

Robert Banasiak*, Radosław Wajman*, Manuchehr Soleimani**

System tomografu pojemnościowego do nieinwazyjnej trójwymiarowej wizualizacji czasu rzeczywistego

1. Wprowadzenie

Technika elektrycznej tomografii pojemnościowej (*Electrical Capacitance Tomography* – ECT) wielokrotnie udowodniła swoją przydatność do celów nieinwazyjnej wizualizacji szybkich procesów przepływowych o naturze dielektrycznej. Celem tej techniki jest wizualizacja zmian zachodzących w procesach przemysłowych poprzez pomiar pojemności elektrod i konstrukcję obrazu z tych danych pomiarowych. Powstały obraz zawiera informację o wartości przenikalności elektrycznej materiałów wchodzących w skład danego procesu. Systemy ECT są zatem powszechnie stosowane do wizualizacji dwufazowych procesów przepływowych jak przepływy gaz – ciecz lub gaz – ciało stałe.

Typowy czujnik systemu ECT zbudowany jest z zestawu elektrod rozmieszczonych dookoła badanego procesu na nieprzewodzącej rurze. W przypadku gdy rury są metalowe, elektrody montuje się wewnątrz oddzielając je od metalu warstwą izolacji elektrycznej. Pozostałymi komponentami czujnika ECT są ekrany promienisty i międzyelektrodowe montowane w celu izolacji od zakłóceń od zewnętrznych pól elektromagnetycznych i polepszenia jakości sygnału pomiarowego. Sposób montowania elektrod uniemożliwia bezpośredni kontakt z badanym medium, przez co technika zachowuje swój nieinwazyjny charakter pomiaru.

Obecnie obserwuje się odejście od klasycznego pomiaru w płaszczyźnie przekroju poprzecznego znanego jako tomografia 2D ECT [4]. W literaturze światowej można również spotkać osiągnięcia w dziedzinie 3D ECT – trójwymiarowego pomiaru pojemności i konstrukcji trójwymiarowych obrazów [2, 3, 4, 5].

Spośród wielu różnych nieinwazyjnych technik obrazowania technika ECT charakteryzuje się znacznie wyższą szybkością zbierania danych niż np. techniki rezonansu magnetycznego, tomografii promieni X lub gamma. Ta cecha dobrze predestynuje systemy ECT do wizualizacji dynamicznych procesów w trybie 4D. Pojedynczy jeden trójwymiarowy

* Katedra Informatyki Stosowanej, Politechnika Łódzka

** Department of Electronics and Electrical Engineering, University of Bath

obraz konstruowany jest z jednej ramki pomiarowej ECT. Zbiór takich obrazów otrzymanych w czasie rzeczywistym z wykonanych pomiarów stanowi problematykę podjętą w niniejszym artykule i nosi nazwę tomograficznej wizualizacji 4D. Algorytm takiej wizualizacji generuje animację zmian przenikalności elektrycznej w przestrzeni badanego procesu. Warto w tym przypadku nadmienić, że proces konstrukcji obrazów dla każdej z elektrycznych technik tomograficznych jest problemem źle uwarunkowanym i źle postawionym i często jest przeprowadzany w schemacie iteracyjnym wspomaganym analizą numeryczną pola elektrycznego. Stąd podstawowym wyzwaniem dla algorytmu 4D jest nie tylko jakość, ale i minimalizacja czasu obliczeń. Kolejną zaletą algorytmu jest to, że do obliczeń nie jest wymagane dodawanie żadnej informacji *a priori* o badanym procesie.

2. Zagadnienie proste

Jednym z etapów iteracyjnego procesu konstrukcji tomogramów jest zagadnienie proste, czyli analiza numeryczna zjawisk występujących w polu elektrycznym. Efektem tego procesu jest uzyskanie symulowanych wartości pomiarowych (pojemności) dla założonego rozkładu materiału. Z kolei zagadnienie odwrotne, czyli drugi etap iteracyjnego procesu konstrukcji obrazów, polega na odtworzeniu obrazu rozkładu materiału z wartości pomiarowych.

Zakładając, że pole elektryczne jest bezźródłowe i ma charakter elektrostatyczny, opisujące to pole równania Maxwella da się przedstawić w postaci uproszczonej – równania Laplace’a:

$$\nabla \cdot (\varepsilon \nabla u) = 0 \text{ w } \Omega \quad (1)$$

gdzie:

u – potencjał pola elektrycznego,

ε – przenikalność elektryczna (materiał) w przestrzeni Ω zawierającym to pole.

