

Andrzej Tutaj*

Adaptacyjny układ regulacji z predyktorem Smitha z możliwością zastosowania w systemach rozproszonych

1. Wstęp

Sterowanie w układach z opóźnieniem przedstawia zazwyczaj większą trudność niż w systemach, w których ono nie występuje. W klasycznym układzie regulacji, zaprojektowanym bez uwzględniania opóźnienia, jego wprowadzenie może działać destabilizująco lub pogarszać jakość sterowania. Dlatego w przypadku istotnie dużych opóźnień wykorzystywane są układy specjalne. Popularnym przykładem jest predyktor Smitha ([6], s. 224; [7], s. 202). Prawidłowo zaprojektowany predyktor gwarantuje zachowanie stabilności i jakości regulacji, jeśli opóźnienie obiektu jest stałe. Gdy jednak opóźnienie zmienia się w czasie, może dojść do pogorszenia jakości pracy układu oraz utraty stabilności. Z takim problemem można się spotkać w rozproszonych systemach sterowania [4], w których opóźnienia wnoszone przez sieć telekomunikacyjną ulegają wahaniom, stosownie do zmieniających się warunków obciążenia sieci [1].

Niekorzystnym zjawiskiem towarzyszącym zmianom opóźnienia można przeciwdziałać stosując adaptacyjny układ regulacji, dopasowujący się w sposób ciągły do zmieniających się opóźnień. Przykład takiego układu podany jest w artykule [5]. Bazuje on na regulatorze PID i ma zastosowanie do przypadku wolnozmiennego opóźnienia, które podlega ustawicznej identyfikacji. Do pomiarów opóźnienia autorzy zaproponowali odrębny podsystem. Może on działać na przykład na zasadzie pomiaru czasu przesyłu przez sieć tam i z powrotem pakietu testowego, wysyłanego specjalnie w tym celu.

Niniejsza praca opisuje układ, w którym wykorzystano predyktor Smitha, a opóźnienie identyfikowane jest na podstawie sygnału wyjściowego obiektu. Nie zachodzi więc konieczność stosowania dodatkowych systemów monitorujących stan sieci.

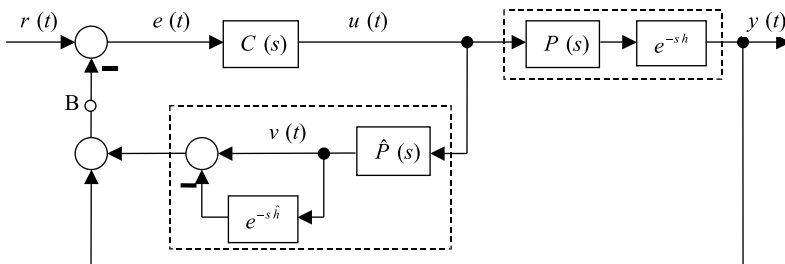
Organizacja dalszej części artykułu jest następująca. W rozdziale *Struktura układu regulacji* przedstawiono schemat blokowy adaptacyjnego predyktora Smitha oraz opisano funkcje jego elementów. Rozdział *Dobór nastaw regulatora* opisuje sposób projektowania

* Katedra Automatyki, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

regulatora z użyciem metody lokowania zer i biegunów. O metodach analizy stabilności predyktora w wersji nieadaptacyjnej traktuje rozdział *Stabilność*. Metodę wyznaczania estymaty opóźnienia układu przedstawiono w rozdziale *Układ identyfikacji opóźnienia*. W rozdziale *Przykład symulacyjny* opisano symulacyjne testy pewnego układu regulacji i zamieszczono ich wyniki. W rozdziale *Analiza stabilności* wyznaczono na dwa sposoby estymaty obszarów stabilności predyktora nieadaptacyjnego, korzystając z metod opisanych wcześniej w rozdziale *Stabilność*. Rozdział *Wyniki symulacji* prezentuje rezultaty badań symulacyjnych z wykorzystaniem pakietu MATLAB-Simulink. Rozdział *Zastosowanie w systemach rozproszonych* sygnalizuje możliwość użycia prezentowanego układu w przypadku, gdy opóźnienia wnoszone są przez sieć telekomunikacyjną. Podsumowanie zawarte jest w rozdziale *Uwagi końcowe*, a całość zamyka spis literatury.

2. Struktura układu regulacji

Konstrukcja opisanego w artykule adaptacyjnego układu regulacji bazuje na strukturze klasycznego predyktora Smitha ([6], s. 224; [7], s. 202), pokazanego na rysunku 1. Znaczenie użytych na nim symboli jest następujące: $C(s)$ to transmitancja regulatora, $P(s)$ i h to odpowiednio wymierny (iloraz wielomianów) czynnik transmitancji obiektu oraz opóźnienie transportowe, zaś $\hat{P}(s)$ i $\hat{h}$ to ich estymaty użyte w predyktorze.



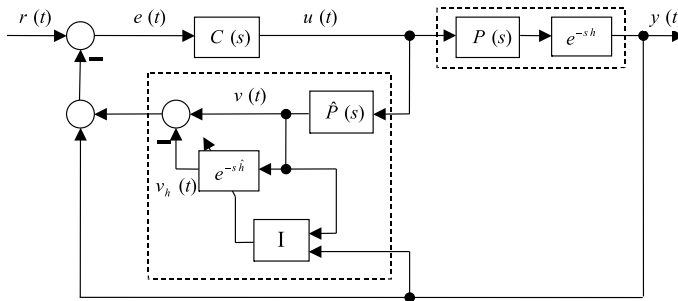
Rys. 1. Klasyczny układ regulacji z predyktorem Smitha. Punkt B wskazuje miejsce przerywania pętli sprzężenia zwrotnego przy badaniu stabilności metodą Nyquista, opisaną w dalszej części artykułu

Jeśli w układzie regulacji ma miejsce zgodność modelu z obiektem, czyli zachodzą równości $\hat{P}(s) = P(s)$, $\hat{h} = h$, to transmitancja zamkniętego układu regulacji wyraża się wzorem

$$G_{zh}(s) = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} e^{-sh}.$$

Od transmitancji $G_z(s)$ klasycznego układu regulacji dla obiektu bez opóźnienia, przedstawionego na rysunku 3, różni się ona jedynie obecnością czynnika e^{-sh} w liczniku. Wystąpienie w układzie niezgodności $\hat{P}(s) \neq P(s)$ lub $\hat{h} \neq h$ powoduje zmianę transmitan-

cji $G_{zh}(s)$ (w jej mianowniku pojawiają się funkcje wykładnicze) i może doprowadzić do utraty stabilności. Niezgodności $\hat{h} \neq h$ można przeciwdziałać, stosując adaptacyjny układ regulacji, przedstawiony na rysunku 2. Zastosowano w nim adaptację pośrednią ([9], s. 26). Różni się on od wersji podstawowej z rysunku 1 użyciem podsystemu I identyfikującego w sposób ciągły opóźnienie transportowe h obiektu. Estymata $\hat{h}$ tego opóźnienia jest wykorzystywana w linii opóźniającej, stanowiącej element predyktora. Dzięki ustawicznemu dostrajaniu predyktora do zmieniającego się opóźnienia obiektu, można uzyskać polepszenie jakości regulacji oraz rozszerzenie obszaru stabilności kompensatora.



Rys. 2. Zmodyfikowany układ regulacji z adaptacyjnym predyktorem Smitha

Dalej opisano sposób projektowania regulatora $C(s)$ oraz budowę i działanie bloku identyfikacji I.

