
Jadwiga Hyla*

ANALIZA MOŻLIWOŚCI BUDOWY SOCZEWKI AKUSTYCZNEJ Z WYKORZYSTANIEM METAMATERIAŁÓW AKUSTYCZNYCH

Soczewkami akustycznymi określa się struktury umożliwiające skupianie fal dźwiękowych, które przez nie przenikają. Znajdują one szerokie zastosowanie m.in. w medycynie, ponieważ mogą służyć do kształtowania fali ultradźwiękowej. Przedstawiony w artykule problem dotyczy natomiast soczewki projektowanej dla niższego zakresu częstotliwości, w przypadku której manipulacja falą przenikającą wymaga uwzględnienia innych parametrów i większych wymiarów soczewki. W pracy omówiono przeprowadzone badania nad możliwością budowy soczewki z wykorzystaniem periodycznie rozmieszczonych elementów akustycznych tworzących strukturę metamateriałową, takich jak rezonatory Helmholtza. W celu doboru prawidłowych parametrów i wymiarów elementów struktury soczewki wykorzystano metodę optymalizacji roju cząstek (PSO – *particle swarm optimization*) oraz przeprowadzono algorytmizację całego procesu wyznaczania niezbędnych parametrów.

ANALYSIS OF THE UTILIZATION OF ACOUSTIC METAMATERIALS FOR THE CONSTRUCTION OF AN ACOUSTIC LENS

Acoustic lenses are systems designed to focus acoustic waves passing through them. They find widespread applications, particularly in medicine, for manipulating ultrasonic acoustic waves. However, the problem addressed in this lecture pertains to a lens designed for lower frequency ranges, where manipulating the incident wave requires consideration of different parameters and larger lens dimensions. The study explores the feasibility of constructing a lens using periodically arranged acoustic elements, such as Helmholtz resonators, forming a metamaterial structure. To select appropriate parameters and geometric dimensions of the system, the particle swarm optimization (PSO) method was employed, and the entire process of determining the required parameters was algorithmized.

1. WPROWADZENIE

Soczewka akustyczna to ustrój służący do zmiany zbieżności wiązki fal dźwiękowych przenikających przez jej strukturę [1]. Soczewki są zwykle wykorzystywane do otrzymania wiązek ultradźwiękowych o dużej energii. W przypadku zakresu fal słyszalnych zazwyczaj stosowane są soczewki rozpraszające, pełniące funkcję elementu dodatkowego w głośnikach odbiorników radiowych.

* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, Koło Naukowe Akustyki Architektonicznej

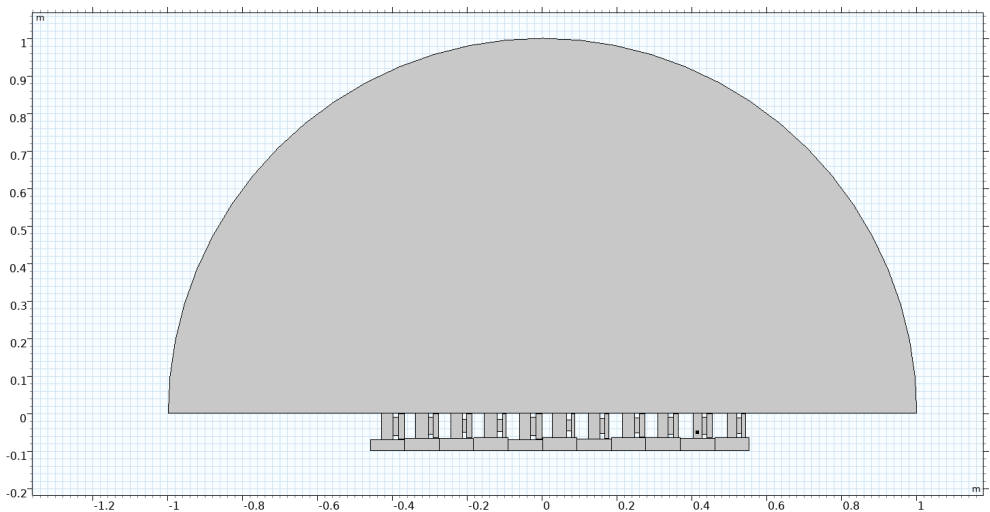
W ramach projektu dokonano analizy możliwości optymalizacji geometrii soczewki skupiającej zbudowanej z metamateriałów akustycznych [2, 3]. Przeanalizowano różne warianty parametryzacji komórek metamateriałowych złożonych z kanału głównego z dołączonym równolegle rezonatorem Helmholtza, który odpowiadał za manipulację padającą falą akustyczną [4].