Wartość potencjału na każdej elektrodzie jest znana i wynosi:

$$u = v_k e_k \quad (2)$$

gdzie e_k jest k -tą elektrodą z ustawionym potencjałem v_k . Aby rozwiązać numerycznie równania (1) i (2), należy podzielić badaną przestrzeń na skończoną liczbę czworostennych elementów. Całkowita liczba wierzchołków wszystkich elementów jest równa N . Wartości przenikalności w poszczególnych elementach są aproksymowane pewną funkcją składową. Przyjmując $\{\phi_i\}_{i=1}^N$ za węzłową funkcję kształtu dla układu wspomnianych wcześniej liniowych funkcji składowych, poszukiwana wartość potencjału przybiera postać:

$$u_h = \sum_{i=1}^N u_i \phi_i \quad (3)$$

Jednocześnie, w wyniku przemnożenia równania (1) przez przypadkowo ale dostatecznie łagodną testową funkcję v i całkowania w przestrzeni Ω otrzymuje się:

$$\int_{\Omega} v \nabla \cdot (\epsilon \nabla u_h) dx^3 = 0 \quad (4)$$

Ostatecznie otrzymuje się równanie:

$$\int_{\Omega} \epsilon \nabla u_h \cdot \nabla v dx^3 = \int_{\Gamma_1} \epsilon \nabla u_h \cdot \tilde{n} v dx^2 + \int_{\Gamma_2} \epsilon \nabla v \cdot \tilde{n} u_h dx^2.$$

Zakładając, że

$$K(i, j) = \int_{\Omega} \epsilon \nabla \phi_i \cdot \nabla \phi_j dx^3 \quad i, j = 1 : n,$$

wyjściowy liniowy układ można zapisać w postaci:

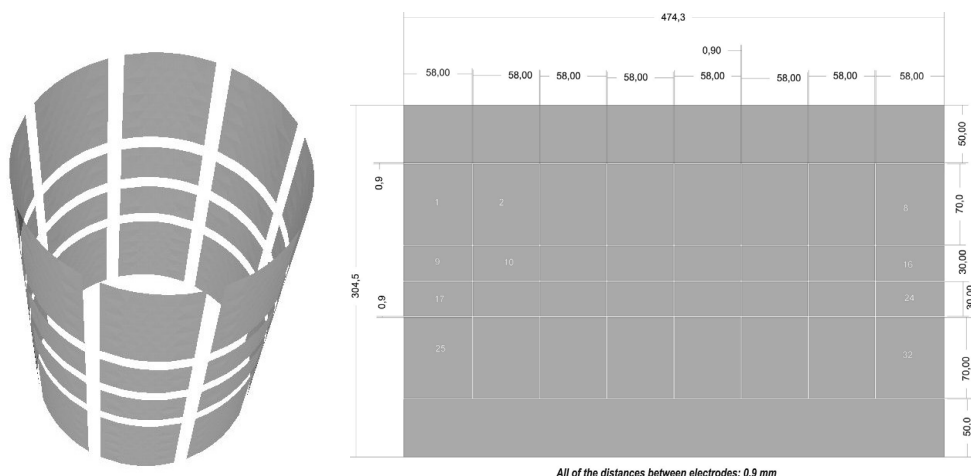
$$K(\epsilon)U = B \quad (5)$$

gdzie macierz K reprezentuje dyskretną postać operatora $\nabla \cdot \epsilon \nabla$, a elementy wektora kolumnowego B określają warunki brzegowe oraz U jest rozwiązaniem (wektorem kolumnowym wartości potencjałów).

Wartość prądu elektrycznego na k -tej elektrodzie określona jest jako:

$$I_k = \int_{E_k} \epsilon \frac{\partial u}{\partial n} dx^2 \quad (6)$$

gdzie n jest wektorem normalnym na k -tej elektrodzie skierowanym do wewnątrz. Rozkład 32 elektrod w zastosowanym do badań czujniku 3D ECT przedstawiony został na rysunku 1.