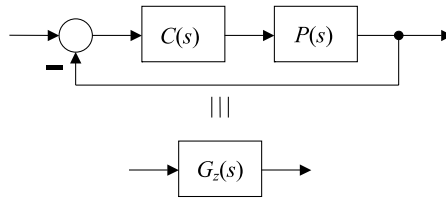
3. Dobór nastaw regulatora

Do wyznaczenia nastaw i struktury regulatora o jednym stopniu swobody (1DoF) można zastosować uproszczoną wersję metody lokowania zer i biegunów (ZPP) ([9], s. 118). Schemat układu regulacji z obiektem bez opóźnienia, który wykorzystano pomocniczo przy projektowaniu regulatora, przedstawiony jest na rysunku 3. Wszystkie występujące na nim transmitancje mają postać funkcji wymiernych i można je przedstawić jako stosunki wzajemnie pierwszych wielomianów

$$P(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad G_z(s) = \frac{L(s)}{M(s)}, \quad C(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (1)$$

Regulator $C(s)$ dobiera się tak, by transmitancja zamkniętego układu regulacji z obiektem $P(s)$ była równa zadanej, ściśle właściwej transmitancji $G_z(s)$. Jedną z postaci $C(s)$, spełniającą to wymaganie, dana jest wzorem

$$C(s) = \frac{L(s) \cdot A(s)}{(M(s) - L(s)) \cdot B(s)} \quad (2)$$



Rys. 3. Pomocniczy układ regulacji wykorzystywany w metodzie lokowania zer i biegunów

Poniżej podane są transmitancje: $G_o(s)$ i $G_z(s)$ odpowiednio: otwartego i zamkniętego układu regulacji z tak wyliczonym regulatorem. Wartość transmitancji $G_z(s)$ jest zgodna z założeniami projektowymi (1). Transmitancja $G_o(s)$, podobnie jak $G_z(s)$, jest ściśle właściwa.

$$G_o(s) = \frac{L(s)}{M(s) - L(s)}, \quad G_z(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} = \frac{L(s)}{M(s)} \quad (3)$$

Jeśli dodatkowo zażądać, by transmitancja regulatora $C(s)$ wyrażała się ułamkiem właściwym (o stopniu licznika nie większym od stopnia mianownika), musi być spełniona nierówność (4), narzucająca ograniczenia na zadaną transmitancję $G_z(s)$. Należy je uwzględnić w procesie projektowania.

$$\deg L(s) + \deg A(s) \leq \deg (M(s) - L(s)) + \deg B(s) \quad (4)$$

4. Stabilność

Analiza stabilności układu regulacji z opóźnieniem nie jest zagadnieniem łatwym, bowiem równanie charakterystyczne zamkniętego układu regulacji jest transcendentne ([3], s. 148; [7], s. 20), a quasi-wielomian charakterystyczny posiada nieskończenie wiele pierwiastków.

Układ regulacji z prawidłowo zaprojektowanym predyktorem Smitha pozostaje stabilny, jeśli tylko użyty w predyktorze model jest zgodny z obiektem: $\hat{P}(s) = P(s)$, $\hat{h} = h$ (porównaj dyskusję w pracy ([6], s. 227), gdzie podano definicję i warunek *praktycznej stabilności*). Niezgodność modelu i obiektu może doprowadzić do utraty stabilności.

W praktyce rozpatruje się trzy typy niezgodności:

- 1) Niezgodność czasu opóźnienia przy jednakowych czynnikach wymiernych transmitancji: $\hat{P}(s) = P(s)$, $\hat{h} \neq h$.
- 2) Niezgodność czynników wymiernych przy jednakowym czasie opóźnienia: $\hat{P}(s) \neq P(s)$, $\hat{h} = h$.
- 3) Jednoczesną niezgodność czynnika wymiennego i czasu opóźnienia: $\hat{P}(s) \neq P(s)$, $\hat{h} \neq h$.

Analiza ostatniego przypadku jest najbardziej złożona. Najczęściej prowadzi się analizę przypadku pierwszego, w myśl poglądu, iż niezgodność czasu opóźnienia rodzi większe ryzyko utraty stabilności niż niezgodność czynnika wymiernego. Dalej przedstawione zostaną dwa sposoby badania stabilności w sytuacji niezgodności tylko czasów opóźnienia.

4.1. Metoda pierwsza (Nyquista)

Do zbadania stabilności układu regulacji z predyktorem Smitha można wykorzystać twierdzenie Nyquista ([8], s. 99) w wersji dla obiektów z opóźnieniem ([3], s. 188). Badaniu podlega transmitancja otwartego układu regulacji z rysunku 1, opisana wzorem (5a). Odpowiada ona przypadkowi, gdy pętla sprzężenia zwrotnego przerwana zostanie w punkcie B (rys. 1). Transmitancja zamkniętego układu regulacji wyraża się wzorem (5b).

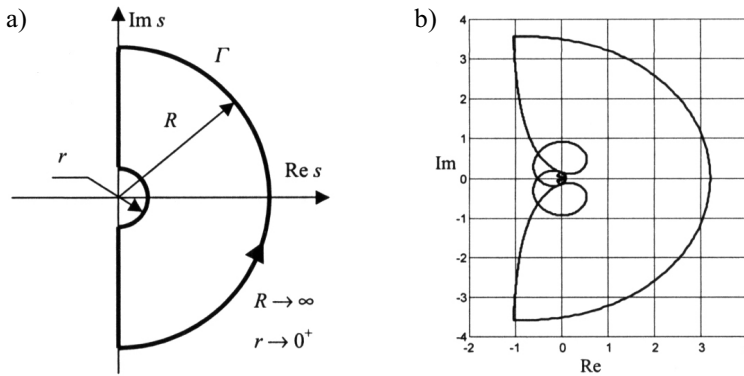
$$G_{oh}(s) = C(s)P(s)\left(1 + e^{-sh} - e^{-s\hat{h}}\right) \quad (5a)$$

$$G_{zh}(s) = \frac{G_{oh}(s)}{1 + G_{oh}(s)} \quad (5b)$$

Badany zamknięty układ regulacji o transmitancji $G_{zh}(s)$ jest asymptotycznie stabilny, jeśli całkowita zmiana argumentu wyrażenia $(1 + G_{oh}(s))$ jest równa $-2\pi p$, gdy s obiega jednokrotnie kontur Nyquista Γ w dodatnim kierunku (przeciwnie do ruchu wskazówek zegara). Liczba p to liczba biegunów transmitancji $G_{oh}(s)$, leżących w prawej otwartej półpłaszczyźnie zespolonej. Zmiana argumentu wyrażenia $(1 + G_{oh}(s))$ jest proporcjonalna do liczby okrążeń krzywej Nyquista, odpowiadającej transmitancji $G_{oh}(s)$ i wykreślonej dla s obiegającego kontur Nyquista, wokół punktu $(-1 + j \cdot 0)$. Tak więc dla zbadania stabilności można wykorzystać wykres krzywej Nyquista dla transmitancji otwartego układu regulacji.

Kształt konturu Nyquista dla przypadku, gdy otwarty układ regulacji posiada biegun w zerze, przedstawiony jest na rysunku 4a, a przykładowa, odpowiadająca mu krzywa Nyquista – na rysunku 4b. Uzyskano ją dla konkretnego obiektu, opisywanego w dalszej części artykułu. Kontur Nyquista musi omijać łukami o nieskończenie małym promieniu r wszystkie bieguny transmitancji otwartego układu regulacji, które leżą na osi urojonej. Promień R dużego łuku musi być dostatecznie duży, by wszystkie zera wielomianów charakterystycznych układów: otwartego i zamkniętego, leżące w prawej otwartej półpłaszczyźnie, znalazły się wewnątrz konturu Γ . Warunek ten łatwo spełnić, zakładając, że promień R dąży do nieskończoności. Dla wyznaczenia zmiany argumentu można posłużyć się *zasadą argumentu* ([3], s. 185), z której wynika wzór (6). Jeden z warunków stosowalności tego wzoru to analityczność funkcji $f(s)$ na konturze Γ .

$$\Delta_{s \in \Gamma} \arg f(s) = \int_{s \in \Gamma} \frac{f'(s)}{f(s)} ds, \quad f(s) = 1 + G_{oh}(s) \quad (6)$$



Rys. 4. Kontur Nyquista (a) i przykładowa krzywa Nyquista (b) dla $h = 0,7$, $\hat{h} = 0,4$

Badając stabilność systemu nieskończenie wymiarowego, należy zachować ostrożność, ponieważ – w odróżnieniu od układów skończenie wymiarowych – widmo może zawierać nie tylko punkty dyskretne. Co więcej, w przypadku systemu nieskończenie wymiarowego (a takim jest układ z opóźnieniem), nie zawsze widmo punktowe determinuje właściwe zachowania trajektorii czasowych.

4.2. Metoda druga

Do badania stabilności układu regulacji z predyktorem można wykorzystać dwa podane niżej twierdzenia, zamieszczone w pozycji ([6], s. 227). Obowiązują one dla przypadku jednakowych wymiarnych czynników transmitancji obiektu i modelu $\hat{P}(s) = P(s)$, gdy różne są jedynie czasy opóźnienia $\hat{h} \neq h$.

Twierdzenie 1

Zamknięty system regulacji z predyktorem Smitha jest asymptotycznie stabilny dla dowolnego $\Delta h = h - \hat{h}$, jeśli $\forall \omega \geq 0 \quad |Q(j\omega)| < 1/2$. Przy czym $Q(s)$ jest wymierną częścią transmitancji zamkniętego układu regulacji, uzyskiwanej w przypadku pełnej zgodności modelu z obiektem: $Q(s) = C(s)\hat{P}(s)/(1 + C(s)\hat{P}(s))$.

