną wartość.

Na podstawie danych uzyskanych z rozwiązań odwrotnych zbudowano model własny warunku brzegowego dla chłodzenia płyty natryskiem wodno-powietrznym. Zaproponowano model warunku brzegowego, będący rozszerzeniem wzoru opracowanego przez Hodsona i współpracowników, za pomocą którego możliwe jest wyliczenie całkowitego współczynnika wymiany ciepła. Model warunku brzegowego jest superpozycją wymiany ciepła w wyniku promieniowania i konwekcji. Opracowany model warunku został zaimplementowany do kodu programu pozwalającego określić zmianę pola temperatury pasma w procesie ciągłego odlewania stali. Wykazano istotny wpływ lokalnych wartości współczynnika wymiany ciepła, uzależnionego od ciśnienia wody, temperatury powierzchni i odległości punktu materialnego od osi dyszy, na rozkład temperatury w strefie chłodzenia wtórnego, w porównaniu z obliczeniami na podstawie wartości średnich.

Wykonane testy wykazały, że rozwiązanie równania przewodzenia ciepła, oparte na nieliniowych funkcjach kształtu, pozwala uzyskać zadowalającą dokładność i czas obliczeń dla założonego warunku brzegowego na powierzchni chłodzonej. Maksymalny błąd rozwiązania równania przewodzenia ciepła za pomocą modelu zastosowanego w rozwiązaniach odwrotnych, w stosunku do modelu referencyjnego, wynosił  $1.6^{\circ}\text{C}$ . Zastosowana metoda identyfikacji współczynnika wymiany ciepła w czasie i przestrzeni cechuje się lokalnym błędem na poziomie 10%.

Otrzymane wyniki z rozwiązania zagadnienia odwrotnego, zaprezentowane w postaci krzywych identyfikujących warunek brzegowy przy chłodzeniu natryskowym, wykazują zmienność współczynnika wymiany ciepła w czasie i na powierzchni chłodzonej natryskiem wodnym, wynikającą z niejednorodności padającego na powierzchnię płynu.

Wykazano, że modele warunku brzegowego, oparte na średniej wartości współczynnika wymiany ciepła, pozwalają na uzyskanie wyłącznie przybliżonego opisu rzeczywistego przebiegu wymiany ciepła, natomiast modele uzależniające współczynnik wymiany ciepła od temperatury powierzchni oraz odległości punktu materialnego od osi dyszy powalają na prawidłowe odwzorowanie zmiany współczynnika wymiany ciepła i pola temperatury chłodzonej płyty.

Przeprowadzona analiza wskazuje, że modele wymiany ciepła dla chłodzenia natryskowego powinny być określane dla stali o podobnych właściwościach termofizycznych.

Oszacowano, że udział radiacji w całkowitych stratach ciepła wzrasta wraz ze zmniejszającym się ciśnieniem wody.

Analiza wyników obliczeń numerycznych pola temperatury pasma COS, uzyskanego dla dwóch modeli warunków brzegowych, jednoznacznie potwierdza, że zastosowanie średnich wartości współczynników wymiany ciepła w symulacjach numerycznych procesów metalurgicznych jest przyczyną istotnych błędów wyznaczanego pola temperatury. Wykazano, że zastosowanie do obliczeń warunków brzegowych, umożliwiających określenie miejscowych wartości współczynników wymiany ciepła w obszarach działania dyszy natryskowej, pozwala wyznaczyć prawidłowy rozkład temperatury wynikający z rozmieszczenia dysz i zastosowanego ciśnienia wody podczas chłodzenia wtórnego w procesie ciągłego odlewania stali.