W procesie optymalizacji komórek metamateriałowych parametrami, które należało odpowiednio dobrać, były współczynnik przenikania dźwięku oraz opóźnienie fazowe. W czasie badania wykorzystano algorytm optymalizacji metodą roju cząstek (PSO – *particle swarm optimization*), który umożliwia minimalizację zaimplementowanych funkcji kosztu [5, 6]. Analizę oraz optymalizację struktury przeprowadzono dla częstotliwości wynoszącej 1700 Hz, a całą procedurę obliczeniową wykonano z wykorzystaniem modeli numerycznych opracowanych w środowisku COMSOL Multiphysics. Optymalizację przeprowadzono za pomocą języka MATLAB [7].

2. OPIS METODYKI BADAŃ

2.1. MODELE NUMERYCZNE STRUKTURY SOCZEWKI I KOMÓREK METAMATERIAŁOWYCH

Optymalizację geometrii analizowanych struktur wykonano z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES). Całkowity model składał się z 11 komórek powietrza wraz z dołączonymi rezonatorami Helmholtza. Przed przystąpieniem do procedury optymalizacji przeprowadzono dodatkowe analizy wymiarów pojedynczych komórek, a także wstępne obliczenia, które pozwoliły określić najbardziej odpowiednie parametry komórek powietrza oraz czasochłonność całego procesu. Dokonano także weryfikacji informacji dotyczących optymalizacji i parametrów geometrycznych rezonatorów Helmholtza uzyskanych na podstawie wcześniejszego przeglądu literaturowego [8].



Rys. 1. Geometria modelu numerycznego optymalizowanej struktury soczewki akustycznej

Na podstawie wstępnych obliczeń wykazano, że ze względu na dużą liczbę parametrów optymalizacja z wykorzystaniem metody elementów skończonych jest czasochłonna, co może utrudnić wykonanie analizy. Optymalizację podzielono na etapy, a pełnowymiarowy model przedstawiony na rysunku 1 wykorzystano do końcowej weryfikacji przeprowadzonych obliczeń.

2.2. ETAPY OPTIMALIZACJI SOCZEWKI AKUSTYCZNEJ

Ze względu na czasochłonność optymalizacji całej struktury soczewki akustycznej z wykorzystaniem MES cały proces podzielono na trzy etapy:

1. Optymalizacja modelu teoretycznego w celu uzyskania wymaganych wartości współczynnika przenikania dźwięku i opóźnienia fazowego.
2. Optymalizacja geometrii poszczególnych komórek zgodnie z wynikami uzyskanymi na etapie 1 w celu wyznaczenia wymiarów geometrycznych.
3. Weryfikacja pełnowymiarowego modelu.

Etap 1 przeprowadzono z wykorzystaniem modelu teoretycznego do wyznaczania rozkładu ciśnienia akustycznego w przestrzeni wokół soczewki. W efekcie uzyskano wymagane wartości parametrów charakteryzujących poszczególne komórki. Na etapie 2 przeprowadzono natomiast optymalizację geometrii samych komórek z uwzględnieniem parametrów z etapu 1, które na etapie 3 pozwoliły na analizę pełnej struktury soczewki.

2.3. OPIS MODELU OBLICZENIOWEGO WYKORZYSTANEGO NA ETAPIE 1 OPTIMALIZACJI

Etap 1 obejmował przygotowanie teoretycznego modelu soczewki, który zwracał wartość ciśnienia akustycznego przestrzeni w promieniu 5 m od struktury. Parametrami, które wpływały na uzyskany wynik, były częstotliwość, liczba komórek powietrza, szerokość pojedynczej komórki oraz zespolony współczynnik przenikania dźwięku T . Założono, że moduł współczynnika przenikania dźwięku $|T|$ powinien wynosić od 0,3 do 0,7, natomiast opóźnienie fazowe (argument T) powinno mieścić się w zakresie od $-\pi$ do π .

Następnie na podstawie założonych parametrów wyznaczano wartość ciśnienia akustycznego dla określonej częstotliwości i położenia kąтового w przestrzeni nad soczewką:

$$p_s = -\frac{ik}{8\pi^2} \cdot e^{-ik(r+r_0)} \cdot \sin c\left(\frac{kb}{r}\right) \cdot (\cos\theta + 1) \int_{x_s, \min}^{x_s, \max} T e^{ik \cdot x_s \sin\theta} dx_s \quad (1)$$

gdzie:

- p_s – ciśnienie akustyczne fali odbitej dla rozważanego modelu teoretycznego [–],
- k – liczba falowa równa $2\pi f/c$ [1/m],
- r – odległość mikrofonów od próbki [m],
- r_0 – odległość źródła dźwięku od próbki [m],
- b – połowa szerokości rozpraszacza [m],
- θ – kąt analizy odbicia fali dźwiękowej (założono, że mieści się między $-\pi/2$ a $\pi/2$) [rad],
- x_s – pozycja wzdłuż osi x [m],
- T – zespolony współczynnik przenikania dźwięku [–].