Twierdzenie 2

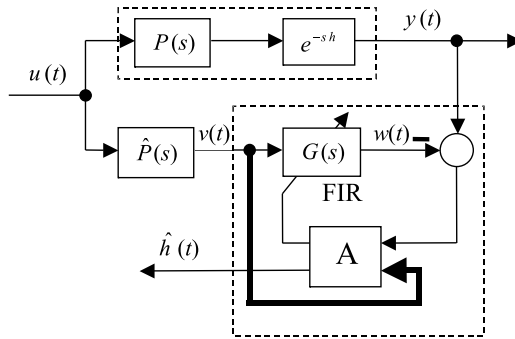
Jeśli $\forall \omega \geq 0 \quad |Q(j\omega)| \leq 1$ oraz $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(j\omega)| < 1/2$ przy $\omega \rightarrow \infty$, to istnieje skończona, dodatnia liczba δ taka, że zamknięty układ regulacji jest asymptotycznie stabilny dla każdego $\Delta h = h - \hat{h}$, spełniającego warunek $|\Delta h| < \delta$. Zgrubna i najczęściej zachowawcza estymata δ dana jest wzorem $\delta = \pi/(3\omega_0)$, gdzie ω_0 jest częstotliwością, powyżej której moduł $Q(j\omega)$ jest mniejszy od jednej drugiej: $\forall \omega > \omega_0 \quad |Q(j\omega)| < 1/2$.

5. Układ identyfikacji opóźnienia

Do identyfikacji opóźnienia wykorzystano metodę strojonego modelu ([3], s. 85). Wskaźnik jakości minimalizowany był uproszczoną metodą najszybszego spadku. Przy wy-

prowadzaniu wzorów estymatora użyto metod optymalizacji dynamicznej ([2], s. 406). Podobna metoda identyfikacji opóźnienia opisana jest w pracy [10].

Zasadę pracy układu identyfikacji przedstawia rysunek 5. Dolny fragment układu, objęty przerywaną linią, odpowiada blokowi I z rysunku 2. Sygnał wyjściowy $y(t)$ obiektu porównywany jest z sygnałem $w(t)$. Na podstawie znajomości chwilowej wartości różnicy $y(t) - w(t)$ oraz historii zmian sygnału $v(t)$ na pewnym horyzoncie czasowym w przeszłości, algorytm identyfikacji modyfikuje transmitancję $G(s)$, a następnie na jej podstawie wyznacza estymatę $\hat{h}$ opóźnienia. Transmitancja $G(s)$ stanowi estymatę transmitancji e^{-sh} , występującej w obiekcie.



Rys. 5. Schemat blokowy przedstawiający zasadę działania układu identyfikacji opóźnienia

W rzeczywistości algorytm identyfikacji opóźnienia zamiast na transmitancji $G(s)$, operuje na odpowiadającej jej odpowiedzi impulsowej $g(\tau)$. Człon opóźniający jest elementem o skończonej odpowiedzi impulsowej, więc jej estymata może posiadać zwarty nośnik. W przyjętym rozwiązaniu założono, że odpowiedź impulsowa zeruje się poza przedziałem $[0, H]$, gdzie H jest dodatnią stałą, nieco większą od największego spodziewanego opóźnienia obiektu. Dzięki ograniczonosti nośnika, odpowiedź impulsowa $g(\tau)$ może być przechowywana w pamięci komputera, po uprzednim zdyskretyzowaniu.

W dalszych rozważaniach założono równość $P(s)$ i $\hat{P}(s)$. Jakość aproksymacji członu opóźniającego mierzono przy pomocy kwadratowego wskaźnika jakości

$$J(t, g_t) = \frac{1}{2} (y(t) - w(t))^2 = \frac{1}{2} \left(y(t) - \int_0^H g_t(\tau) \cdot v(t - \tau) d\tau \right)^2 \quad (7)$$

Występuje w nim różnica między sygnałami wyjściowymi obiektu i modelu, dana wzorem

$$y(t) - w(t) = y(t) - \int_0^H g_t(\tau) v(t - \tau) d\tau \quad (8)$$

$$g_t : [0; H] \rightarrow R, \quad g_t : \tau \mapsto g_t(\tau)$$

We wzorach (7) i (8) użyto indeksu t w oznaczeniu odpowiedzi impulsowej $g_t(\tau)$, aby podkreślić, że w miarę upływu czasu t , kształt odpowiedzi impulsowej ulega zmianie. Dla każdej chwili czasu t jest ona funkcją zmiennej τ :

$$g_t(\tau) = \bar{g}(t)(\tau) = \tilde{g}(t, \tau).$$

W każdej chwili t wskaźnik jakości jest zależny od funkcji $g_t(\tau)$ dla $\tau \in [0, H]$. Wskaźnik jakości ma więc postać funkcjonału, a do poszukiwania jego minimum można wykorzystać metody optymalizacji dynamicznej ([2], s. 406). Do modyfikowania odpowiedzi impulsowej $g_t(\tau)$ można zastosować uproszczony algorytm najszybszego spadku. Jego istota polega na ustawicznym korygowaniu estymaty g_t , stosownie do aktualnej wartości gradientu wskaźnika jakości J . Wielkość korekty (wariacji odpowiedzi impulsowej) dla wersji algorytmu z czasem ciągłym dana jest formułą

$$\delta g_t = -\mu \cdot \nabla_{g_t} J(t, g_t) \cdot dt \quad (9)$$

Parametr $\mu > 0$ decyduje o szybkości algorytmu. Gradient wskaźnika jakości wyraża się wzorem

$$\nabla_{g_t} J(t, g_t)(\tau) = -(y(t) - w(t)) \cdot v(t - \tau), \quad \tau \in [0, H] \quad (10)$$

Do wyliczenia gradientu w chwili czasu t konieczna jest znajomość wartości chwilowych $y(t)$ i $w(t)$ oraz historii zmian sygnału $v(\tau)$ dla $\tau \in [t - H, 0]$. Po wstawieniu wzorów (8) i (10) do (9) otrzymuje się równanie (11a). Całkując je w granicach od 0 do t , dostajemy wzór (11b).

$$\delta g_t(\tau) = \mu \cdot \left(y(t) - \int_0^H g_t(\sigma) v(t - \sigma) d\sigma \right) \cdot v(t - \tau) \cdot dt \quad (11a)$$

$$g_t(\tau) = g_0(\tau) + \mu \cdot \int_0^t \left(y(\xi) - \int_0^H g_\xi(\sigma) v(\xi - \sigma) d\sigma \right) \cdot v(\xi - \tau) \cdot d\xi \quad (11b)$$

Do praktycznej realizacji algorytmu identyfikacji w komputerze konieczna jest dyskretyzacja problemu. Podlega jej zarówno argument τ odpowiedzi impulsowej, jak i czas t , w którym prowadzone są obliczenia. Dla uproszczenia założono jednakowy okres dyskretyzacji obu zmiennych. Dyskretyzację przeprowadzono, zastępując całkowanie schematem prostokątów. W efekcie wzór (11b) przyjmuje postać (12b). Do praktycznej realizacji użyteczny jest przyrostowy wzór (12a) otrzymany na podstawie (11a).

$$g_{n+1,k} = g_{n,k} + \mu \cdot \frac{H}{M} \cdot \left(y_n - \frac{H}{M} \cdot \sum_{j=0}^M g_{n,j} v_{n-j} \right) \cdot v_{n-k} \quad (12a)$$

$$g_{n,k} = g_{0,k} + \mu \cdot \frac{H}{M} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} \left(y_i - \frac{H}{M} \cdot \sum_{j=0}^M g_{i,j} v_{i-j} \right) \cdot v_{i-k} \quad (12b)$$

We wzorach (12a) i (12b) próbki wszystkich sygnałów o ujemnych indeksach należy przyjąć za zerowe. M oznacza liczbę podprzedziałów o jednakowej długości, na które dzielony jest w wyniku dyskretyzacji przedział $[0; H]$. Pozostałe symbole użyte we wzorach (12a) i (12b) mają następujące znaczenie:

$$v_n = v \left(\frac{H}{M} n \right), \quad y_n = y \left(\frac{H}{M} n \right), \quad g_{n,k} = g_{\frac{H}{M} n} \left(\frac{H}{M} k \right).$$

Dyskretyzacja zmiennych t oraz τ wpływa niewątpliwie na dokładność oraz wyniki obliczeń numerycznych, w których ją wykorzystano. Wpływu tego jednak nie badano i nie opisano w niniejszym artykule.