## Literatura

- [1] Abbasi B., Kim J., Marshall A.: *Dynamic pressure based prediction of spray cooling heat transfer coefficients*, International Journal of Multiphase Flow, 36, 2010, 491–502
- [2] Alizadeh M., Edris H., Shafyei A.: *Mathematical Modeling of Heat Transfer for Steel Continuous Casting Process*, International Journal of ISSI, 3, 2006, 7–16
- [3] Asai S., Szekely J.: *Turbulent flow and its effects in continuous*, Ironmaking and Steelmaking, 3, 1975, 205–213
- [4] Bamberger M., Jeschar R., Prinz B.: *Investigation of heat transfer during cooling of nonferrous metals with water*, Zeitschrift für Metallkunde, 70, 1979, H. 9, 553–560
- [5] Bamberger M., Prinz B.: *Determination of heat transfer coefficient during water cooling of metals*, Materials Science and Technology, 2, 1986, 410–415
- [6] Beck J.V., Blackwell B., St. Clair Ch.R., Jr.: Inverse Heat Conduction, ILL-Posed Problems, A Wiley-Interscience Publication, New York, 1985
- [7] Belle L., Moureau J.C.: Spray cooling of hot surfaces. In: G.F. Hewitt, J.M. Delhaye, N. Zuber (red.), Multiphase Science and Technology, New York, 1982
- [8] Bellerova H., Tseng A.A., Pohanka M., Raudensky M.: *Spray cooling by solid jet nozzles using alumina/water nanofluids*, International Journal of Thermal Sciences, 62, 2012, 127–137
- [9] Bernardin J.D., Mudawar I.: *Film boiling heat transfer of droplet streams and sprays*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40, 1997, 2579–2593
- [10] Bernardin J.D., Stebbins C.J., Murdawar I.: *Effects of surface roughness on water droplet impact history and heat transfer regimes*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40, 1997, 73–88
- [11] Bernardin J. D., Stebbins C. J., Mudawar I.: *Mapping of impact and heat transfer regimes of water drops impinging on a polished surface*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 40, 1997, 247–267
- [12] Biedrońska M., Grzymkowski R.: *The equation of temperature field for beginning phase of the continuous ingot forming and its applying in practice*, Krzepnięcie Metalu i Stopów, 19, 1994, 11–19

- [13] Biedrońska M., Grzymkowski R.: *The equation of temperature field for beginning phase of the continuous ingot forming and its applying*, Krzepnięcie Metali i Stopów, 18, 1993, 21–28
- [14] Bolle E., Moureau J.C.: *Spray Cooling of Hot Surfaces: A Description of the Dispersed Phase and a Parametric Study of Heat Transfer Results*, Proc. of Two Phase Flows and Heat Transfer, vol. III, NATO Advanced Study Institute, 1979, 1327–1346
- [15] Bolle E., Moureau J.C.: *Experimental Study of Heat Transfer by Spray Cooling*, Proc. Int. Conf. on Heat and Mass Transfer in Metallurgical Processes, Dubrovnik, Yugoslavia, 1979, 527–534
- [16] Broyden C.G.: *The convergence of a class of double-rank minimization algorithms: 2. The new algorithm*, Journal of the Institute of Mathematics and Its Applications, 6, 1970, 222–231
- [17] Brimacombe J.K., Agarwal P.K., Hibbins S., Prabhaker B., Baptista L.A.: *Spray Cooling in the Continuous Casting of Steel*, 2, Continuous Casting, 1984, 109–123
- [18] Buczek A.: *Heat transfer on water-spray cooling*, Metallurgy and Foundry Engineering, 20, 1994, 311–318
- [19] Buczek A.: *Wyznaczanie lokalnego współczynnika przejmowania ciepła podczas chłodzenia w wodzie*, „Gospodarka cieplna i eksploatacja pieców przemysłowych”, XI Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna, Poraj, 2003, 19–25
- [20] Buczek A.: Zastosowanie brzegowego zagadnienia odwrotnego do identyfikacji współczynnika przejmowania ciepła podczas chłodzenia, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, 2004
- [21] Buczek A., Malinowski Z., Ślupek S.: *Zastosowanie rozwiązania odwrotnego równania przewodzenia ciepła do wyznaczania współczynnika przejmowania ciepła*, „Gospodarka cieplna i eksploatacja pieców przemysłowych”, IX Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Techniczna, Poraj, 2001, 17–28
- [22] Buczek A., Malinowski Z., Telejko T.: *Wyznaczanie współczynnika wymiany ciepła w procesie chłodzenia zanurzeniowego stali*, Hutnik Wiadomości Hutnicze, 79, 2012, 212–218
- [23] Buczek A., Telejko T.: *Badanie współczynnika przejmowania ciepła w procesie hartowania z użyciem wybranych chłodziw*, XIV Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Szczecin, 2010, 89–96
- [24] Buczek A., Telejko T.: *Identyfikacja współczynnika przejmowania ciepła podczas chłodzenia w olejach hartowniczych*, XIII Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Koszalin–Darłówko, 03–06 września 2007 (red. H. Charun), Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Koszalińskiej, Koszalin, 2007, 265–272
- [25] Buczek A., Telejko T.: *Inverse determination of boundary conditions during boiling water heat transfer in quenching operation*, Journal of Materials Processing Technology, 155–156, 2004, 1324–1329