W celach porównawczych przygotowano model teoretyczny, który dla wszystkich komórek zakładał stałe wartości modułu współczynnika przenikania dźwięku T oraz stałe przesunięcie fazowe φ , co odpowiadało fali płaskiej po przejściu przez strukturę.

Celem optymalizacji przeprowadzonej na etapie 1 było wyznaczenie wartości współczynnika przenikania dźwięku oraz opóźnienia fazowego. Funkcja kosztu została zaimplementowana jako pierwiastek wartości błędu średniokwadratowego między wynikami znormalizowanego ciśnienia akustycznego obliczonego w modelu teoretycznym a wektorem referencyjnym ciśnienia akustycznego:

$$k_{\text{etap1}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \text{rms}(|p_s| - p_{\text{ref}}) \quad (2)$$

gdzie:

- k_{etap1} – wartość funkcji kosztu na etapie 1,
- n – liczba odbiorników na obszarze odczytu równa 181,
- $|p_s|$ – znormalizowany wektor wartości bezwzględnych odczytanego ciśnienia akustycznego dla modelu teoretycznego soczewki [-],
- p_{ref} – wektor referencyjny [-].

Jako wektor referencyjny przyjęto wektor znormalizowanego ciśnienia akustycznego, którego wartości maksymalne mieszczą się w zakresie od -5° do 5° i przyjmują znormalizowaną wartość amplitudy równą 1, natomiast w przypadku reszty rozpatrywanego obszaru przyjęto wartości minimalne wynoszące 0.

Funkcja kosztu była minimalizowana, a parametrami podlegającymi optymalizacji były odpowiednio znormalizowane współczynnik przenikania dźwięku τ oraz opóźnienie fazowe φ . Rozdzielczość kątowna odczytywanych wartości ciśnienia akustycznego wynosiła 1° .

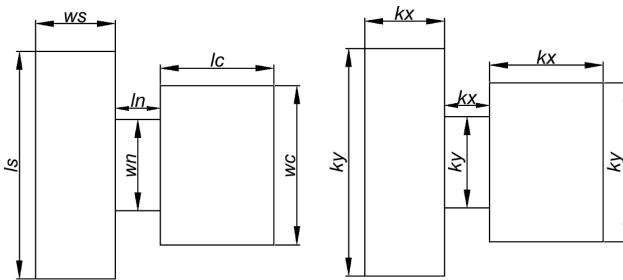
2.4. OPIS MODELII OBLICZENIOWYCH WYKORZYSTANYCH NA ETAPIE 2 OPTYMALIZACJI

Po zakończeniu procesu optymalizacji na etapie 1 z wykorzystaniem metody elementów skończonych (MES) przygotowano modele numeryczne, które uwzględniały rozpatrywaną geometrię pojedynczej komórki. Na potrzeby badań przygotowano dwa warianty modeli komórek metamateriałowych złożonych z kanału i rezonatorów Helmholtza. Modele obejmowały komórkę powietrza dołączoną do wlotu kanału, optymalizowaną geometrię rezonatora oraz komórkę powietrza dołączoną do wylotu.

W przypadku 2-elementowej parametryzacji geometrii rezonatorów Helmholtza wartości optymalizowane k_x oraz k_y skalowały odpowiednio szerokość i długość każdego z elementów rezonatora. Powodowało to powstanie ograniczeń w manipulacji geometrią, jednak znacznie skracало czas optymalizacji pełnej struktury. Dzięki narzuconym parametrom model był skalowany, a jego poszczególne elementy zmieniały się proporcjonalnie względem siebie. W tabeli 1 oraz na rysunku 2 przedstawiono zależności między parametrami rezonatora oraz wartościami optymalizowanymi.

Tabela 1. Opisanie parametrów rezonatorów za pomocą parametrów optymalizacyjnych k dla 2-elementowej parametryzacji rezonatora Helmholtza

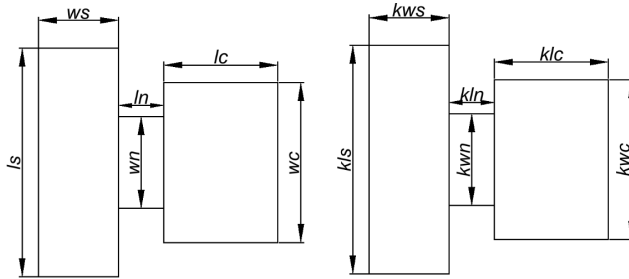
Parametr	Oznaczenie	Wartości opisujące parametr [m]
Długość szczeliny głównej	ls	$0,055ky + 0,015$
Szerokość szczeliny głównej	ws	$(lt - lc - 0,005)kx + 0,010$
Długość szyjki rezonatora	ln	$(lt - lc - ws - 0,002)kx + 0,013$
Szerokość szyjki rezonatora	wn	$(wc - 0,020)ky + 0,011$
Długość jamy rezonatora	lc	$(lt - 0,008)kx + 0,008$
Szerokość jamy rezonatora	wc	$ls - 0,002$
Parametr pomocniczy	lt	$0,060ky + 0,017$

