

Krzysztof Marian Tomiczek*

ZMIENNA USZKODZENIA D DLA SKAŁ PODDANYCH PRÓBOM JEDNOOSIOWEGO ROZCIĄGANIA

1. Podstawowe informacje o zmiennej uszkodzenia D [6, 7]¹⁾

Materiały ulegają odkształceniom pod wpływem obciążenia. Odkształcenia możemy podzielić na sprężyste i niesprężyste. Mogą one zależeć lub być niezależne od czynnika czasu. Zniszczenie może zachodzić w sposób ciągły lub kruchy. Kształt charakterystyk naprężenie σ_z — odkształcenie ε zależy w dużej mierze od budowy materiałów, struktury atomów, temperatury i prędkości obciążenia. Materiały krystaliczne i amorficzne mają inne właściwości odkształceniowe, kiedy występują jako pojedyncze kryształy i wtedy, kiedy występują w formie polikryształów. Pełne zrozumienie zjawiska odkształcania się danego materiału wymaga znajomości jego budowy wewnętrznej. Własności odkształceniowe opisywane są poprzez równania konstytutywne, które opierają się na mikromechanice, metodach statystycznych lub też na badaniach eksperymentalnych. Badania eksperymentalne są również narzędziami weryfikującymi proponowane rozwiązania teoretyczne.

Najczęściej równania konstytutywne opisują materiał jako ośrodek ciągły, tzn. nie nawiązują do jego struktury atomowej. Powszechnie zmiany wymiarów lub kształtu opisuje się poprzez odkształcenie, a rozkład sił wewnętrznych w materiale — naprężenie. Takie podejście jest bardzo praktyczne i wygodne wtedy, kiedy badamy zachowanie się materiałów poddanych działaniu obciążenia, jednak nie znajduje odniesienia bezpośrednio do nieciągłej przecież struktury wewnętrznej materiału.

* Wydział Górnictwa i Geologii, Politechnika Śląska, Gliwice

¹⁾ Opisy zaczerpnięto z czterech pozycji literaturowych. Autorem pierwszej z nich, *A Course on Damage Mechanics*, jest Jean Lemaitre (1991, 1996). Druga pozycja jest monografią *Continuum Damage Mechanics — Theory and Applications* pod redakcją Dusana Krajcinovica i Jeana Lemaitre'a (1987). Współautorami rozdziałów są m.in. J. Hult i J.L. Chaboche, jednak sposoby obliczania zmiennej uszkodzenia D , które stosowano, określono mianem *metod Lemaitre'a*. Ostatnie dwie najważniejsze pozycje to prace oraz informacje ustne Y. Ju (2002–2003) oraz Y. Ju i H. Xie (2000). Zmodyfikowane metody obliczania zmiennej uszkodzenia D oparte na ich pracach określono mianem *metody Ju*.

Struktura wewnętrzna materiału może ulegać uszkodzeniu już przy niewielkich obciążeniach. Pomiędzy ziarnami kryształów lub w nich samych powstają mikropęknięcia. W strefach koncentracji naprężeń mogą pojawiać się mikropustki, które powodują dalsze osłabienie materiału. Dokładna analiza tych zjawisk pozwala na opisanie procesu zniszczenia.

W pionierskiej w dziedzinie mechaniki uszkodzeń pracy Kachanov (1958) zaproponował opisanie zjawiska uszkodzenia materiałów za pomocą bezwymiarowej zmiennej ciągłości ψ , która umożliwiłaby modelowanie naturalnie nieciągłego procesu uszkodzenia materiału za pomocą wielkości ciągłej.

Zmienna ψ związana jest z pogarszaniem się materiału. Ze zmienną tą wiąże się inna wielkość D , gdzie $D \equiv 1 - \psi$, która opisuje stopień uszkodzenia materiału. Zmienna ta (D) nazywana jest zmienną uszkodzenia.

Dla materiału nieuszkodzonego $D = 0$, a dla zupełnie zniszczonej struktury wewnętrznej materiału $D = 1$. I to właśnie ta zmienna uszkodzenia D znalazła szerokie zastosowanie w opisie stopnia uszkodzenia materiałów.

2. Zmienna uszkodzenia D według Lemaitre'a (1987) dla skał poddanych próbom rozciągania bezpośredniego

Wzrost obciążenia podczas prób jednoosiowego rozciągania powoduje stopniowe uszkodzenie struktury wewnętrznej materiału, propagację mikropęknięć i powstawanie pustek.