- [26] Buczek A., Telejko T.: *Investigation of heat transfer coefficient during quenching in various cooling agents*, International Journal of Heat and Fluid Flow, 44, 2013, 358–364
- [27] Cebo A.: Wpływ warunków chłodzenia oraz przewodności cieplnej wybranych metali na współczynnika wymiany ciepła w procesie chłodzenia natryskiem wodnym, Praca doktorska, Akademia Górnictwo-Hutnicza, Kraków, 2012
- [28] Cebo A.: *The effect of the error of thermal conductivity, specific heat and density determination on the inverse calculation of the heat transfer coefficient*, Archives of Metallurgy and Materials, 55, 2010, 429–434
- [29] Cebo A., Buczek A.: *The influence of selected parameters of water spray cooling on the heat transfer coefficient*, Computer Methods in Materials Science, 9, 2009, 200–206
- [30] Cebo-Rudnicka A., Buczek A.: *Wpływ przewodności cieplnej wybranych metali oraz parametrów chłodzenia natryskiem wodnym na współczynnik przejmowania ciepła*, XIV Sympozjum Wymiany Ciepła i Masy, Wydawnictwo Uczelniane ZUT, Szczecin, 2010, 129–136
- [31] Cebo-Rudnicka A., Buczek A., Malinowski Z.: *The influence of thermal conductivity and selected parameters of spray cooling on heat transfer*, KomPlasTech 2015, Krynica-Zdrój, 11–14 stycznia 2015
- [32] Cebo-Rudnicka A., Malinowski Z., Hadała B., Telejko T.: *Influence of the sample geometry on the inverse determination of the heat transfer coefficient distribution on the axially symmetrical sample cooled by the water spray*, Computer Methods in Materials Science, 13, 2013, 269–275
- [33] Cebo-Rudnicka A., Malinowski Z., Telejko T., Gielzecki J.: *Inverse determination of the heat transfer coefficient distribution on a steel plate cooled by a water spray nozzle*, Heat Transfer 12, 12 International Conference on Simulation and Experiments in Heat Transfer and Their Applications, Split, Croatia, 2012, 345–355
- [34] Cebo-Rudnicka A., Malinowski Z., Telejko T., Hadała B.: *Implementation of the finite element model with linear and Hermitian shape function to determination of the heat transfer coefficient distribution on the hot plate cooled by the water spray*, Numerical Heat Transfer 2012, Wrocław, 4–6 September, 2012, 58–67
- [35] Chaudhuri S., Singh R.K., Patwari K., Majumdar S., Ray A.K., Prasad Singh A.K., Neogi N.: *Design and implementation of an automated secondary cooling system for the continuous casting of billets*, ISA Transactions, 49, 2010, 121–129
- [36] Chen W., Wang B., Feng Y., Zheng N., Chen Y.: *Optimization and application of secondary cooling on 37Mn5 steel FI210mm round billet*, Advanced Materials Research, 706–708, 2013, 163–166
- [37] Choi J.W., Choi J.W.: *Convective Heat Transfer Coefficient for High Pressure Water Jet*, ISIJ International, 42, 2002, 283–289

- [38] Ciofalo M., Di Piazza I., Brucato V.: *Investigation of the cooling of hot walls by liquid water sprays*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 42, 1999, 1157–1175
- [39] Cramb A.W.: The Making, Shaping and Treating of Steel. 11 Edition Casting Volume, The AISE Steel Foundation, Pittsburgh, 2003
- [40] Cui Q.: The effect of dissolving salts or gases in water sprayed on a hot surface, Praca doktorska, University of Toronto, 2001
- [41] Edalatpour S., Saboonchi A., Hassanpour S.: *Effect of phase transformation latent heat on prediction accuracy of strip laminar cooling*, Journal of Materials Processing Technology, 201, 2011, 1776–1782
- [42] Falkus J.: Modelowanie procesu ciągłego odlewania stali, PIB, Radom, 2012
- [43] Fletcher R.: *A new approach to variable metric algorithms*, The Computer Journal, 13, 1970, 317–322
- [44] Fujimoto H., Hatta N., Asakawa H., Hashimoto T.: *Predictable modeling of heat transfer coefficient between spraying water and a hot surface above the Leiden-frost temperature*, ISIJ International, 37, 1997, 492–497
- [45] Gloss R.E., Gibbs R.K., Hodgson P.D.: *The Design and Performance of a Laboratory Spray Cooling Unit to Simulate In-line Heat Treatment of Steel*, Quenching and Carburising, Proc. 3rd Int. Seminar, IFHT (red. P.D. Hodgeson), Institute of Materials, London, 1993, 189–203
- [46] Goldfarb D.: *A family of variable-metric methods derived by variational means*, Mathematics of Computation, 24, 1970, 23–26
- [47] Goldsmith A., Waterman T.E., Hirschhorn H.J.: Handbook of thermophysical properties of solid materials, tom 2, Pergamon Press, New York, 1962
- [48] Gołdasz A., Hadała B., Cebo-Rudnicka A., Malinowski Z.: *Wpływ warunków chłodzenia na krzepnięcie pasma COS*, Hutnik Wiadomości Hutnicze, 78, 2011, 289–295
- [49] Gomez G., Schicht J., Perez T., Goldschmit M., Vigliocco A.: *Thermo-Metallurgical Model of the Cooling Table for a Flat Product Hot Rolling Mill*, Materials Science and Technology Conference and Exhibitions, Cincinnati, Conference Proceedings, Product Manufacturing, 2006, 443–454
- [50] Ha J.S., Cho J.R., Lee B.Y., Ha M.Y.: *Numerical analysis of secondary cooling and bulging in the continuous casting of slabs*, Journal of Materials Processing Technology, 113, 2001, 257–261
- [51] Hadała B., Cebo-Rudnicka A., Malinowski Z., Gołdasz A.: *The influence of thermal stresses and strand bending on surface defects formation in continuously cast strands*, Archives of Metallurgy and Materials, 56, 2011, 367–377
- [52] Hadała B., Malinowski Z.: *Validation of the boundary conditions in on-line temperature model for plate rolling mill*, Archives of Metallurgy and Materials, 55, 2010, 455–461