**Rys. 2.** Parametry rezonatora Helmholtza oraz współczynniki optymalizowane dla danego wymiaru rozpatrywanej geometrii (parametryzacja 2-elementowa)

Drugim rozpatrywanym modelem geometrii rezonatora Helmholtza była 6-elementowa parametryzacja. W tym przypadku każdej długości oraz szerokości szczeliny głównej (ls , ws), szyjki rezonatora (ln , wn) oraz komory rezonatora (lc , wc) odpowiada parametr k sterujący wartościami geometrii. Zależności między wymiarami falowodu zostały przedstawione w tabeli 2 oraz na rysunku 3. Zestawienie dwóch sposobów optymalizacji dla identycznej geometrii pozwoliło na porównanie wpływu liczby optymalizowanych parametrów na jakość uzyskanych wyników.

Tabela 2. Opisanie parametrów rezonatorów za pomocą parametrów optymalizacyjnych k dla 6-elementowej parametryzacji rezonatora Helmholtza

Parametr	Oznaczenie	Wartości opisujące parametr [m]
Długość szczeliny głównej	ls	$0,055kls + 0,015$
Szerokość szczeliny głównej	ws	$(lt - lc - 0,010)kws + 0,015$
Długość szyjki rezonatora	ln	$(lt - lc - ws - 0,005)kln + 0,014$
Szerokość szyjki rezonatora	wn	$(wc - 0,020)kwn + 0,0075$
Długość jamy rezonatora	lc	$(lt - 0,010)klc + 0,003$
Szerokość jamy rezonatora	wc	$ls - 0,002$
Parametr pomocniczy	lt	$0,040kt + 0,017$



Rys. 3. Parametry rezonatora Helmholtza oraz współczynniki optymalizowane dla danego wymiaru rozpatrywanej geometrii (parametryzacja 6-elementowa)

W przypadku obydwu geometrii rezonatora Helmholtza szerokość pojedynczej komórki wynosiła 0,09 m. Taki model umożliwił wyznaczenie zespolonego współczynnika przenikania dźwięku T jako ilorazu ciśnienia wylotu do ciśnienia wlotu rezonatora. Następnie wyznaczony współczynnik wykorzystano do wyliczenia współczynnika przenikania dźwięku τ jako modułu z T [9] oraz opóźnienia fazowego jako argumentu zespolonej wartości T wyrażanego w radianach. Współczynnik przenikania dźwięku obliczono ze wzoru:

$$\tau = \left| \frac{p_{\text{out}}}{p_{\text{in}}} \right| \quad (3)$$

gdzie:

- τ – współczynnik przenikania dźwięku [-],
- p_{out} – wartość ciśnienia akustycznego na krawędzi wyjściowej soczewki [Pa],
- p_{in} – wartość ciśnienia akustycznego na krawędzi wejściowej soczewki [Pa].

Opóźnienie fazowe jest natomiast wyrażane jako:

$$\varphi = \arg(T) \quad (4)$$

gdzie:

- φ – opóźnienie fazowe [rad],
- T – zespolony współczynnik przenikania dźwięku [-].

Na etapie 2 wykorzystano wartości współczynnika przenikania dźwięku oraz opóźnienia fazowego wyznaczone na etapie 1. Funkcja kosztu była minimalizowana, a wzór służący do jej wyznaczenia uwzględnia pierwiastek błędu średniokwadratowego będący różnicą między wartościami wyznaczonymi na etapie 1 dla τ oraz φ a wartościami odczytanymi z modelu dla optymalizowanej geometrii:

$$k_{\text{etap2}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{1}{2} \left((\tau_{\text{mod}} - \tau_{\text{etap1}})^2 + (\varphi_{\text{mod}} - \varphi_{\text{etap1}})^2 \right)} \quad (5)$$

gdzie:

- k_{etap2} – wartość funkcji kosztu na etapie 2,
- n – liczba odbiorników na obszarze odczytu równa 181,
- τ_{mod} – wartość współczynnika przenikania dźwięku odczytana z optymalizowanego modelu,
- τ_{etap1} – wartość współczynnika przenikania dźwięku wyznaczona na etapie 1 dla danej optymalizowanej komórki,
- φ_{mod} – opóźnienie fazowe odczytane z optymalizowanego modelu [rad],
- φ_{etap1} – opóźnienie fazowe wyznaczone na etapie 1 dla danej optymalizowanej komórki [rad].