D można wyznaczyć na podstawie charakterystyki naprężenie (normalne) σ — odkształcenie (podłużne) ε (materiału uszkodzonego) z zależności:

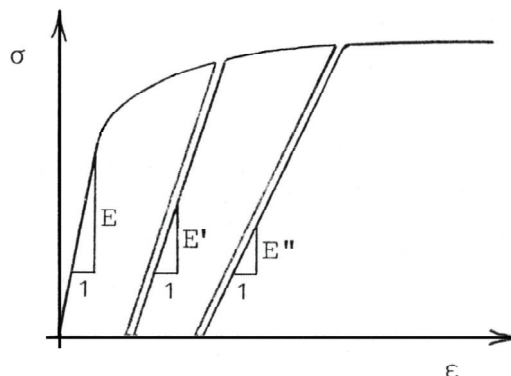
$$\varepsilon = \frac{\sigma}{(1-D)E} \quad (1)$$

Dla obciążania wielocyklicznego otrzymujemy (zob. [5], rys. 1):

$$D' = 1 - \frac{E'}{E} \quad (2)$$

$$D'' = 1 - \frac{E''}{E} \quad (3)$$

Można zatem odnieść uszkodzenie D do kolejnych poziomów odkształcenia, a zmienna uszkodzenia D dla materiałów o innym kształcie charakterystyk naprężenie σ — odkształcenie ε niż te przedstawione na rysunku 1 może być wyznaczana w ten sam sposób.



Rys. 1. Sposób wyznaczania współczynników odkształcalności podłużnej wg Lemaitre'a dla kolejnych cykli obciążania przy jednoosiowym rozciąganiu wielocyklicznym; σ — naprężenie normalne, ϵ — odkształcenie jednostkowe podłużne, E — moduł sprężystości (Hult, 1987)

3. Zmienna uszkodzenia D według Ju (2000) dla skał poddanych próbom rozciągania bezpośredniego

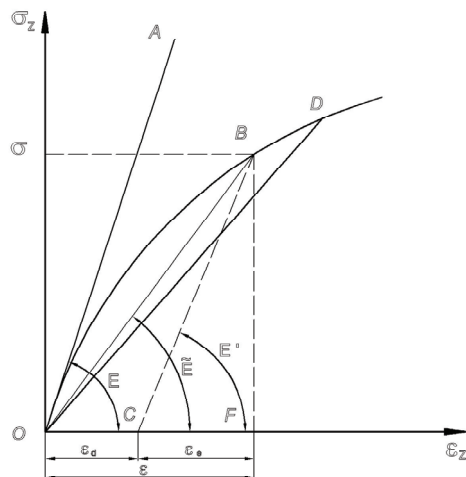
W rzeczywistości zmienna uszkodzenia D opisana za pomocą modułu sprężystości²⁾ uszkodzonego materiału powinna być stosowana tylko w przypadku materiałów sprężystych, jednak powszechnie metoda ta jest stosowana także w przypadku materiałów sprężysto-plastycznych. Moduł sprężystości zastępowany jest modulem odkształcalności materiału uszkodzonego. Niestety, takie podejście uniemożliwia zmierzenie uszkodzenia materiałów sprężysto-plastycznych, ponieważ moduł sprężystości nie jest przecież modulem odkształcalności materiału uszkodzonego.

Niektórzy badacze prowadząc pionierskie w tej dziedzinie badania uznali, że odkształcenie nie zawsze jest jednoznaczne z uszkodzeniem materiału. Właściwsze zatem wydaje się zastąpienie modułu sprężystości innym współczynnikiem odkształcalności podłużnej w celu opisanie zmiennej uszkodzenia D dla materiału skalnego (zob. rys. 2 i 3).

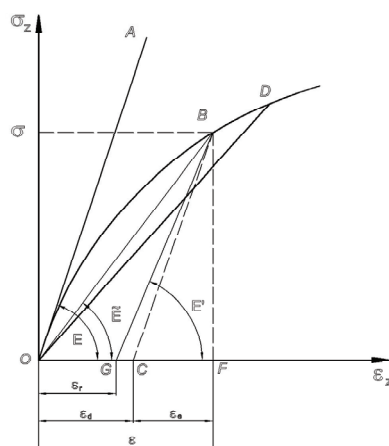
Uszkodzenie materiałów zarówno sprężystych, jak i sprężysto-plastycznych, tzn. takich, które doznają odkształceń trwałych, można opisać na podstawie charakterystyk naprężenie normalne σ_z — odkształcenie podłużne ϵ_z dla materiału nieliniowo-sprężystego i sprężysto-plastycznego za pomocą równania (zob. [3]):

$$D = 1 - \left(1 - \frac{\epsilon_r}{\epsilon} \right) \left(\frac{E'}{E} \right) \quad (4)$$

²⁾ *Elastic modulus* (moduł sprężystości). Pozostawiono oryginalne nazwy podawane przez Autorów.