Odpowiedź impulsowa członu opóźniającego ma postać dystrybucji delta Diraca, wystawionej w punkcie odpowiadającym opóźnieniu h . Należy oczekiwać, że odpowiedź $g_t(\tau)$, uzyskiwana na drodze identyfikacji, będzie „skupiała się” wokół opóźnienia h . W roli estymaty $\hat{h}$ można więc użyć środka ciężkości wykresu funkcji $g_t(\tau)$. Jest on liczony jako stosunek dwóch jej zwykłych momentów – pierwszego i zerowego rzędu. Dla przypadku ciągłego w czasie estymatę opisuje wzór (13a), a dla przypadku zdyskretyzowanego – (13b).

$$\hat{h}^c(t) = \frac{m_1(t)}{m_0(t)} = \frac{\int_0^H g_t(\tau) \tau^1 d\tau}{\int_0^H g_t(\tau) \tau^0 d\tau} = \frac{\int_0^H g_t(\tau) \tau d\tau}{\int_0^H g_t(\tau) d\tau} \quad (13a)$$

$$\hat{h}_n^c = \frac{H}{M} \frac{\sum_{j=0}^M j \cdot g_{n,j}}{\sum_{j=0}^M g_{n,j}} \quad (13b)$$

Inny sposób liczenia estymaty polega na znalezieniu położenia maksimum wykresu odpowiedzi impulsowej $g_t(\tau)$. W wersjach: ciągłej i dyskretnej w czasie metodę tę opisują następujące wzory:

$$\hat{h}^m(t) = \arg \max_{\tau \in [0, H]} g_t(\tau) \quad (14a)$$

$$\hat{h}_n^m = \frac{H}{M} \cdot \arg \max_{j \in \{0, 1, \dots, M\}} g_{n,j} \quad (14b)$$

W dalszej części artykułu, ilekroć zajdzie potrzeb rozróżnienia estymat ze wzorów (13) i (14), pierwsza z nich oznaczona będzie symbolem $\hat{h}^c$, a druga $\hat{h}^m$.

6. Przykład symulacyjny

Działanie opisanego wyżej układu przetestowano symulacyjnie w środowisku obliczeń numerycznych MATLAB/Simulink. Badania prowadzono dla obiektu $P(s)$ o transmitancji danej wzorem (15a) i regulatora $C(s)$ opisanego wzorem (15b). Regulator wyliczono opisaną wcześniej metodą lokowania zer i biegunów, zakładając że transmitancja $G_z(s)$ w formule (3) ma wartość daną równością (15c). Jest to transmitancja obiektu inercyjnego drugiego rzędu o dwóch identycznych stałych czasowych równych $1/6$.

$$P(s) = \frac{4s + 19,3}{s^2 + 0,833s + 0,167} \quad (15a)$$

$$C(s) = \frac{s^2 + 0,833s + 0,167}{0,111s^3 + 1,87s^2 + 6,44s} \quad (15b)$$

$$G_z(s) = \frac{1}{0,0278s^2 + 0,333s + 1} \quad (15c)$$

Stabilność układu regulacji z obiektem (15a) i regulatorem (15b) została zbadana za pomocą dwóch metod opisanych w rozdziale czwartym. Wyniki przedstawione są poniżej. Działanie układu regulacji zostało też przetestowane symulacyjnie. Rezultaty zaprezentowane są w jednym z kolejnych rozdziałów.

7. Analiza stabilności

Stabilność układu z rysunku 1, opisanego równaniami (15), zbadano przy użyciu dwóch opisanych wcześniej metod. Celem analizy było wyznaczenie, dla jakich różnic między opóźnieniem h a jego estymatą $\hat{h}$ układ pozostanie asymptotycznie stabilny.

7.1. Metoda pierwsza (Nyquista)

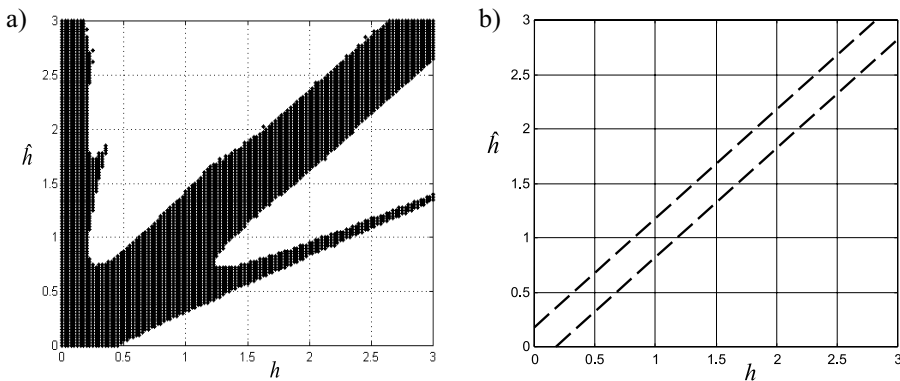
Dalej opisana jest procedura numeryczna, pozwalająca orientacyjnie wyznaczyć estymatę obszaru stabilności w przestrzeni parametrów $(h, \hat{h})$ obiektu i jego modelu. Obliczenia prowadzono dla konkretnej postaci transmitancji $P(s)$, danej wzorem (15a) i założono równość wymiernego czynnika transmitancji obiektu i modelu $P(s) = \hat{P}(s)$. Wykorzystano twierdzenie Nyquista ([3], s. 188; [8], s. 99) i wzór (6) pochodzący z zasady argumentu ([3], s. 185). Badaniu podlegała transmitancja otwartego układu regulacji z rysunku 1, opisana wzorem (5a).

$$G_{oh}(s) = \frac{1}{0,0278s^2 + 0,333s} \left(1 + e^{-sh} - e^{-s\hat{h}} \right).$$

Transmitancja $G_{oh}(s)$ posiada dwa różne bieguny rzeczywiste. Jeden z nich jest zerowy, a więc leży na osi urojonej. Na płaszczyźnie $0h\hat{h}$ wyznaczono kwadrat o boku 3, opisany iloczynem kartezjańskim $[0, 3] \times [0, 3]$. Następnie podzielono go równomierną siatką. Dla par współrzędnych $(h, \hat{h})$ każdego z jej punktów kratowych wyliczono numerycznie krzywą Nyquista, odpowiadającą konturowi Nyquista przedstawionemu na rysunku 4a. Jedną z tych krzywych zamieszczono na rysunku 4b. Kontur omija łukiem o nieskończenie małym promieniu początek układu współrzędnych, gdyż transmitancja $G_{oh}(s)$ posiada biegun w zerze. Dla każdej krzywej Nyquista wyliczono numerycznie ilość okrążeń wokół punktu $(-1 + j \cdot 0)$. Wykorzystano w tym celu wzór (6) pochodzący z twierdzenia zwanego *zasadą maksimum*. W numerycznej realizacji całkę zastąpiono schematem prostokątów, otrzymując wzór (16), w którym s_i to kolejne punkty wybrane wzdłuż konturu Nyquista Γ , a symbol Δ przy funkcji f oznacza różnicę w przód.

$$\Delta \arg f(s) = \sum_{i \in I} \frac{\Delta f(s_i)}{f(s_i)}, \quad f(s) = 1 + G_{oh}(s), \quad \forall s_i \in \Gamma \quad (16)$$

Ponieważ transmitancja otwartego układu regulacji nie posiada biegunów w prawej otwartej półpłaszczyźnie zespolonej, układ regulacji opisany transmitancjami (15) jest asymptotycznie stabilny, jeśli przy obiegu przez s konturu Nyquista, całkowita zmiana argumentu wyrażenia $(1 + G_{oh}(s))$ jest równa zero. Transmitancja $G_{oh}(s)$ dana jest wzorem (5a). Wyniki działania opisanej procedury przedstawione są na wykresie z rysunku 6a.



Rys. 6. Przybliżona estymata obszaru stabilności: a) uzyskana pierwszą metodą (Nyquista); b) uzyskana drugą z przedstawionych metod

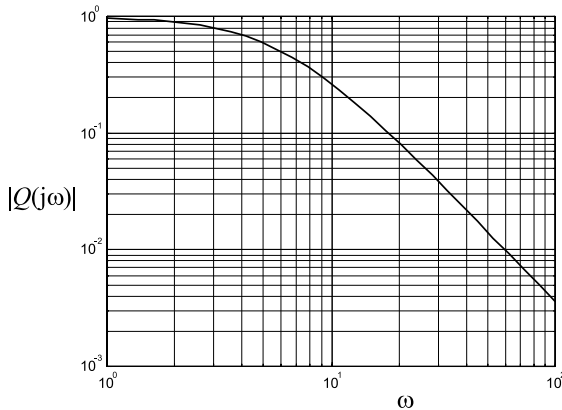
Na płaszczyźnie $0h\hat{h}$ zaznaczono tylko te spośród badanych punktów, dla których zamknięty układ regulacji pozostaje asymptotycznie stabilny. Uzyskany zbiór stanowi estymatę obszaru odpornej stabilności układu. Jak widać z rysunku, dla niektórych ustalono-

nych h , odpowiadające im zbiory wartości $\hat{h}$, gwarantujących asymptotyczną stabilność, mogą być niespójne. Każdy z tych zbiorów jest unią kilku przedziałów. Podobnie, dla ustalonego $\hat{h}$, zbiór wartości h gwarantujących asymptotyczną stabilność może być niespójny. Przykładowo, dla $\hat{h}=1$, h musi należeć w przybliżeniu do sumy przedziałów $(0, 0,225) \cup (0,6, 1,42) \cup (2,1, 2,37)$.