- [53] Hadała B., Malinowski Z., Cebo-Rudnicka A., Gołdasz A., Telejko T.: *Influence of cooling parameters and casting speed on the temperature field of the continuous casting of strand*, METAL 2011, Brno, Czech Republic, materiały elektroniczne
- [54] Hadała B., Malinowski Z., Telejko T., Cebo-Rudnicka A., Szajding A.: *Influence of the finite element model on the inverse determination of the heat transfer coefficient distribution over the hot plate cooled by the laminar water jets*, Archives of Metallurgy and Materials, 58, 2013, 105–112
- [55] Han H.N., Lee J.K., Kim H.J., Jin Y.S.: *A model for deformation, temperature and phase transformation behavior of steels on run-out table in hot strip mill*, Journal of Materials Processing Technology, 128, 2002, 216–225
- [56] Han H.N., Lee J.K.: *A Model for Carbon Steel Phase Transformation and Cooling Behavior on Run-Out Table of Hot Strip Mill*, Metals and Materials, 6, 2000, 401–406
- [57] Hardin R.A., Liu K., Kapoor A., Beckermann C.H.: *A Transient Simulation and Dynamic Spray Cooling Control Model for Continuous Steel Casting*, Metallurgical and Materials Transactions B, 34B, 2003, 297–306
- [58] Hauksson A.T., Fraser D., Prodanovic V., Samarasekera I.: *Experimental study of boiling heat transfer during subcooled water jet impingement on flat steel surface*, Ironmaking and Steelmaking, 31, 2004, 51–56
- [59] Heming Ch., Xieqing H., Honggang W.: *Calculation of the residual stress of a 45 steel cylinder with a non-linear surface heat-transfer coefficient including phase transformation during quenching*, Journal of Materials Processing Technology, 89–90, 1999, 339–343
- [60] Heming Ch., Xieqing H., Jianbin X.: *Comparision of surface heat – transfer coefficients between various diameter cylinders rapid cooling*, Journal of Materials Processing Technology, 138, 2003, 399–402
- [61] Hodson P.D., Browne K.M., Collinson D.C., Pham T.T., Gibbs R.K.: *A Mathematical Model to Simulate the Thermomechanical Processing of Steel*, 3rd International Seminar of the International Federation for Heat Treatment and Surface Engineering, Melbourne, 1991, 139–159
- [62] Holmam J.P.: Heat Transfer, McGraw-Hill Book Company, New York, 1986
- [63] Hsieh S. S., Fan T. Ch., Tsai H. H.: *Spray cooling characteristics of water and R-134a. Part I: nucleate boiling*, International Journal of Mass and Heat Transfer, 47, 2004, 5703–5712
- [64] Hsieh S.S., Fan T.Ch., Tsai H.H.: *Spray cooling characteristics of water and R-134a. Part II: transient cooling*, International Journal of Mass and Heat Transfer, 47, 2004, 5713–5724
- [65] Huang C.H., Wang S.P.: *A three-dimensional inverse heat conduction problem in estimating surface heat flux by conjugate gradient method*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 42, 1999, 3387–3404