Rys. 2. Sposób wyznaczania modułu sprężystości E , modułu odkształcalności $\tilde{E}$ modułu odprężenia E' dla materiału nieliniowo sprężystego; ϵ_d — odkształcenia trwałe, ϵ_e — odkształcenia sprężyste, ϵ — odkształcenia całkowite [3]



Rys. 3. Sposób wyznaczania modułów sprężystości E , odkształcalności $\tilde{E}$ i odprężenia E' dla materiału sprężysto-plastycznego; ϵ_r — odkształcenia trwałe nie powodujące uszkodzenia [3]

4. Metody wyznaczania zmiennej uszkodzenia D piaskowców Brenna i Jastrzębie oraz granitu Strzelin

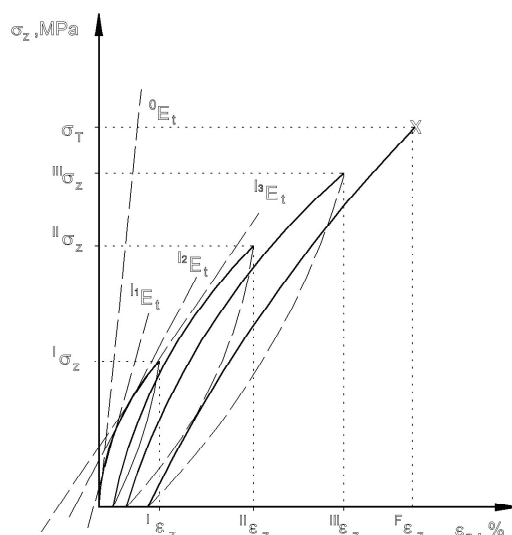
Wartości zmiennej uszkodzenia D wyznaczono dla kolejnych cykli obciążania, na podstawie charakterystyk naprężenie normalne σ_z — odkształcenie podłużne ϵ_z oznaczonych

w próbach monocyklicznego i wielocyklicznego rozciągania bezpośredniego smukłych walcowych próbek piaskowców Brenna i Jastrzębie oraz granitu Strzelin (zob. [8]), następującymi metodami:

- **Metoda I** (oparta na podejściu Lemaitre'a). Znając wartości stycznych współczynników odkształcalności podłużnej: początkowego 0E_t oraz iE_t — dla maksymalnej wartości $i\sigma_z$ ³⁾, obliczono zmienną uszkodzenia D_{Lt} (rys. 4), stosując wzór⁴⁾:

$${}^iD_{Lt} = 1 - \frac{{}^iE_t}{{}^0E_t} \quad (5)$$

i — nr cyklu.

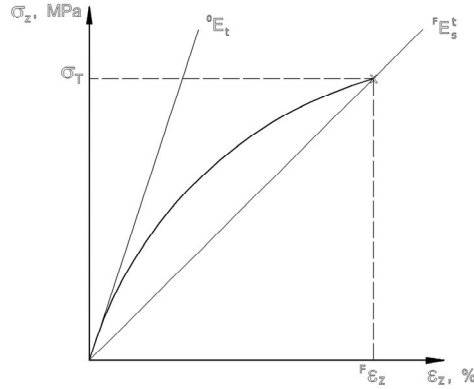


Rys. 4. Sposób wyznaczenia współczynników odkształcalności podłużnej E_t w celu obliczenia wartości zmiennej uszkodzenia D_{Lt} na podstawie funkcji aproksymujących empiryczną zależność pomiędzy naprężeniami normalnymi σ_z a odkształceniami podłużnymi ε_z . 0E_t — styczny współczynnik odkształcalności podłużnej materiału dziewiczego, 1E_t , 2E_t i 3E_t — styczne współczynniki odkształcalności podłużnej odpowiadające poszczególnym wartościom naprężeń w cyklu I, ${}^I\sigma_z$, ${}^{II}\sigma_z$ i ${}^{III}\sigma_z$ — naprężenia maksymalne dla kolejnych, trzech cykli obciążania, σ_T — wytrzymałość graniczna na rozciąganie ($\sigma_T = {}^{IV}\sigma_z = {}^F\sigma_z$), ${}^I\varepsilon_z$, ${}^{II}\varepsilon_z$, ${}^{III}\varepsilon_z$ i ${}^F\varepsilon_z$ — maksymalne całkowite odkształcenia podłużne po zakończeniu każdego z czterech cykli

³⁾ iE_t zostały obliczone jako wartości pochodnych funkcji aproksymujących empiryczne oznaczone zależności pomiędzy naprężeniami normalnymi σ_z a odkształceniami podłużnymi ε_z .