7.2. Metoda druga

Dla zbadania stabilności układu regulacji można wykorzystać twierdzenia 1 i 2, zacytowane wcześniej w artykule w rozdziale *Stabilność*. Występująca w nich transmitancja $Q(s)$ jest równa transmitancji $G_z(s)$ ze wzoru (15c)

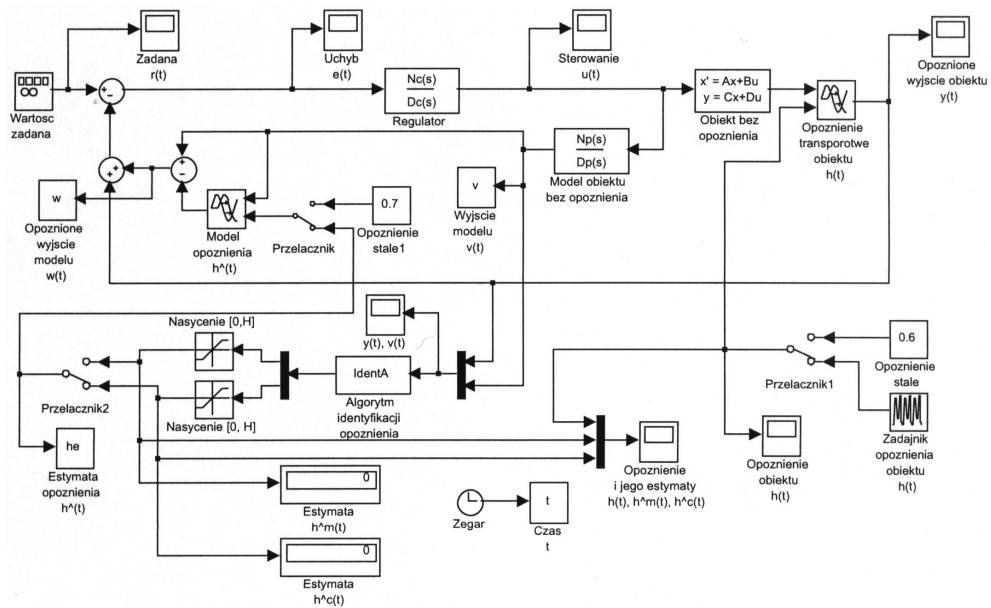
$$Q(s) = \frac{1}{0,0278s^2 + 0,333s + 1}.$$



Rys. 7. Amplitudowa charakterystyka częstotliwościowa transmitancji $Q(j\omega)$

Z zamieszczonej na rysunku 7 amplitudowej charakterystyki częstotliwościowej, odpowiadającej transmitancji $Q(s)$, widać, że nie jest spełniony warunek $\forall \omega \geq 0 \quad |Q(j\omega)| < 1/2$, występujący w twierdzeniu 1. Spełnione są natomiast warunki z twierdzenia 2: $\forall \omega \geq 0 \quad |Q(j\omega)| \leq 1$ oraz $\lim_{\omega \rightarrow \infty} |Q(j\omega)| < 1/2$ przy $\omega \rightarrow \infty$. Wynika stąd, że istnieje pewna niezerowa strefa tolerancji δ dla błędu Δh estymaty opóźnienia $\hat{h}$, w której układ pozostaje asymptotycznie stabilny. Jej oszacowanie dane jest wzorem $\delta = \pi/(3\omega_0)$, gdzie ω_0 jest częstotliwością, powyżej której $|Q(j\omega)| \leq 1/2$. Dla badanego układu $\omega_0 \approx 6,02$, a stąd $\delta \approx 0,174$. Wyznaczona w ten sposób estymata obszaru stabilności stanowi obszar między dwoma ukośnymi odcinkami na rysunku 6b. Z porównania dwóch wykresów z rysunku 6 widać, że w rozważanym kwadracie estymata otrzymana pierwszą metodą jest wyraźnie większa w stosunku do drugiej. Znaczna różnica powierzchni obu estymat potwierdza uwagę zawartą w podrozdziale 4.2. Opisane tam oszacowanie jest zazwyczaj bardzo zachowawcze, podczas gdy estymata wyznaczony za pomocą twierdzenia Nyquista nie podlega podobnemu ograniczeniu.

Symulacyjny model układu regulacji, zbudowany w Simulinku, przedstawiony jest na rysunku 8. Algorytm identyfikacji opóźnienia zaimplementowano w postaci S-funkcji zapisanej w *M*-pliku funkcyjnym.



Rys. 8. Model układu regulacji w Simulinku

$$A_r = 1, \quad f_r = 0,15.$$

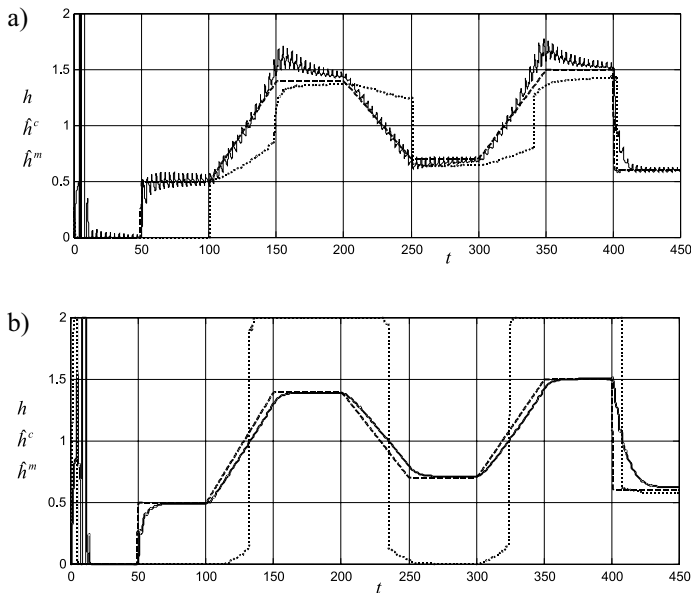
Dla porównania badano również pracę układu dla sinusoidalnego przebiegu wartości zadanej o takiej samej amplitudzie i częstotliwości. Wartości parametrów algorytmu identyfikacji opóźnienia – współczynnik μ , maksymalne opóźnienie H i ilość podprzedziałów M – są następujące:

$$\mu = 0,75, \quad H = 2, \quad M = 200 \quad (17)$$

Symulacje przeprowadzono dla dwóch przypadków: opóźnień stałego oraz zmieniającego się powoli ze stałą szybkością. Wyniki przedstawione są na rysunkach 9, 10 i 11. Na wykresach z rysunku 9 umieszczono przebieg opóźnienia $h(t)$ oraz jego dwóch estymat $\hat{h}^m(t)$ (położenie maksimum odpowiedzi impulsowej g_I) i $\hat{h}^c(t)$ (środek ciężkości odpowiedzi impulsowej). Wykres 9a odpowiada prostokątnemu przebiegowi wartości zadanej, a wykres 8b – sinusoidalnemu.