- [66] Irving W.R.: *Continuous casting of steel*, Institute of Materials, London, 1993
- [67] Isachenko V.P., Osipova V.A., Sukomel A.S.: *Heat Transfer*, Mir Publishers, Moscow, 1980
- [68] Ishiguro M.: *Tetsu-to-Hagane*, 60, 1974, S464
- [69] Jacobi H., Kaestle G., Wünnenberg K.: *Heat transfer in cyclic secondary cooling during solidification of steel*, Ironmaking and Steelmaking, 11, 1984, 132–145
- [70] Kapturkiewicz W., Burbiełko A.: *Micro-macro model of solidification for simulation of continuous casting of steel*, Krzepnięcie Metali i Stopów, 18, 1988, 79–86
- [71] Kapusta A., Wawrzynek A.: *Application of Rvachev's Function in Numerical Simulation of Moving Boundary Problems*; Krzepnięcie Metali i Stopów, 16, 1987, 150–158
- [72] Kapusta A., Wawrzynek A.: *Numerical Simulation of Solidification Process in Domain of Continuous Casting with Complex Shape*; Krzepnięcie Metali i Stopów, 18, 1993, 87–94
- [73] Karagiozis A.N., Lenard J.G.: *Temperature Distribution in a Slab during Hot Rolling*, ASME, Journal of Engineering Materials Technology, 110, 1988, 17–21
- [74] Kim H.K., Oh S.I.: *Evaluation of heat transfer coefficient during heat treatment by inverse analysis*, Journal of Materials Processing Technology, 112, 2001, 157–165
- [75] Kolev N.I.: *Multiphase flow dynamics 3*, Thermal interactions, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2011
- [76] Kreglewski T., Rogowski T., Ruszczyński A., Szymanowski J.: *Metody optymalizacji w języku FORTRAN*, PWN, Warszawa, 1984
- [77] Kudliński Z.: *Technologie odlewania stali*, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice, 2006
- [78] Kushnarev A.V., Supov A.V., Khrulev A.E., Shcherbakov S.P.: *Determination of the Heat Transfer Factor Characterizing Sprayer Cooling of Continuously Cast Blanks*, Metal Science and Heat Treatment, 49, 2007, 497–500
- [79] Laitinen E., Neittaanmäki P.: *Numerical solution of the problem connected with the control of the secondary cooling in the continuous casting process*, Control-Theory and Advanced Technology, 4, 1988, 285–305
- [80] Lally B., Biegler L., Henein H.: *Finite Difference Heat-Transfer Modeling for Continuous Casting*, Metallurgical Transaction B, 21B, 1990, 761–770
- [81] Li D., Wells M.A.: *Effect of water flow rate, water temperature, nozzle size and nozzle stand-off distance on the boiling water heat transfer of AISI 316 stainless steel plate*, Canadian Metallurgical Quarterly, 44, 2005, 59–70
- [82] Li X., Wang M., Du F.: *A coupling thermal mechanical and microstructural FE model for hot strip continuous rolling process and verification*, Materials Science and Engineering A, 408A, 2005, 33–41

- [83] Luo W., Yan B., Xiong Y. X., Wen G. H., Xu H. L.: *Improvement to secondary cooling scheme for beam blank continuous casting*, Ironmaking and Steelmaking, 39, 2012, 125–132
- [84] Liu C.S.: *Optimal Algorithms and the BFGS Updating Techniques for Solving Unconstrained Nonlinear Minimization Problems*, Journal of Applied Mathematics, Volume 2014, Article ID 324181, 2014
- [85] Mahaparta R.B., Brimacombe J.K., Samarasekera I.V.: *Mold Behavior and its Influence on Quality in the Continuous Casting of Steel Slabs: Part II. Mold Heat Transfer, Mold Flux Behavior, Formation of Oscillation Marks, Longitudinal Off-Corner Depressions, and Subsurface Cracks*, Metallurgical and Materials Transactions B, 22B, 1991, 875–888
- [86] Mahmoudi J.: *Mathematical modelling of fluid flow, heat transfer and solidification in a strip continuous casting process*, International Journal of Cast Metals Research, 19, 2006, 223–236
- [87] Malinowski Z.: Numeryczne modele w przeróbce plastycznej i wymianie ciepła, Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne AGH, Kraków, 2005
- [88] Malinowski Z., Cebo-Rudnicka A., Telejko A., Hadała B., Szajding A.: *Inverse method implementation to heat transfer coefficient determination over the plate cooled by water spray*, Inverse Problems in Science and Engineering, 23, 2015, 518–556
- [89] Malinowski Z., Lenard J.G., Davies M.E.: *A study of the heat-transfer coefficient as a function of temperature and pressure*, Journal of Materials Processing Technology, 41, 1994, 125–142
- [90] Malinowski Z., Telejko T., Hadała B., Cebo-Rudnicka A.: *Implementation of the axially symmetrical and three dimensional finite element models to the determination of the heat transfer coefficient distribution on the hot plate surface cooled by the water spray nozzle*, Key Engineering Materials, 504–506, 2012, 1055–1060
- [91] Malinowski Z., Telejko T., Hadała B., Cebo-Rudnicka A.: *3D FEM model for the inverse determination of the heat flux distribution on the hot plate surface cooled by water*, ECCOMAS Special Interest Conference, Numerical Heat Transfer 2012, Gliwice-Wrocław, 4–6 September, (red. A. Nowak, R.A. Bialecki), 2012, 82–91
- [92] Malinowski Z., Telejko T., Hadała B., Cebo-Rudnicka A., Szajding A.: *Dedicated three dimensional numerical models for the inverse determination of the heat flux and heat transfer coefficient distributions over the metal plate surface cooled by water*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 75, 2014, 347–361
- [93] Malinowski Z., Telejko T., Hadała B.: *Influence of heat transfer boundary conditions on the temperature field of the continuous casting ingot*, Archives of Metallurgy and Materials, 57, 2012, 325–331