Rys. 1. Wizualizacja i rozkład elektrod w zastosowanym 32-elektrodowym czujniku 3D ECT

3. Zagadnienie odwrotne w czterech wymiarach – 4D

W artykule zastosowana została metoda czasowego algorytmu konstrukcji obrazów [1] jako alternatywa do klasycznego podejścia konstrukcji obrazów z sekwencji czasowych ramek pomiarowych. Skończona sekwencja danych pomiarowych traktowana jest jako pojedyncze zagadnienie odwrotne z zastosowaniem najpierw regularyzacji, a potem zarówno przestrzennej, jak i czasowej korelacji pomiędzy poszczególnymi elementami obrazu. Zatem, dla skonkatenowanej sekwencji ramek pomiarowych $\tilde{\mathbf{z}} = [\mathbf{z}_{-d}; \dots; \mathbf{z}_0; \dots; \mathbf{z}_d]$ i odpowiadających jej skonkatenowanych obrazów $\tilde{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}_{-d}; \dots; \mathbf{x}_0; \dots; \mathbf{x}_d]$, model zagadnienia prostego $\mathbf{z} = \mathbf{J}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ może zostać zapisany jako:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{z}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & & \mathbf{J} \\ & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{n}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{n}_d \end{bmatrix} \quad (7)$$

i

$$\tilde{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{J}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (8)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{n}} = [\mathbf{n}_{-d}; \dots; \mathbf{n}_0; \dots; \mathbf{n}_d]$ jest szumem danych pomiarowych. Zakłada się, że macierz $\mathbf{J}$ jest czasowo niezmienna, aczkolwiek równanie (8) można łatwo zmodyfikować o zmienną w czasie postać macierzy $\mathbf{J}$. Korzystając z takiego założenia, prawdziwe jest stwierdzenie, że $\tilde{\mathbf{J}} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{J}$, gdzie $\mathbf{I}$ jest wektorem osobiwym o rozmiarze $2d + 1 \otimes$ oznacza produkt Kroneckera.

Korelacja odpowiadających sobie elementów sąsiednich ramek (opóźnienie oznaczane jako $t = 1$) może zostać wyznaczona jako międzyklatkowa korelacja γ , która posiada wartości pomiędzy 0 (niezależny) a 1 (całkowicie zależny). Podczas gdy kolejne ramki są coraz bardziej od siebie różne, wartość międzyklatkowej korelacji zmniejsza się. Oznaczmy wartość międzyklatkowej korelacji dla opóźnienia t poszczególnych klatek jako γ^t . Zatem ramki z dużym opóźnieniem ($|t| > d$) mogą być rozważane niezależnie. W związku z tym, algorytm konstrukcji obrazów można zdefiniować następująco:

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{z}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{z}_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \cdots & 0 \\ & \ddots & \\ \vdots & & \mathbf{J} \\ & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & \mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} \right\|_{\tilde{\mathbf{W}}}^2 + \lambda^2 \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{-d} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} \right\|_{\tilde{\mathbf{R}}}^2 \quad (9)$$

oraz

$$\tilde{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{J}}^T (\tilde{\mathbf{J}} \tilde{\mathbf{R}}^{-1} \tilde{\mathbf{J}}^T + \lambda \tilde{\mathbf{W}}^{-1})^{-1} \quad (10)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{I} \otimes \mathbf{W}$. Tak długo, jak szum pomiarowy nie jest korelowany pomiędzy ramkami, macierz $\tilde{\mathbf{W}}$ pozostaje macierzą diagonalną. $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \otimes \mathbf{R}$, gdzie $\mathbf{\Gamma}$ jest macierzą wag dla sekwencji obrazów $\tilde{\mathbf{x}}$ i jest zdefiniowana w następującej postaci:

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & \dots & \gamma^{2d-1} & \gamma^{2d} \\ \gamma & 1 & \dots & \gamma^{2d-2} & \gamma^{2d-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma^{2d-1} & \gamma^{2d-2} & \dots & 1 & \gamma \\ \gamma^{2d} & \gamma^{2d-1} & \dots & \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Z równań (10) i (11)

$$\tilde{\mathbf{B}} = \left[\mathbf{\Gamma} \otimes (\mathbf{P} \mathbf{J}^T) \right] \cdot \left[\mathbf{\Gamma} \otimes (\mathbf{J} \mathbf{P} \mathbf{J}^T) + \lambda^2 (\mathbf{I} \otimes \mathbf{V}) \right]^{-1} \quad (12)$$