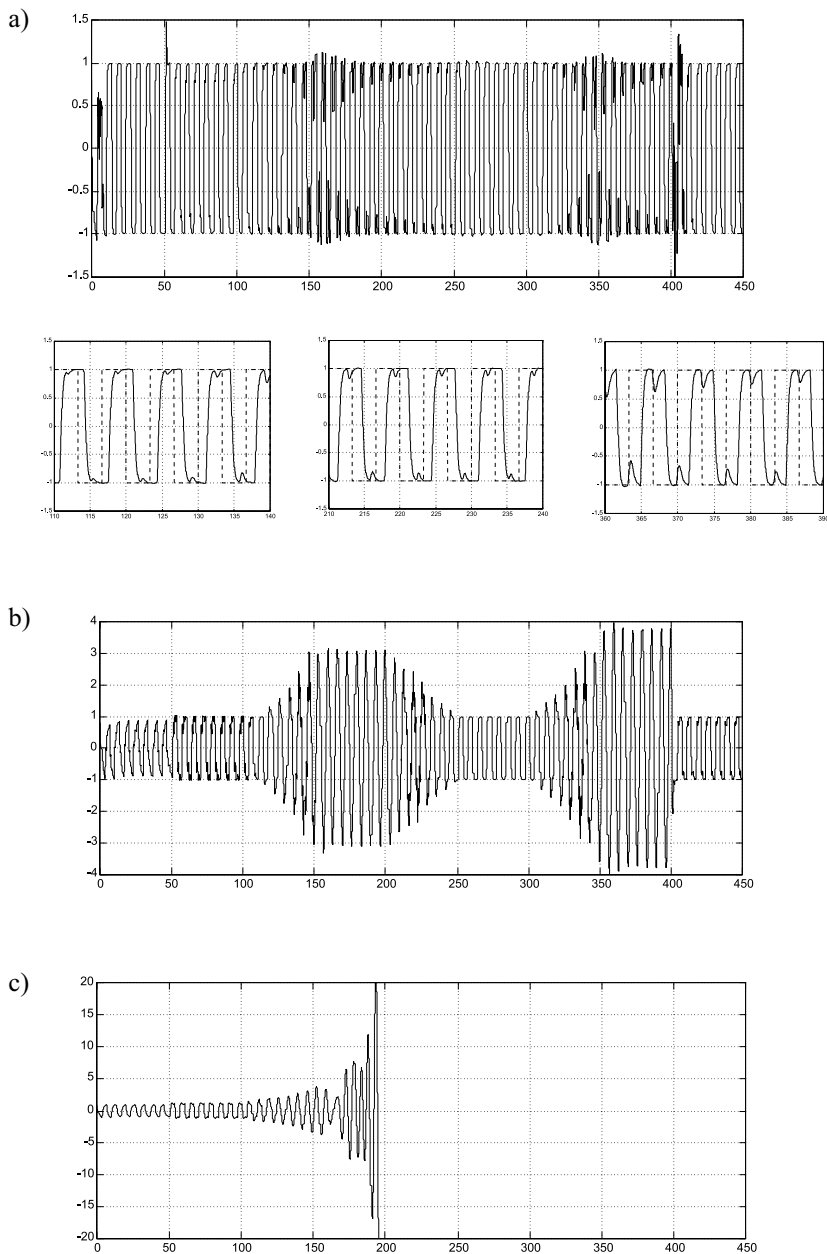
Jak widać z wykresu 9a, estymata $\hat{h}^c(t)$ szybciej podąża za zmianami parametru obiektu niż $\hat{h}^m(t)$, ale okupione jest to większymi jej wahaniami wysokoczęstotliwościowymi. Dla sinusoidalnego przebiegu wartości zadanej (rys. 9b) estymata $\hat{h}^c(t)$ zadowalająco odwzorowuje przebieg zmian opóźnienia, natomiast estymata $\hat{h}^m(t)$ jest praktycznie bezwartościowa. Podczas symulacji obu przypadków z rysunku 9, predyktor wykorzystywał estymatę $\hat{h}^c(t)$. Próba użycia estymaty $\hat{h}^m(t)$ dawała zdecydowanie gorsze wyniki. Przebieg sygnału wyjściowego $y(t)$ obiektu, odpowiadający prostokątnemu przebiegowi wartości zadanej, przedstawia rysunek 10a. Dwa pozostałe wykresy z tego rysunku otrzymano dla układu bez adaptacji, w którym przyjęto stałe wartości estymaty opóźnienia. Dla $\hat{h} \equiv 0,7$ układ zachowuje stabilność, ale jakość regulacji ulega wyraźnemu pogorszeniu – amplituda sygnału wyjściowego miejscami znacznie odbiega od amplitudy wartości zadanej. Dla $\hat{h} \equiv 0,4$ układ regulacji traci w pewnej chwili stabilność.

Podczas pracy układu adaptacji, ciągłym zmianom w czasie ulega estymata $g_i(\tau)$ odpowiedzi impulsowej członu opóźniającego. To na jej podstawie wyznaczane są estymaty $\hat{h}^c$ oraz $\hat{h}^m$ opóźnienia obiektu. Na rysunku 11 przedstawiono wykresy $g_i(\tau)$ uzyskanej w różnych chwilach czasu. Na wykresach kółkiem na osi odciętych zaznaczono położenie estymaty $\hat{h}^c(t)$, wyliczanej jako środek ciężkości wykresu odpowiedzi impulsowej. Położenie estymaty $\hat{h}^m(t)$ łatwo odnaleźć, gdyż jest ono wyznaczone przez maksimum funkcji.



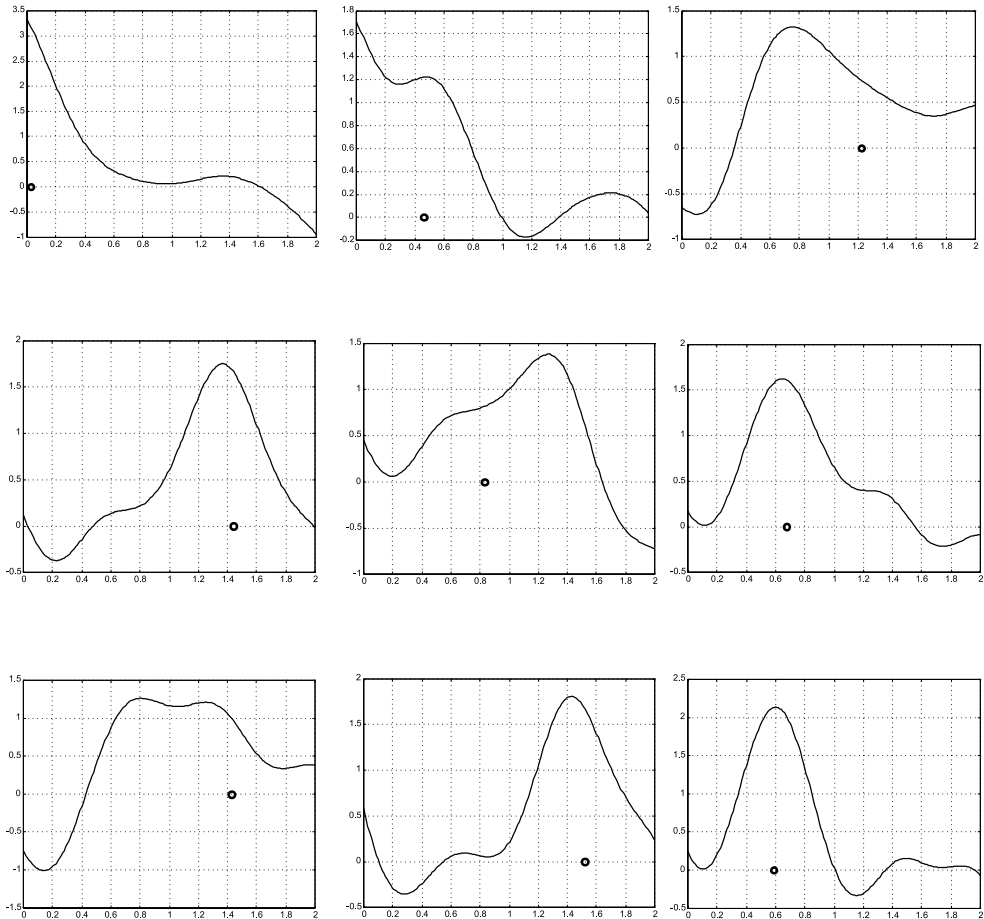
Rys. 9. Przebiegi czasowe opóźnienia (linia kreskowa) i dwóch jego estymat: $\hat{h}_m(t)$ (linia kropkowa) i $\hat{h}_c(t)$ (linia ciągła): a) wartość zadana $r(t)$ w postaci przebiegu prostokątnego; b) wartość zadana $r(t)$ w postaci przebiegu sinusoidalnego

Na rysunku 9 przedstawiono przebiegi estymat opóźnienia w stanach przejściowych, gdy opóźnienie h zmieniał się w czasie.