⁴⁾ Indeks górny poprzedzający symbol opisuje kolejny cykl obciążania I, II, III lub IV; cykl, podczas którego próbka uległa zniszczeniu, oznaczono literą F, a indeks górny oznacza, czy zmienna związana jest z odkształceniami całkowitymi t , czy sprężystymi e .

- **Metoda II** (oparta na podejściu Lemaitre’a). Dla próbek skalnych poddanych próbom monocyklicznego rozciągania bezpośredniego wyznaczono zmienną uszkodzenia D_{Ls} . Styczny 0E_t i sieczny ${}^F E_s^t$ współczynnik odkształcalności podłużnej wyznaczono zgodnie z rysunkiem 5.



Rys. 5. Sposób wyznaczenia stycznego 0E_t i siecznego współczynnika odkształcalności podłużnej ${}^F E_s^t$ w celu obliczenia zmiennej uszkodzenia D_{Ls} dla skał poddanych próbie monocyklicznego rozciągania bezpośredniego; σ_T — wytrzymałość graniczna na rozciąganie, ${}^F \epsilon_z$ — odkształcenia podłużne na granicy wytrzymałości

Zgodnie z rysunkiem 5 wzór (5) przyjmuje postać:

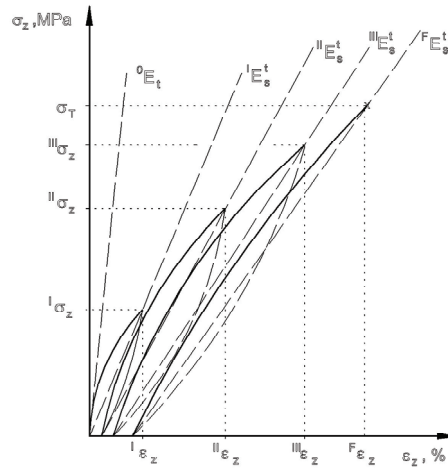
$$D_{Ls} = 1 - \frac{{}^F E_s^t}{{}^0 E_t} \quad (6)$$

- **Metoda III** (oparta na podejściu Lemaitre’a). Dla próbek skalnych poddanych próbom wielocyklicznego rozciągania bezpośredniego wyznaczono zmienną uszkodzenia D_{Ls} w sposób proponowany przez Lemaitre’a, wyznaczając sieczne współczynniki odkształcalności podłużnej ${}^F E_s^t$ dla każdego kolejnego cyklu obciążania (por. rys. 1 i 6):

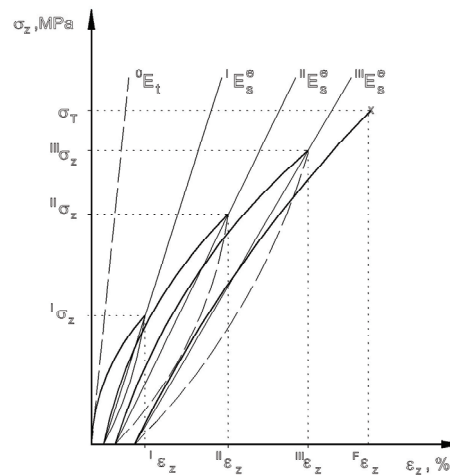
$${}^i D_{Ls} = 1 - \frac{{}^i E_s^t}{{}^0 E_t} \quad (7)$$

- **Metoda IV** (oparta na podejściu Ju, 2000; zob. rys. 7). Dla skał poddanych próbom wielocyklicznego rozciągania bezpośredniego wyznaczono zmienną uszkodzenia D_{Js} :

$${}^i D_{Js} = 1 - \left(1 - \frac{{}^i \epsilon_p}{{}^i \epsilon_z} \right) \cdot \left(\frac{{}^i E_s^e}{{}^0 E_t} \right) \quad (8)$$



Rys. 6. Sposób wyznaczania siecznych współczynników odkształcalności podłużnej $^I E_s^t, ^{II} E_s^t, ^{III} E_s^t$ i $^F E_s^t$ w celu wyznaczenia zmiennej uszkodzenia $^I D_{Ls}, ^I E_s^t, ^{II} E_s^t, ^{III} E_s^t$ i $^F E_s^t$ odnoszą się do podłużnych odkształceń całkowitych, których doznaje próbka po każdym z czterech cykli obciążania; σ_z — naprężenia normalne, $^I \epsilon_z, ^{II} \epsilon_z, ^{III} \epsilon_z$ i $^F \epsilon_z$ — całkowite odkształcenie podłużne odpowiadające kolejnym cyklom obciążania, $^0 E_t$ — styczny współczynnik odkształcalności podłużnej materiału dziewiczego, $^I \sigma_z, ^{II} \sigma_z$ i $^{III} \sigma_z$ — naprężenia maksymalne dla kolejnych trzech cykli obciążania, σ_T — wytrzymałość graniczna na rozciąganie ($\sigma_T = ^{IV} \sigma_z = ^F \sigma_z$)