3. WYNIKI

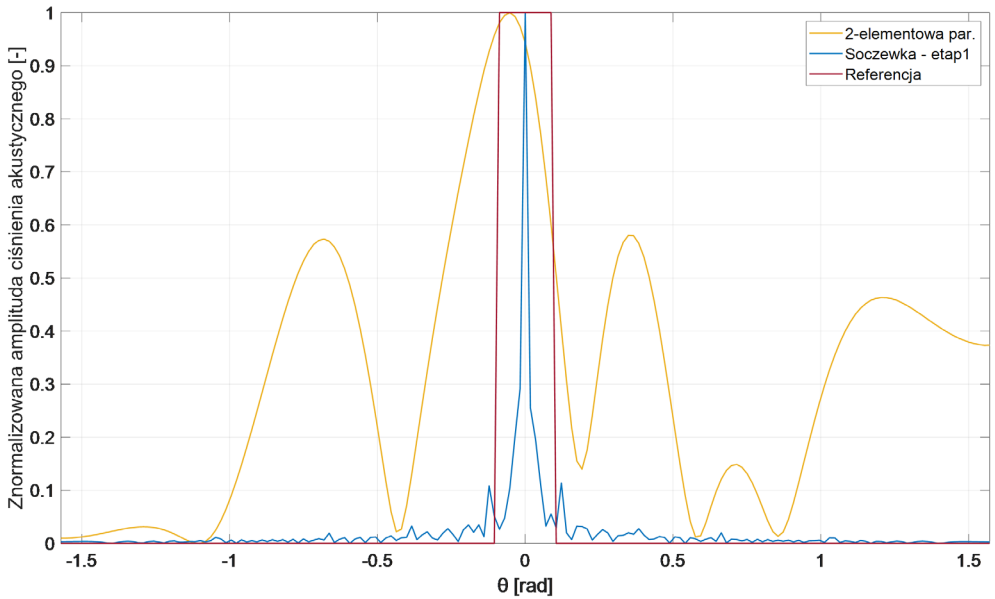
Analizę uzyskanych wyników przeprowadzono na podstawie porównania charakterystyk kierunkowości znormalizowanego ciśnienia akustycznego obliczonych z pełnowymiarowego modelu soczewki akustycznej dla zoptymalizowanych na etapie 2 geometrii komórek z charakterystykami wyznaczonymi na etapie 1 i z wektorem referencyjnym. Przedstawiono również porównanie rozkładów poziomego ciśnienia akustycznego z wynikami dla fali płaskiej dla każdego wariantu.

3.1. WYNIKI OBLICZEŃ DLA 2-ELEMENTOWEJ PARAMETRYZACJI

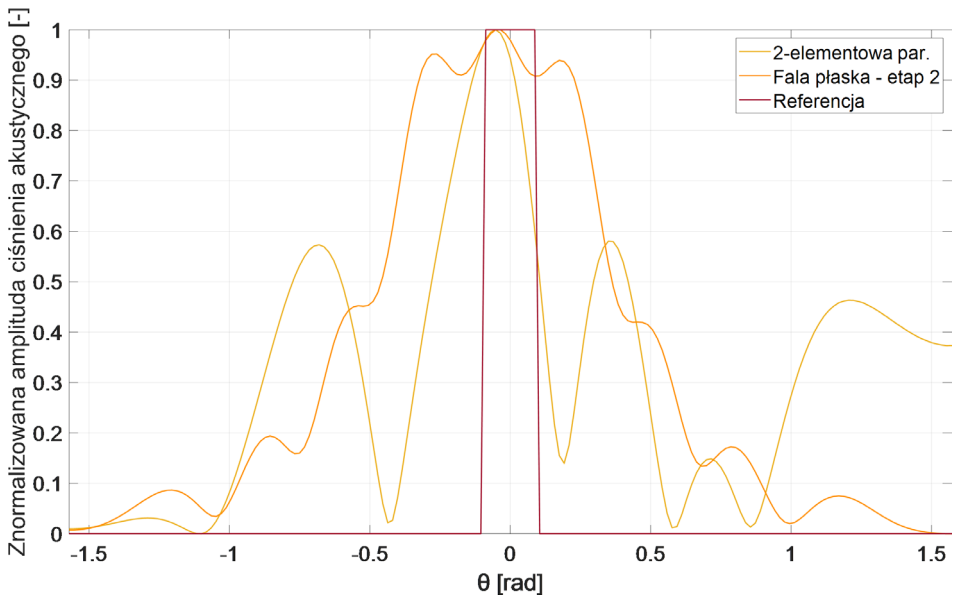
Wykres charakterystyki kierunkowości dla 2-elementowej parametryzacji wskazuje na skupienie wiązki fali akustycznej na obszarze odczytu w okolicach 0° z niewielkim przechYLENIEM w kierunku ujemnych wartości kątowych. Ponadto uzyskano dwie dodatkowe wiązki fali akustycznej, których znaczenie jest mniejsze niż wiązki głównej. Zaobserwowano także niewielki przeciek w okolicach 90° w kierunku dodatnim.