- [94] Mamro K., Wypartowicz J.: Postęp w ciągłym odlewaniu stali, WSTN, Kraków, 2006
- [95] Marcisz J., Mazur A.: *Fizyczna i numeryczna symulacja chłodzenia natryskowego stalowych wlewków ciągłych w celu optymalizacji technologii przemysłowych*, Prace Instytutu i Metalurgii Żelaza, 2, 2009, 20–35
- [96] Mascarenhas N., Mudawar I.: *Analytical and computational methodology for modeling spray quenching of solid alloy cylinders*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 53, 2010, 5871–5883
- [97] Mehrotra S.P., Chakravarty A., Singh P.: *Determination of the interfacial heat transfer coefficient in a metal-metal system solving the inverse heat conduction problem*, Steel Research, 68, 1997, 201–208
- [98] Mei R., Li Ch., Lid X., Han B.: *Analysis of Strip Temperature in Hot Rolling Process by Finite Element Method*, Journal of Iron and Steel Research International, 17, 2010, 17–21
- [99] Meng Y., Thomas B.G.: *Heat-Transfer and Solidification Model of Continuous Slab Casting: CONID*, Metallurgical and Materials Transaction B, 34B, 2003, 685–705
- [100] Mitsutsuka M., Fukuda K.: *Cooling Characteristics and Heat Transfer Coefficients during Fog Cooling of Hot Steel Plates*, Tetsu-to-Hagane, 65, 1979, 608–619
- [101] Mitsutsuka M., Fukuda K.: *Cooling Characteristics and Heat Transfer Coefficients during Water-spray Cooling of Hot Steel Plate*, Tetsu-to-Hagane, 69, 1983, 262–267
- [102] Mitsutsuka M., Fukuda K.: *Effect of Water Temperature on Cooling Capacity in Water Cooling of Hot Steels*, Tetsu-to-Hagane, 75, 1989, 1154–1161
- [103] Mitsutsuka M.: *Heat Transfer Coefficients in the Surface Temperature Range of 400 to 800°C during Water-spray Cooling of Hot Steel Product*, Tetsu-to-Hagane, 69, 1983, 268–274
- [104] Mitsutsuka M.: *Study on the water spray cooling of steel plate at high temperature*, Tetsu-to-Hagane, 54, 1968, 1457–267
- [105] Mizikar E.A.: *Spray cooling investigation for continuous casting of billets and blooms*, Iron Steel Engineering, 47, 1970, 53–60
- [106] Morales R.D., Lopez A.G., Olivares I.M.: *Heat Transfer Analysis during Water Spray Cooling of Steel Rods*, ISIJ International, 30, 1990, 48–57
- [107] Müller H., Jeschar R.: *Investigation of heat-transfer in a simulated secondary cooling zone in continuous-casting process*, Archiv für das Eisenhüttenwesen, 44, 1973, 589–594
- [108] Nozaki T., Matsuno J., Murata K., Ooi H., Kodama M.: *A Secondary Cooling Pattern for Preventing Surface Cracks of Continuous Casting Slab*, Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan, 18, 1978, 330–338
- [109] Nozaki T., Matsuno J., Murata K., Ooi H., Kodama M.: *Secondary Cooling Pattern for the Prevention of Surface Cracks of Continuous Casting Slab*, Tetsu-to-Hagane, 62, 1976, 1503–1512