Rys. 7. Sposób wyznaczenia stycznego $^0 E_t$ i siecznych $^I E_s^e, ^{II} E_s^e, ^{III} E_s^e$ oraz $^F E_s^e$ współczynników odkształcalności podłużnej w celu obliczenia zmiennej uszkodzenia D_{Js} ; σ_z — naprężenia normalne, $^I \epsilon_z, ^{II} \epsilon_z, ^{III} \epsilon_z$ i $^F \epsilon_z$ — całkowite odkształcenie podłużne odpowiadające kolejnym cyklom obciążania, $^0 E_t$ — styczny współczynnik odkształcalności podłużnej materiału dziewiczego, $^I \sigma_z, ^{II} \sigma_z$ i $^{III} \sigma_z$ — maksymalne naprężenia normalne dla kolejnych, trzech cykli obciążania, σ_T — wytrzymałość graniczna na rozciąganie ($\sigma_T = ^{IV} \sigma_z = ^F \sigma_z$)

Dla wszystkich próbek poddanych próbom rozciągania monocyklicznego wartości D_{Lt} były wyraźnie większe od wartości D_{Ls} . O takim stosunku D_{Lt} do D_{Ls} decydowały wartości stycznego $^F E_t$ i siecznego $^F E_s$ współczynnika odkształcalności podłużnej na granicy wytrzymałości. Dla wszystkich skał poddanych próbom rozciągania $^F E_s$ był większy od $^F E_t$ — kąt nachylenia siecznej charakterystyki $\sigma_z = f(\epsilon_z)$ w punkcie odpowiadającym granicy wytrzymałości był większy od kąta nachylenia stycznej (do charakterystyki $\sigma_z = f(\epsilon_z)$) w tym samym punkcie. Dla piaskowca Brenna wartości D_{Lt} wahały się od około 0,79 do około 0,93, w przypadku piaskowca Jastrzębie od około 0,58 do około 0,81, a dla granitu Strzelin od około 0,74 do około 0,82. Wartości średnie D_{Lt} dla tych skał na poziomie naprężenia $\sigma_z / \sigma_T = 1,0$ były równe odpowiednio 0,87, 0,72 i 0,68.

Wartości zmiennej uszkodzenia D_{Ls} na poziomie naprężenia $\sigma_z / \sigma_T = 1$ były wyraźnie mniejsze od 1 ($D_{Ls} < 1$) i były różne dla różnych skał. Największe średnie wartości D_{Ls} zanotowałem dla granitu Strzelin ($D_{Ls} \approx 0,54$), mniejsze w przypadku piaskowców Brenna ($D_{Ls} \approx 0,64$) i Jastrzębie ($D_{Ls} \approx 0,46$). Należy jednak zaznaczyć, że wartości zmiennej uszkodzenia D_{Ls} były różne w obrębie tej samej skały. W przypadku granitu Strzelin D_{Ls} były równe od około 0,50 do około 0,58, dla piaskowca Brenna mieściły się w przedziale od 0,54 do 0,73, a w przypadku piaskowca Jastrzębie były równe od 0,31 do 0,73 (rys. 8).

Dla skał poddanych próbom wielocyklicznego rozciągania bezpośredniego wyznaczono zmienne uszkodzenia D_{Lt} , D_{Ls} i D_{Js} .

Wartości D_{Lt} dla wszystkich skał poddanych próbom bezpośredniego rozciągania wielocyklicznego rosną wraz z każdym kolejnym cyklem obciążania. Tempo tego wzrostu maleje. Dla bardzo niewielkich poziomów naprężeń σ_z / σ_T zmienna uszkodzenia D_{Lt} przyjmuje niewysokie wartości ujemne⁵⁾.

Zmienna uszkodzenia D_{Js} przyjmuje nieco większe wartości od zmiennej uszkodzenia D_{Ls} na wszystkich poziomach naprężeń σ_z / σ_T (rys. 9)⁶⁾. Położenie punktów odpowiadających wartościom D_{Js} i D_{Ls} dla poziomów naprężenia $\sigma_z / \sigma_T \approx 0,5$ pozwala na przyjęcie założenia, że aproksymując wszystkie⁷⁾ wartości D_{Js} i D_{Ls} funkcją nieliniową, charakterystyki D_{Js} i D_{Ls} — σ_z / σ_T byłyby dla piaskowców Brenna i Jastrzębie wklęsłe, a w przypadku granitu Strzelin — wypukłe. Ten odmienny kształt charakterystyk sygnalizowałby różne tempo wzrostu wartości zmiennych uszkodzenia D_{Js} i D_{Ls} wraz ze wzrostem poziomu naprężeń σ_z / σ_T . Jedynie w kilku przypadkach zdarzyło się, że wartości $^F D_{Ls}$ były mniejsze od $^{III} D_{Ls}$.