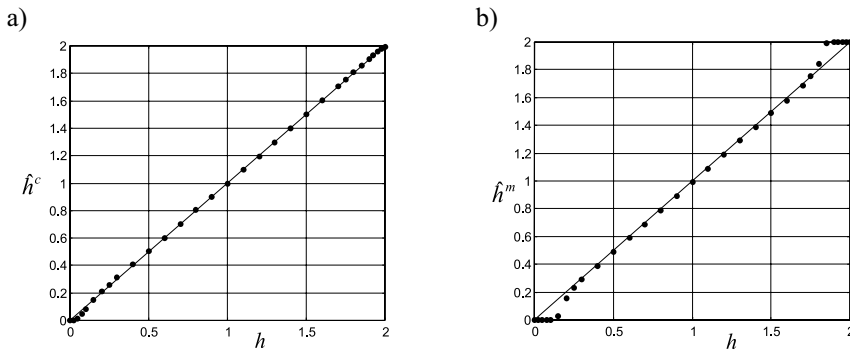
Rys. 10. Przebiegi czasowe sygnału wyjściowego obiektu dla prostokątnego przebiegu wartości zadanej (linia przerywana – wartość zadana, linia ciągła – sygnał wyjściowy):

- a) w układzie adaptacyjnym (całość oraz trzy powiększone fragmenty);
 b) w układzie nieadaptacyjnym z $\hat{h} \equiv 0,7$; c) w układzie nieadaptacyjnym z $\hat{h} \equiv 0,4$



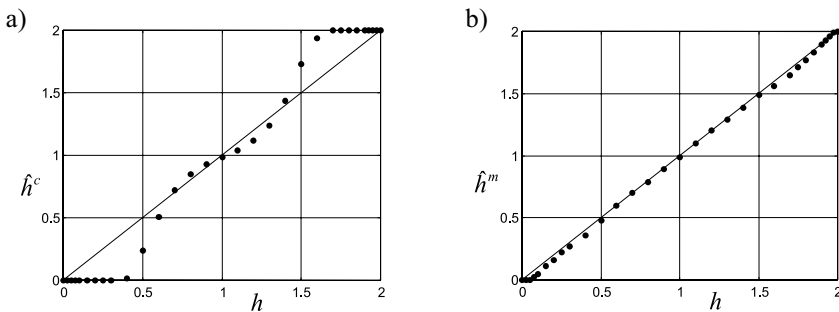
Rys. 11. Przebiegi odpowiedzi impulsowej $g_t(\tau)$ dla następujących chwil czasu:
40, 90, 140, 190, 240, 290, 340, 390, 440

Na wykresie z rysunku 12 pokazana jest natomiast zależność estymat $\hat{h}^c$ oraz $\hat{h}^m$ od opóźnienia h w stanie ustalonym, gdy opóźnienie h było stałe, a wartość zadana miała przebieg prostokątny. Przyjęto, że stan w przybliżeniu ustalony występuje po upływie 200 sekund od początku eksperymentu. Ponieważ estymaty lekko się wahają, na wykresie umieszczono uśrednione wartości z przedziału czasu $[200, 250]$. By zebrać dane do wykresu, przeprowadzono szereg eksperymentów z różnym opóźnieniem h , zmienianym z krokiem 0,1 lub mniejszym. Dla częstotliwości $f_r = 0,15$ wyniki wskazują na bardzo dobrą zgodność estymaty $\hat{h}^c$ oraz dobrą zgodność estymaty $\hat{h}^m$ z wartością rzeczywistą h w szerokim zakresie jej zmian, z wyjątkiem krańców przedziału.



Rys. 12. Zależność estymat od opóźnienia w stanie ustalonym dla częstotliwości przebiegu wartości zadanej $f_r = 0,15$: a) estymata $\hat{h}^c$; b) estymata $\hat{h}^m$

Na rysunku 13 przedstawione są podobne wykresy, odpowiadające innej częstotliwości wartości zadanej $f_r = 0,35$. Tym razem dużo mniejszy jest błąd estymaty $\hat{h}^m$. Ogólnie, w miarę wzrostu częstotliwości, jakość estymaty $\hat{h}^c$ spada, a $\hat{h}^m$ rośnie.



Rys. 13. Zależność estymat od opóźnienia w stanie ustalonym dla częstotliwości przebiegu wartości zadanej $f_r = 0,35$: a) estymata $\hat{h}^c$; b) estymata $\hat{h}^m$

9. Zastosowanie w systemach rozproszonych

We wstępie do artykułu wspomniano, że opisywany tu układ można zastosować do kompensacji opóźnień wnoszonych przez medium komunikacyjne w rozproszonych systemach sterowania. W większości przypadków opóźnienia wnoszone przez sieć w takich systemach nie są stałe, lecz zmieniają się losowo z kroku na krok ([4, 1]). Wolnozmiennie bywa natomiast górne ograniczenie opóźnienia. W takich przypadkach można wykorzystać opisywany w artykule układ uzupełniony o kolejkę FIFO. Jej zadaniem jest gromadzenie napływających z sieci pakietów i równomierne w czasie przekazywanie ich dalej. W rezultacie do układu regulacji docierają pakiety, których opóźnienie podlega powolnym zmia-

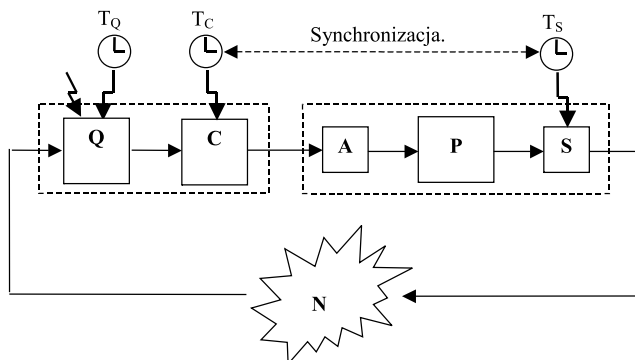
nom w czasie, odpowiadającym w przybliżeniu górnemu ograniczeniu opóźnienia wnoszonego przez sieć. Szybkozmienna składowa opóźnienia jest natomiast niewielka. Schemat tak zmodyfikowanego układu regulacji przedstawia rysunek 14, zaś zasadę działania kolejki ujednolicającej opóźnienie – rysunek 15. W układzie z rysunku 14 sieć komunikacyjna włączona jest na drodze pakietów z czujnika S do kolejki Q. Sygnał wyjściowy obiektu jest próbkowany z okresem T_S . Przepływ sygnału z predyktora Smitha C do urządzenia wykonawczego A jest natychmiastowy, bez pośrednictwa sieci.

Kolejka Q działa według następujących zasad:

- 1) Jeśli kolejka nie jest pusta, pakiety uwalniane są z niej z częstotliwością f_Q nieco większą niż częstotliwość f_S wysyłania pakietów przez czujnik S.
- 2) Jeśli kolejka zostanie opróżniona – uwolnienie pakietu następuje dopiero po otrzymaniu nowego z sieci. W czasie, gdy kolejka czeka na pakiet, zatrzymywany jest zegar T_Q .

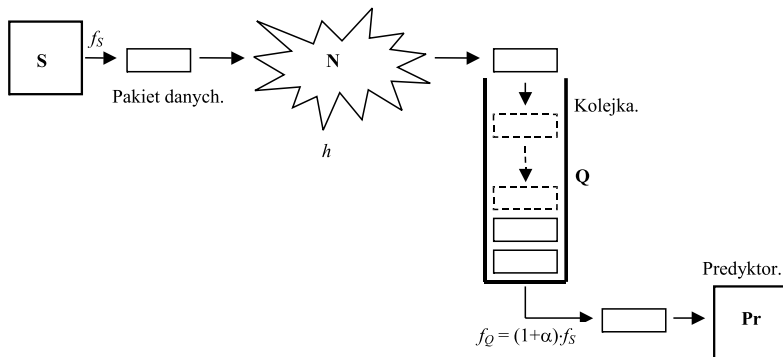
Taki algorytm zmniejsza szybkozmienną składową opóźnień, pozostawiając składową wolnozmienną. Układ ten znajduje zastosowanie w przypadku, gdy sieć nie gubi pakietów oraz dostarcza je chronologicznie. Na pracę kolejki Q wpływają zarówno zdarzenia (dotarcie nowego pakietu, gdy kolejka jest pusta), jak i zegar T_Q (gdy kolejka nie jest pusta). Zegar T_Q nie odmierza czasu w sposób nieprzerwany – jest zatrzymywany każdorazowo, gdy skończy się oczekiwanie pustej kolejki na opóźniony pakiet i uruchamiany ponownie, gdy pakiet dotrze po czasie oczekiwania.

Rozproszony układ regulacji jest z natury swojej układem z czasem dyskretnym, ze względu na przesyłanie sygnałów w postaci pakietów za pośrednictwem sieci. Na schemacie z rysunku 14 predyktor C oraz czujnik S taktowane są przez zegary, które pracują synchronicznie.