Na wykresie przedstawionym na rysunku 4 widoczna jest znaczna różnica między wynikiem uzyskanym na etapie 1 a wynikiem z etapu 2. Zarówno w przypadku modelu teoretycznego (etap 1), jak i weryfikowanej struktury (etap 2) obserwuje się listki boczne, które w przypadku etapu 1 są nieznaczne. Wartości otrzymane dla badanej geometrii osiągają maksimum w zakresie wektora referencyjnego, jednak są widocznie przesunięte w stronę ujemnych wartości kąta. Dodatkowe wiązki fali akustycznej uzyskują wartości powyżej 0,5, natomiast dodatkowy przeciek na skraju soczewki wynosi około 0,45.

Porównując uzyskane wyniki z rozkładem dla fali płaskiej, obserwujemy znaczne skupienie wiązki fali w planowanym punkcie (rys. 5). Wartości na listkach bocznych są wyższe niż dla fali płaskiej, szczególnie w przypadku wartości ujemnych kąta odczytu θ . Na obserwowanym przecieku na granicy obszaru odczytu uzyskane wartości są znacząco wyższe niż dla fali płaskiej. Porównując otrzymany wynik z wynikiem dla fali płaskiej, można zauważyć, że wiązka fali akustycznej osiągnęła znaczne skupienie.

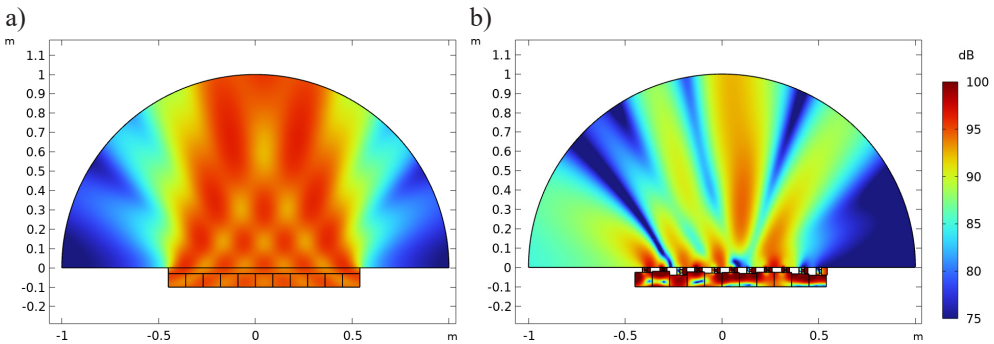


Rys. 4. Porównanie znormalizowanych charakterystyk kierunkowości ciśnienia akustycznego dla etapu 1 oraz wektora referencyjnego soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 2-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza



Rys. 5. Porównanie znormalizowanych charakterystyk kierunkowości ciśnienia akustycznego dla fali płaskiej, wektora referencyjnego oraz soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 2-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza

Przedstawione na rysunku 6 rozkłady pozwalają na dokładną obserwację manipulacji wiązką fali akustycznej za pomocą komórek metamateriałowych z rezonatorami Helmholtza. Wartości maksymalne osiągnane w przypadku rozkładów dla fali płaskiej oraz zoptymalizowanej struktury nie różnią się znacząco. Widoczna jest wiązka główna, której energia jest znacząco wyższa niż w przypadku pozostałych wiązek określanych jako listki boczne.



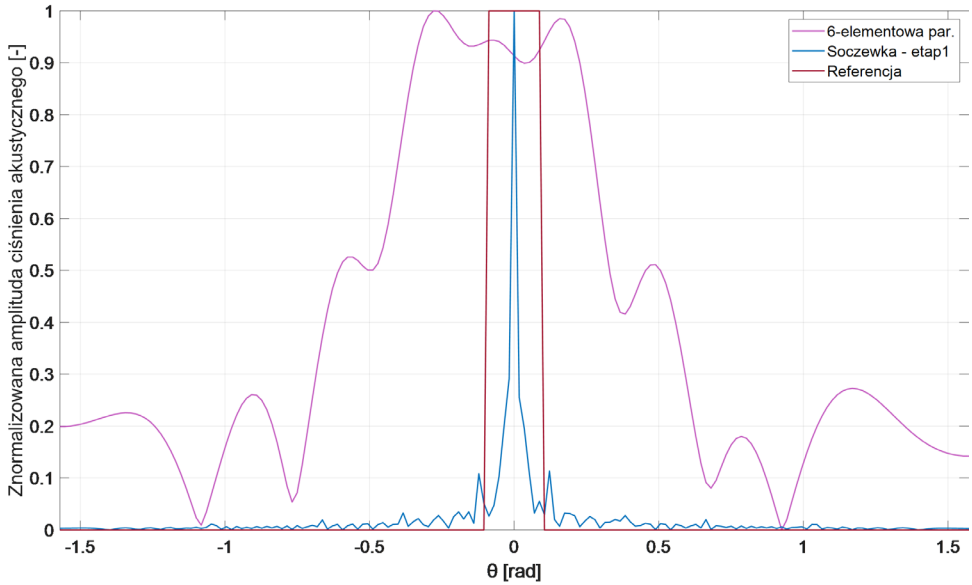
Rys. 6. Rozkład poziomy ciśnienia akustycznego dla fali płaskiej (a) oraz soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 2-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza (b)