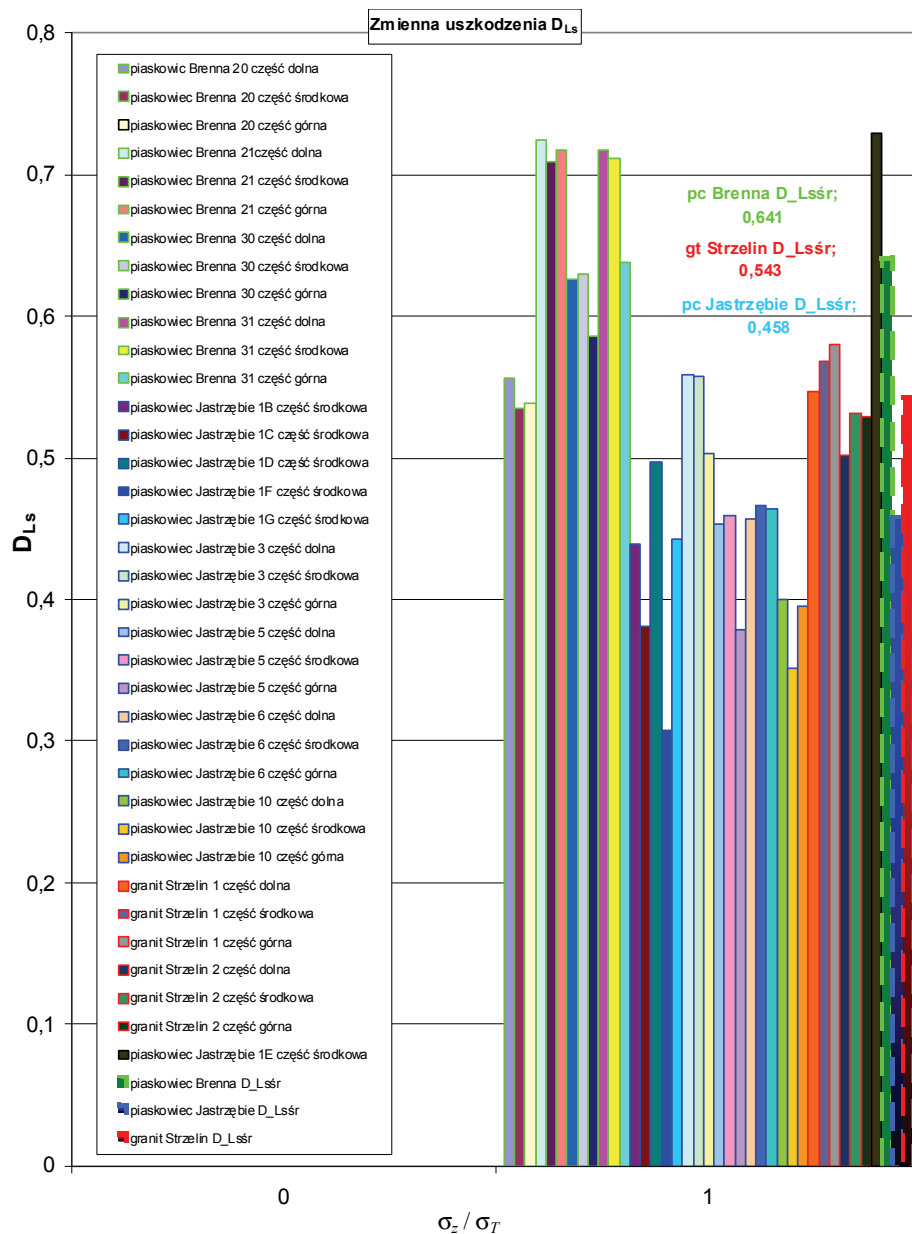
Dla wszystkich skał wartości D_{Lt} są wyraźnie większe od wartości D_{Ls} i D_{Js} (zob. rys. 9, por. tab. 1). Różnice pomiędzy tymi wartościami wynikają wprost z różnych sposobów obliczania zmiennej uszkodzenia D . Wiążąc zmienną uszkodzenia D ze stycznymi współczynnikami odkształcalności podłużnej E_t w taki sposób, jak zakładał Lemaitre, otrzymujemy jej wyższe wartości. Podejście Lemaitre'a uwzględnia jednak tylko w sposób pośredni odkształcenia trwałe, których doznają próbki skalne poddane jednoosiowemu rozciąganiu.