równanie (6) można przedstawić jako

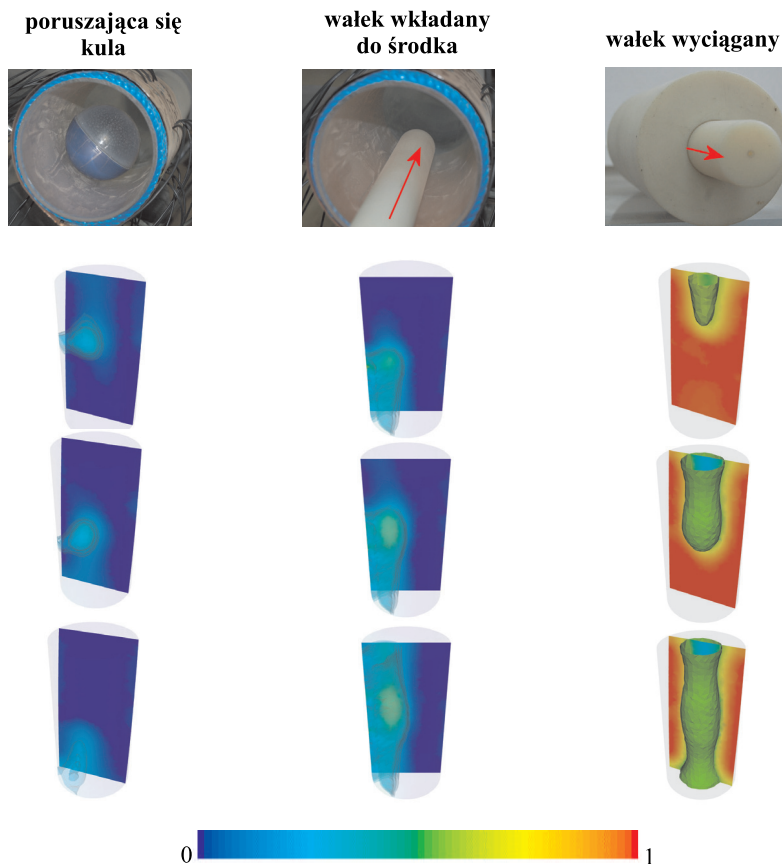
$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{-d} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_0 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{y}} \quad (13)$$

Mimo, że rozważaniam poddana jest cała sekwencja obrazów, to wyliczany jest tylko jeden obraz $\hat{\mathbf{x}}_0 = \tilde{\mathbf{B}}_0 \tilde{\mathbf{y}}$, gdzie $\tilde{\mathbf{B}}_0$ jest wierszem $n_M d + 1 \dots n_M(d+1)$ macierzy $\tilde{\mathbf{B}}$.

4. Wyniki badań

Przedstawiony w artykule algorytm został poprawnie zweryfikowany podczas eksperymentu wizualizacji 4D poruszających się w przestrzeni obiektów. W kolejnych kolumnach na rysunku 2 przedstawione zostały wyniki procesów konstrukcji obrazów dla odpowiednio plastikowej kuli poruszającej się wzdłuż czujnika, wałka plastikowego wkładanego do przestrzeni czujnika i z niej wyciąganego. W tym ostatnim przypadku materiał otoczenia (wypełnienia przestrzeni czujnika) i materiał wałka były takie same. W ramach

eksperymentów zostały zrealizowane filmy poruszających się obiektów. Na rysunku 2 zamieszczone zostały tylko wybrane ramki. W każdym z eksperymentów nowy algorytm konstrukcji obrazów 4D został poprawnie zweryfikowany.



Rys. 2. Wyniki konstrukcji obrazów 4D dla danych pomiarowych uzyskanych z tomografu ECT

Podziękowania

Badania są współfinansowane przez Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego RP w ramach międzynarodowego projektu badawczego (167/6, PR UE/2007/7).

Literatura

- [1] Adler A., Dai T., Lionheart W.R.B., *Temporal Image Reconstruction in Electrical Impedance Tomography*. Physiol. Meas., 2007, 28:S1–S11.

- [2] Soleimani M., *Three-dimensional electrical capacitance tomography imaging*, *Insight. Non-Destructive Testing and Condition Monitoring*, Vol. 48, No. 10, 2006, 613–617.
- [3] Soleimani M., Wang H., Li Y., Yang W., *A comparative study of three dimensional electrical capacitance tomography*. *International Journal for Information Systems Sciences*, vol. 3, No. 2, 2007.
- [4] Wajman R., Banasiak R., Mazurkiewicz L., Dyakowski T., Sankowski D., *Spatial imaging with 3D capacitance measurements*. *Meas. Sci. Technol.* 17, No 8, 2006, 2113–2118.
- [5] Warsito W., Marashdeh Q., Fan L.S., *Electrical capacitance volume tomography*. *IEEE Sensors Journal*, vol. 7, Issue: 3–4, 2007, 525–535.