3.2. WYNIKI OBLICZEŃ DLA 6-ELEMENTOWEJ PARAMETRYZACJI

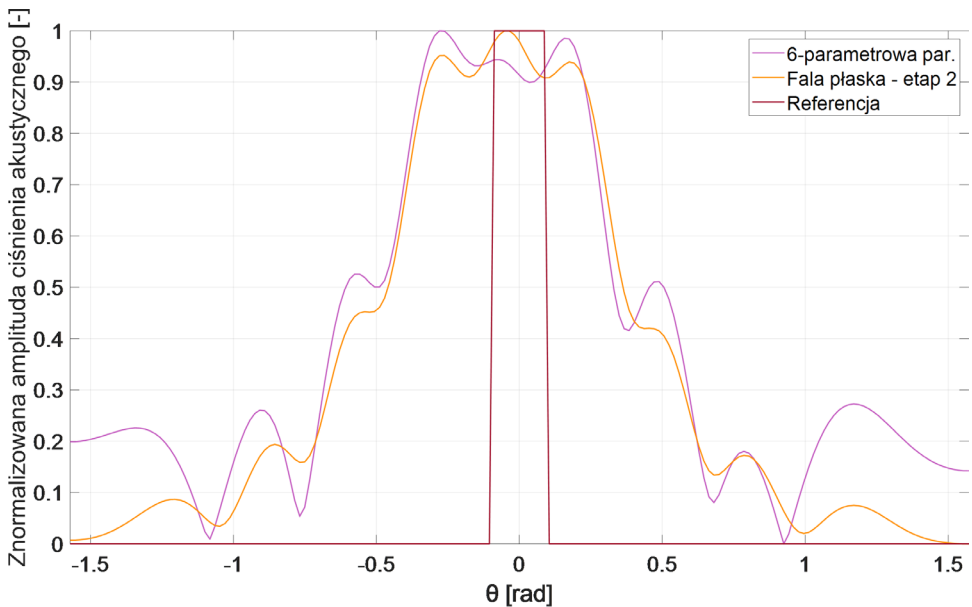
Wynik dla zoptymalizowanej struktury znacząco różni się od wartości uzyskanych dla modelu teoretycznego na etapie 1 (rys. 7). Nie obserwuje się skupienia wiązki dla kąta 0° oraz w zakresie wektora referencyjnego. Maksymalne skupienie występuje w zakresie, który nie pokrywa się z wartościami maksymalnymi referencji. Ponadto widoczne są dodatkowe listki boczne dla θ równego około $0,5$ oraz jego odbicia lustrzanego, gdzie wartość znormalizowanej amplitudy ciśnienia akustycznego przekracza $0,5$.

Porównując zoptymalizowaną strukturę z rozkładem dla fali płaskiej, można zauważyć widoczne podobieństwo (rys. 8). Wartości dla 6-parametrowego rezonatora Helmholtza są znacząco wyższe w obszarze poza wektorem referencyjnym, natomiast dla kąta 0° wartości modelu fali płaskiej pozytywnie wyróżniają strukturę.

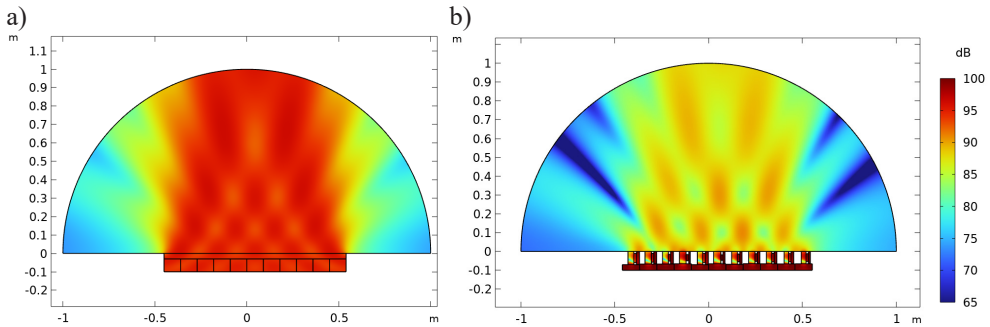
Rozkłady poziomów ciśnienia akustycznego dla rozpatrywanych modeli przedstawionych na rysunku 9 wskazują na wysokie podobieństwo obydwu przypadków, przy czym dla modelu 6-elementowej parametryzacji wartości poziomu ciśnienia akustycznego w obszarze maksymalnych wartości są znacząco niższe niż w przypadku fali płaskiej. Wskazuje to na obniżoną wartość współczynnika przenikania wypromieniowanej ze strony komórki powietrza fali płaskiej.