- [110] Ohnishi A., Takashima H., Hariki M.: *Characteristics of Heat Transfer of Multi Water spray Nozzle*, Transaction ISIJ, 27, 1987, B-299
- [111] Oliveira M.S.A., Sousa A.C.M.: *Neural network analysis of experimental data for air/water spray cooling*, Journal of Materials Processing Technology, 113, 2001, 439–445
- [112] Park J. K., Thomas B. G., Samarasekera I. V.: *Analysis of thermomechanical behaviour in billet casting with different mould corner radii*, Ironmaking and Steelmaking, 29, 2002, 359–375
- [113] Peng Z., Hu W., Bao Y., Wang M., Zhang L., Zhang Ch.: *Research and Application of Dynamic Secondary Cooling Control System for a Continuous Steel Billet Caster*, Advanced Materials Research, 572, 2012, 404–409
- [114] Petrus B., Zheng K., Zhou X., Thomas B.G., Bentsman J.: *Real-Time Model-Based Spray-Cooling Control System for Steel Continuous Casting*, Metallurgical and Materials Transactions B, 42B, 2011, 87–103
- [115] Pietrzyk M., Kusiak H., Kędzierski Z.: *Modelowanie procesów walcowania blach na gorąco*, Hutnik, 1991, 266–273
- [116] PNR. Steel work nozzles. [www.pnr.eu](http://www.pnr.eu) (dostęp: 22.12.2015)
- [117] Poniewski M., Staniszewski B.: *O kryzysie wrzenia błonowego. Stan wiedzy*. Biuletyn Informacyjny Instytutu Techniki Cieplnej Politechniki Warszawskiej, Wydawnictwo Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1981, 59
- [118] Mishra P.Ch., Nayak S.K., Pradhan P., Ghosh D.P.: *Impingement Cooling of Hot Metal Strips in Runout Table. A Review*, Interfacial Phenomena and Heat Transfer, 01, 2015, DOI:10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2014010574
- [119] Puschmann F., Specht E.: *Transient measurement of heat transfer in metal quenching with atomized sprays*, Experimental Thermal and Fluid Science, 28, 2004, 607–615
- [120] Rivallin J., Viannay S.: *General principles of controlled water cooling for metallurgical on-line hot rolling processes: forced flow and sprayed surfaces with film boiling regime and rewetting phenomena*, International Journal of Thermal Science, 40, 2001, 263–272
- [121] Rodman D., Kerber K., Yu Z., Mozgova I., Nürnberg F., Bach F.W.: *Orts- und temperaturabhängige Wärmeübergangskoeffizienten bei der Sprühkühlung von AlSi10Mg-Gussplatten*, Forsch Ingenieurwes, 75, 2011, 25–34
- [122] Rywotycki M.: Wpływ konwekcyjnej wymiany ciepła na pole temperatury krzepiącegolewka, Praca doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków, 2006
- [123] Rywotycki M., Malinowski Z., Miłkowska-Piszczek K., Gołdasz A., Hadała B.: *Comparison of four models of radiative heat transfer between flat surface to evaluate the temperature field based on example of the continuous casting mould*, Archives of Metallurgy and Materials, 60, 2015, 209–213
- [124] Sadat M., Gheysari A. H., Sadat S.: *The effects of casting speed on steel continuous casting process*, Heat Mass Transfer, 47, 2011, 1601–1609