Rys. 14. Zmodyfikowany układ regulacji dla systemu rozproszonego:

A – urządzenie wykonawcze, P – obiekt regulacji, N – sieć telekomunikacyjna,
S – czujnik, Q – kolejka, C – adaptacyjny predyktor Smitha



Rys. 15. Zasada działania kolejki ujednolicającej opóźnień komunikacyjne

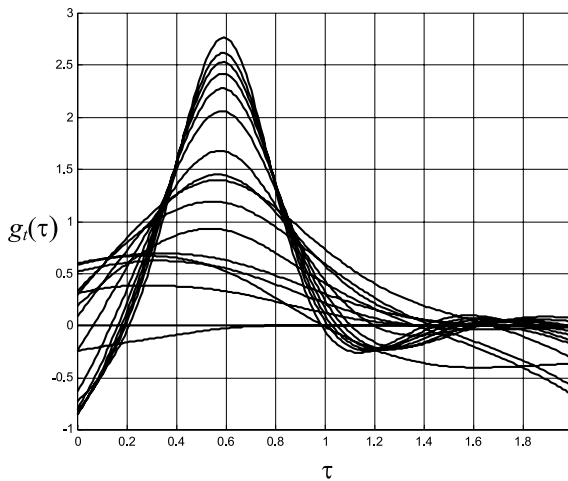
Przedstawiony w artykule adaptacyjny predyktor Smitha opisany jest równaniami z czasem ciągłym oraz transmitancjami ciągłymi. Do zastosowania w rozproszonym układzie regulacji konieczne jest stworzenie dyskretnego wersji samego predyktora oraz algorytmu adaptacji. Ten ostatni zdyskretyzowano już wcześniej – opisują go wzory (12a) oraz (13b) i (14b). By z nich skorzystać, należy tak dobrać parametry H i M , by ich stosunek był równy okresowi T_S próbkowania sygnałów przez czujnik S : $T_S = H/M$. Dodatkowo, jeśli we wzorach (13b) i (14b) pominąć czynnik H/M , otrzymana estymata wyrażona będzie w jednostkach równych okresowi próbkowania T_S .

Układ dyskretnego predyktora Smitha (podstawowego i adaptacyjnego) otrzymuje się z układów jak na rysunkach 1 i 2, zamieniając transmitancje ciągłe na dyskretnie. To samo dotyczy linii opóźniającej – człon $e^{-s h}$ należy zamienić na z^{-m} , gdzie m oznacza opóźnienie dyskretne (wyrażone wielokrotnością okresu próbkowania). Dyskretny regulator $C_D(z)$ można zaprojektować metodą lokowania zer i biegunów (w wersji dla systemów dyskretnych), wychodząc od dyskretnego transmitancji wymiernej części obiektu $P_D(z)$. Analiza stabilności układu z czasem dyskretnym, w którym występuje opóźnienie, jest łatwiejsza niż dla układu z czasem ciągłym, ponieważ w transmitancjach nie występują funkcje wykładnicze zmiennej zespolonej z . Zaproponowany powyżej układ regulacji z adaptacyjnym predyktorem Smitha dla rozproszonego układu sterowania składa się z dwóch zasadniczych elementów: predyktora Smitha w wersji z czasem dyskretnym oraz kolejki (bufora) ujednolicającej opóźnień wnoszone przez sieć. Dzięki ujednoliceniu, opóźnienia mogą być traktowane jako wolnozmiennne, co pozwala wykorzystać adaptacyjny predyktor przedstawiony w artykule. Przykłady użycia różnego rodzaju buforów i kolejek w rozproszonych układach sterowania opisane są szerzej w pracy [11].

10. Uwagi końcowe

Jeśli opóźnienie obiektu nie jest stałe, z upływem czasu zmienia się też kształt odpowiedzi impulsowej $g_i(\tau)$ określonej wzorem (11b). Widać to na rysunku 11. Jednak również w przypadku stałego opóźnienia, odpowiedź impulsowa podlega ustawicznym zmianom.

Rysunek 16 przedstawia ewolucję odpowiedzi impulsowej w czasie dla przypadku stałego opóźnienia $h = 0,6$. Zjawisko to niesie z sobą niebezpieczeństwo nadmiernego wzrostu amplitudy odpowiedzi impulsowej. Jednym ze sposobów przeciwdziałania może być na przykład podzielenie odpowiedzi impulsowej przez dwa, jeśli jej amplituda przekroczy zadaną wartość progową. Ze wzoru (11) wynika, że o szybkości, z jaką modyfikowana jest odpowiedź impulsowa $g_i(\tau)$, decyduje między innymi współczynnik μ . Na szybkość tę ma też wpływ amplituda sygnału wyjściowego z obiektu $y(t)$ i jego modelu $v(t)$. Amplitudy te zależą od amplitudy A_r sygnału wartości zadanej $r(t)$. Uproszczona analiza wzoru (11) prowadzi do wniosku, że dla zachowania stałej szybkości zmiany $g_i(\tau)$, stałą wartość musi mieć iloczyn $\mu \cdot A_r^2$. Stąd współczynnik μ powinien być w przybliżeniu odwrotnie proporcjonalny do kwadratu amplitudy sygnału wartości zadanej: $\mu \approx \mu_0 / A_r^2$, gdzie μ_0 jest parametrem algorytmu.



Rys. 16. Kształt odpowiedzi impulsowej dla stałego opóźnienia w kolejnych chwilach czasu: 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 5; 7,5; 10; 15; 25; 50; 100; 150; 200; 250; 300; 400

Opisany w artykule układ jest systemem *adaptacyjnym*, dlatego dla prawidłowego działania wymaga on nieustannie zmieniającego się sygnału wartości zadanej ([9], s. 80). Podczas symulacji, których wyniki zamieszczono powyżej, warunek ten był spełniony, ponieważ sygnał wartości zadanej miał przebieg prostokątny o dostatecznie dużej częstotliwości. Testy symulacyjne ujawniły, że również dla sinusoidalnego przebiegu wartości zadanej układ identyfikacji działa poprawnie.

Przedstawiony w artykule algorytm jest stosunkowo złożony i wymaga dużej mocy obliczeniowej procesora, na którym jest wykonywany. Dla wyznaczenia estymaty opóźnienia w każdym kroku konieczne jest kilkukrotne wyliczanie wieloelementowych sum ze wzorów (12) i (13). Wymagany jest również stosunkowo duży obszar pamięci dla zapisania odpowiedzi impulsowej oraz historii zmian kilku sygnałów na odcinku czasu $[t-H, t]$.

Symulacja numeryczna 450-sekundowego odcinka czasu zajmuje 40 sekund na komputerze klasy PC z procesorem AMD Athlon XP 1700. Praktyczna realizacja układu regulatora byłaby najłatwiejsza na komputerze PC, który dysponuje dostateczną mocą obliczeniową i pamięcią oraz umożliwia zapis złożonych algorytmów. Próba wykorzystania programowalnych sterowników logicznych mogłaby napotkać na przeszkody.

W opisanym w artykule układzie, do identyfikacji opóźnienia wykorzystywany jest uproszczony algorytm najszybszego spadku. Wybrano go, ponieważ jest łatwy w implementacji i daje zadowalające wyniki. Zastosowanie bardziej złożonych metod optymalizacji mogłoby poprawić efekty identyfikacji, jednak wiąże się ze skomplikowaniem algorytmu i znaczącym zwiększeniem – i tak już dużego – zapotrzebowania na moc obliczeniową komputera.

Literatura

- [1] Bauer P.H., Sichiitiu M.L., Premaratne K., *On the nature of the time-variant communication delays*. IASTED Conference Modeling, Identification and Control, Innsbruck, Austria 2001, 792-797.
- [2] Findeisen W., Szymanowski J., Wierzbicki A., *Teoria i metody obliczeniowe optymalizacji*. Warszawa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe 1977.
- [3] Górecki H., *Analiza i synteza układów regulacji z opóźnieniem*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1971.
- [4] Grega W., *Problemy rozproszonej regulacji cyfrowej*. PAR: Pomiar Automatyka, Robotyka, nr 1, 2001, 15–20.
- [5] Grega W., Rotter P., *Regulacja adaptacyjna dla rozproszonego układu sterowania*. Automatyka: półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, t. 6 z. 2, 2002, 219–235.
- [6] Levine W.S. (ed.), *The Control Handbook*. New York, RC Press 1996.
- [7] Marshall J.E., Górecki H., Korytowski A., Walton K., *Time-Delay Systems: Stability and Performance Criteria with Applications*. New York, Ellis Horwood 1992.
- [8] Mitkowski W., *Stabilizacja systemów dynamicznych*. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne 1991.
- [9] Niederliński A., Mościński J., Ogonowski Z., *Regulacja Adaptacyjna*. Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN 1995.
- [10] Tutaj A., *System lokalizacji akustycznej*. Automatyka: półrocznik Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, t. 8 z. 1, 2004, 103–113.
- [11] Tutaj A., *Packets buffering in network traffic in distributed control systems*, MMAR 2006: 12th IEEE international conference on Methods and Models in Automation and Robotics, Międzyzdroje, Technical University of Szczecin, Institute of Control Engineering, Międzyzdroje.