²⁾ Dla niewielkich poziomów naprężeń σ_z / σ_T styczny współczynnik odkształcalności podłużnej $^I E_t$ był w niektórych przypadkach większy od $^0 E_t$ (zob. Tomiczek, 2006).

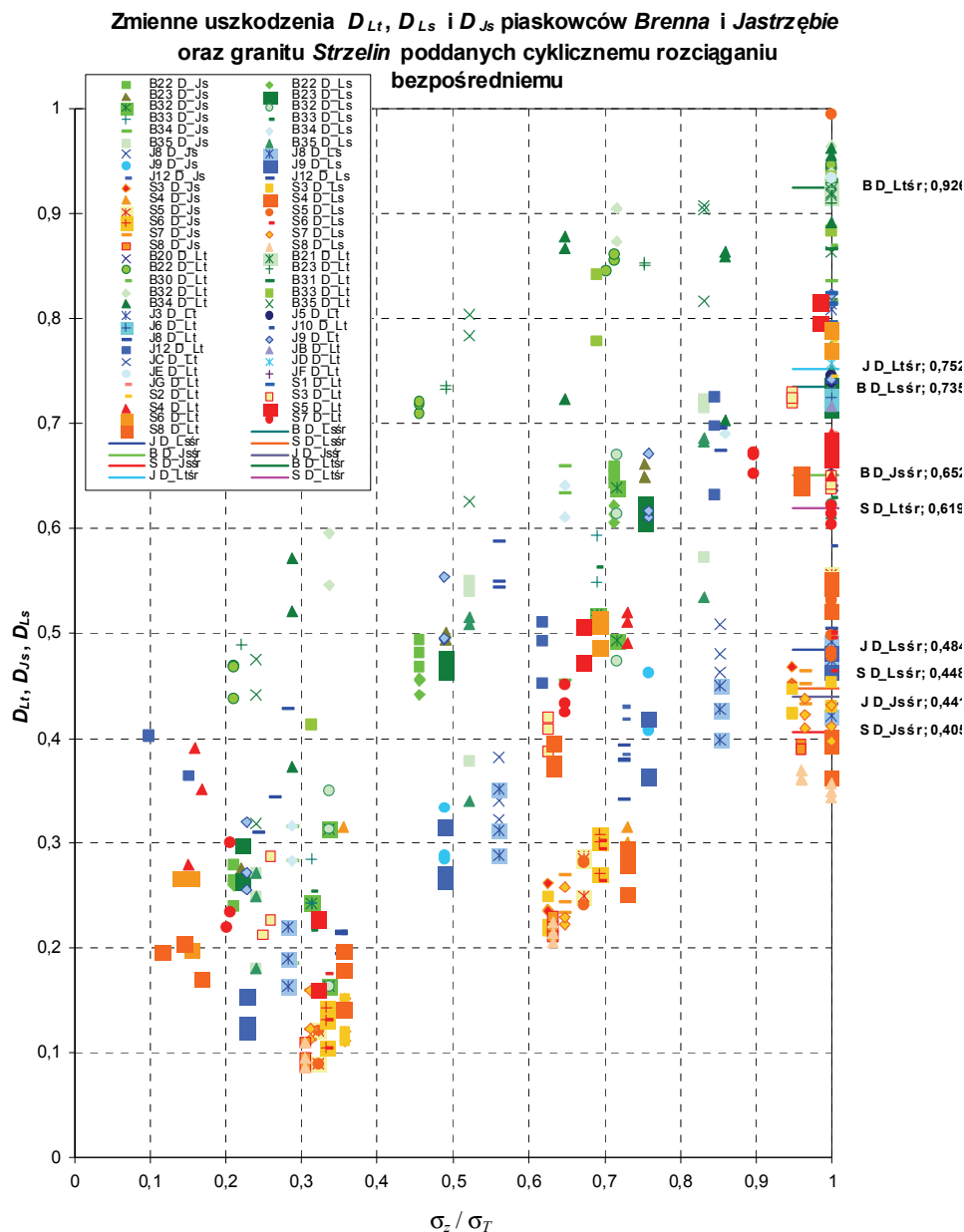
²⁾ Zdarzyły się jedynie trzy takie przypadki, kiedy $D_{Ls} > D_{Js}$ (Tomiczek, 2006).

²⁾ Tzn. w całym przedziale naprężeń σ_z / σ_T .

Współczynniki odkształcalności podłużnej E_t wyznaczone są na podstawie krzywych obciążania, a nie odciążania.