- [125] Santos C.A., Fortaleza E.L., Ferreira C.R.F., Spim J.A., Garcia A.: *A solidification heat transfer model and a neural network based algorithm applied to the continuous casting of steel billets and blooms*, Modelling and Simulation in Materials Science Engineering, 13, 2005, 1071–1087
- [126] Sasaki K., Sugitani Y., Kawasaki M.: *Heat Transfer in Spray Cooling on Hot Surface*, Tetsu-to-Hagane, 63, 1977, S184
- [127] Sasaki K., Sugitani Y., Kawasaki M.: *Heat Transfer in Spray Cooling on Hot Surface*, Tetsu-to-Hagane, 65, 1979, 90–96
- [128] Schrewe H.F.: Continuous Casting of Steel, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1989
- [129] Schwerdtfeger K.: The Making, Shaping and Treating of Steel, Casting Volume, 11th ed., The AISE Steel Foundation, 2003
- [130] Sengupta J., Thomas B.G., Wells M.A.: *The use of water cooling during the continuous casting of steel and aluminum alloys*, Metallurgical and Materials Transactions, 36A, 2005, 187–204
- [131] Serajzadeh S.: *Prediction of microstructural changes during hot rod rolling*, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 43, 2003, 1487–1495
- [132] Shamsi M.R.R.I., Ajmani S.K.: *Three Dimensional Turbulent Fluid Flow and Heat Transfer Mathematical Model for the Analysis of a Continuous Slab Caster*, ISIJ International, 47, 2007, 433–442
- [133] Shanno D.F.: *Conditioning of quasi-Newton methods for function minimization*, Mathematics of Computation, 24, 1970, 647–656
- [134] Shimada M., Mitsutsuka M.: *On Heat Transfer Coefficient by Forced Water Cooling to Carbon Steel*, Tetsu-to-Hagane, 52, 1966, 1643–1645
- [135] Silk E.A., Golliher E.L., Selvam R.P.: *Spray cooling heat transfer: Technology overview and assessment of future challenges for micro-gravity application*, Energy Conversion and Management, 49, 2008, 453–468
- [136] Spe. Rep. No. 29 Kouzai-no Kyosei Reikyaku, ISIJ, Tokyo, 1977, 15
- [137] Stewart I., Massingham J.D., Hagers J.J.: *Heat transfer coefficient effects on spray cooling*, Iron and Steel Engineer, 1996, 17–23
- [138] Sun C.G., Han H.N., Lee J.K., Jin Y.S., Hwang S.M.: *A Finite Element Model for the Prediction of Thermal and Metallurgical Behavior of Strip on Run-out-table in Hot Rolling*, ISIJ International, 42, 2002, 392–400
- [139] Tartarini P., Lorenzini G., Randi M.R.: *Experimental study on water droplet boiling on hot, on-porous surfaces*, Heat and Mass Transfer, 34, 1999, 437–447
- [140] Thomas R., Ganes-Pillai M., Aswath P.B., Lawrence K.L., Haji-Sheikh A.: *Analytical / finite-element modeling and experimental verification of spray-cooling process in steel*, Metallurgical and Materials Transactions, 29A, 1998, 1485–1498
- [141] Totten G.E., Bates C.E., Clinton N.A.: Handbook of Quenchants and Quenching Technology, ASM International, USA, 1995
- [142] Viscorova R., Scholz R., Spitzer K.-H., Wendelstorff J.: *Spray water cooling heat transfer under oxide scale formation conditions*, Advanced Computational Methods in Heat Transfer IX (red. B. Sund'en, C.A. Brebbia), 53, 2006, 163–172

- [143] Volle F., Maillet D., Gradeck M., Kouachi A., Lebouché M.: *Practical application of inverse heat conduction problem for wall condition estimation on rotating cylinder*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 52, 2009, 210–221
- [144] Wang B., Ji Z., Liu W., Ma J., Xie Z.: *Application of Hot Strength and Ductility Test to Optimization of Secondary Cooling System in Billet Continuous Casting Process*, Journal of Iron and Steel Research International, 15, 2008, 16–20
- [145] Wang Y., Ma X.: *Optimal Design of Dynamic Secondary Cooling of Continuous Casting*, Advanced Materials Research, 472–475, 2012, 1907–1910
- [146] Wang Z., Yao M., Wang X., Zhang X., Yang L., Lu H., Wang X.: *Inverse problem-coupled heat transfer model for steel continuous casting*, Journal of Materials Processing Technology, 214, 2014, 44–49
- [147] Wang Z., Yao M., Zhang X., Wang X.: *Optimization Control for Solidification Process of Secondary Cooling in Continuous Casting Steel*, Applied Mechanics and Materials, 263–266, 2013, 822–827
- [148] Wendelstorf J., Spitzer K.-H., Wendelstorf R.: *Spray water cooling heat transfer at high temperature and liquid mass fluxes*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 51, 2008, 4902–4910
- [149] Wendelstorf R., Spitzer K.-H., Wendelstorf J.: *Effect of oxide layers on spray water cooling heat transfer at high surface temperatures*, International Journal of Heat and Mass Transfer, 51, 2008, 4892–4901
- [150] Wiśniewski S., Wiśniewski T.S.: *Wymiana ciepła*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2000
- [151] Yunus A.C.: *Heat and mass transfer*, McGrawHill, New York, 2007
- [152] Zhang J., Chen D., Wang S., Long M.: *Compensation Control Model of Superheat and Cooling Water Temperature for Secondary Cooling of Continuous Casting*, Steel Research, 82, 2011, 213–222
- [153] Zhou J., Zhang Y., Chen J.K., Feng Z.C.: *Inverse estimation of front surface temperature of a plate with laser heating and convection-radiation cooling*, International Journal of Thermal Science, 52, 2012, 22–0
- [154] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L.: *The Finite Element Method, Volume 1: The Basis*, wyd. 5, Butterworth-Heinemann, Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP, 2000