Rys. 7. Porównanie znormalizowanych charakterystyk kierunkowości ciśnienia akustycznego dla etapu 1 oraz wektora referencyjnego soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 6-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza



Rys. 8. Porównanie znormalizowanych charakterystyk kierunkowości ciśnienia akustycznego dla fali płaskiej, wektora referencyjnego oraz soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 6-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza



Rys. 9. Rozkład poziomu ciśnienia akustycznego dla modelu fali płaskiej (a) oraz soczewki zoptymalizowanej na etapie 2 złożonej z komórek o 6-elementowej parametryzacji rezonatorów Helmholtza (b)

4. PODSUMOWANIE

Przyjęta metoda optymalizacji umożliwiła przeprowadzenie dodatkowej analizy, a w konsekwencji dobór prawidłowych parametrów wstępnych, takich jak liczba komórek powietrza oraz ich szerokość. Na etapie 1 wykorzystano jedynie model teoretyczny, przez co czas niezbędny do wykonania optymalizacji był skrócony do maksymalnie kilkudziesięciu sekund na rozpatrywany wariant. Pozwoliło to na analizę wielu możliwości i wybranie spośród nich najlepszych.

Na etapie 2, polegającym na optymalizacji poszczególnych komórek z wybranymi geometriami, nie było możliwe skrócenie czasu obliczeń, jednak ze względu na ich przeprowadzanie fragmentarycznie dla kolejnych komórek ewentualne problemy wynikające z czynników zewnętrznych nie zaburzały całości procesu optymalizacji, a jedynie obliczenia dla konkretnej pozycji.

Wyniki optymalizacji wykonanej na etapie 2 zweryfikowane w pełnowymiarowych modelach dla poszczególnych geometrii wskazują na skuteczność etapowej metody optymalizacji struktury soczewki złożonej z metamateriałów zbudowanych z wykorzystaniem rezonatorów Helmholtza. W przypadku rozważanych wariantów parametryzacji komórek lepsze wyniki uzyskano dla parametryzacji 2-elementowej. Warianty te charakteryzowały się korzystniejszym skupieniem wiązki fali akustycznej w zakresie założonego kąta.

Praca pozwoliła na weryfikację postawionej tezy o możliwości budowy soczewki z zastosowaniem metamateriałów akustycznych. Dodatkowej weryfikacji wymaga możliwość optymalizacji z wykorzystaniem różnych geometrii komórek, aby usunąć ograniczenia związane ze współczynnikiem przenikania dźwięku (np. ekranowanie padającej fali akustycznej) czy opóźnienia fazowego.

LITERATURA

- [1] Pan Ch.-W., Kehn M.N.M., Quevedo-Teruel O., *Microwave focusing lenses by synthesized with positive or negative refractive index split-ring resonator metamaterials*, [w:] *2015 International Workshop on Electromagnetics: Applications and Student Innovation Competition (iWEM)*, IEEE, 2015, <https://www.doi.org/10.1109/iWEM.2015.7365057>.
- [2] Zhang S., *Acoustic metamaterial design and applications*, Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, 2010, https://www.google.com/url?sa=t&source=web&rct=j&opi=89978449&url=https://web.mit.edu/nanophotonics/projects/Dissertation_Shuh.pdf&ved=2ahUKewjx4oXLIqOAxW7UVUIHa6RFnIQFnoECBUQA-Q&usg=AOvVaw1CkIeS_r6NpNy1jS8WQ9wT.
- [3] Cox T.J., D'Antonio P., *Acoustic Absorbers and Diffusers, Theory, Design and Application*, 2nd ed., Taylor & Francis, London – New York 2009.
- [4] Makarewicz R., *Dźwięki i fale*, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004.
- [5] Foryś P., *Zastosowanie metody roju cząstek w optymalnym projektowaniu elementów konstrukcji*, Czasopismo Techniczne. Mechanika, r. 105, z. 4-M, 2008, s. 31–42.
- [6] Heris M.K., *Particle Swarm Optimization in MATLAB*, 2015, <https://yarpiz.com/50/ypea102-particle-swarm-optimization> [dostęp: 14.01.2025].
- [7] Czajka I., Gołaś A., *Inżynierskie metody analizy numerycznej i planowanie eksperymentu*, Wydawnictwa AGH, Kraków 2017.
- [8] Dusza K., *Projekt panelu refleksyjnego do kształtowania pierwszych odbić dźwięku zbudowanego w oparciu o metamateriały akustyczne*, Praca dyplomowa magisterska, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, 2022.
- [9] Kinsler L.E., Frey A.R., Coppens A.B., Sanders J.V., *Fundamentals of Acoustics*, 4th ed., John Wiley & Sons, 2000.