Rys. 8. Zmienna uszkodzenia D_{Ls} skał poddanych próbom monocyklicznego rozciągania bezpośredniego. Wartości średnie D_{Ls} wyróżniłem liniami przerywanymi



Rys. 9. Zależność pomiędzy zmiennymi uszkodzenia D_{Lt} , D_{Ls} i D_{Js} a znormalizowanym naprężeniem rozciągającym σ_z / σ_T dla próbek poddanych próbom jednoosiowego rozciągania wielocyklicznego. W opisie legendy: B — piaskowiec Brenna (odcienie koloru zielonego), J — piaskowiec Jastrzębie (odcienie koloru niebieskiego), S — granit Strzelin (odcienie koloru czerwonego), D_{Lt} — oznacza D_{Lt} , D_{Ls} — D_{Ls} i D_{Js} — D_{Js} . Wartości średnie zmiennych uszkodzenia D_{Lt} , D_{Ls} D_{Js} dla $\sigma_z / \sigma_T = 1$ zaznaczyłem liniami poziomymi

TABELA 1

Wartości średnie zmiennych uszkodzenia D_{Lt} , D_{Ls} oraz D_{Js} piaskowców Brenna i Jastrzębie oraz granitu Strzelin dla poziomu naprężenia $\sigma_z / \sigma_T = 1$

Zmienna uszkodzenia \ Skała	Piaskowiec Brenna	Piaskowiec Jastrzębie	Granit Strzelin
Bezpośrednie rozciąganie monocykliczne			
D_{Lt}	0,870	0,714	0,677
D_{Ls}	0,641	0,458	0,543
Bezpośrednie rozciąganie wielocykliczne			
D_{Lt}	0,926	0,752	0,619
D_{Ls}	0,735	0,484	0,448
D_{Js}	0,652	0,441	0,405

Modyfikując metodę Lemaitre’a i posługując się w obliczeniach zmiennej uszkodzenia D siecznymi współczynnikami odkształcalności podłużnej E_s , a tym samym uwzględniając pośrednio całkowite odkształcenia trwałe, otrzymuje się mniejsze wartości zmiennej uszkodzenia D . Wreszcie, uwzględniając odkształcenia trwałe, których doznają próbki skalne po każdym cyklu obciążania, i wiążąc zmienne uszkodzenia D ze współczynnikami sprężystości podłużnej E uwzględniającymi zarówno odkształcenia sprężyste, jak i plastyczne — otrzymujemy najniższe wartości zmiennej uszkodzenia D . Jednak wartości te zawsze są mniejsze od 1,0, czyli od wartości D teoretycznie założonej przez Lemaitre’a (zob. tab. 1).

5. Komentarz i wnioski

O wartościach zmiennych uszkodzenia skał w polu naprężeń rozciągających generalnie decydują sieczne E_s i styczne E_t współczynniki odkształcalności podłużnej. Zmienna uszkodzenia D_{Lt} , o wartości której decyduje E_t , przyjmuje zawsze większe wartości od zmiennej uszkodzenia D_{Ls} (i D_{Js}); E_t na granicy wytrzymałości jest zawsze mniejszy od E_s .

Na wartości D_{Js} (oprócz 0E_t i E_s) wpływa stosunek ϵ_p / ϵ_z ; jednak w przypadku skał poddanych próbom rozciągania wartość tego stosunku jest niewielka, dlatego w przypadku tej metody (IV) również decydujący wpływ na wartości D_{Js} ma E_s .

Zmienna D_{Lt} zdeterminowana jest odkształcalnością chwilową na granicy wytrzymałości, podczas gdy w przypadku D_{Ls} zakłada się stałe tempo odkształceń dla danego cyklu obciążania.

Spośród czterech proponowanych metod optymalną metodą obliczania zmiennej uszkodzenia D jest metoda I (${}^iD_{Lt}$), ponieważ:

- o wartości ${}^iD_{Lt}$ decyduje E_t , który jest miarą odkształcalności chwilowej. Gwałtowna niestabilna propagacja mikrouszkodzeń jest zwiastunem zniszczenia materiału. W pozostałych metodach zmienna D obliczana jest na podstawie charakteryzującego odkształcalność średnią E_s , który trudno jest traktować jako wielkość zapowiadającą zniszczenie materiału;
- skały poddane rozciąganiu doznają tak bardzo niewielkich odkształceń trwałych ϵ_p , że odkształcenia te mają znikomy wpływ na wartości D_{Js} . Dlatego metoda IV, chociaż poprawna i uzasadniona teoretycznie (uwzględnia cechę lepkości materiału), na tym etapie badań nad zachowaniem się skał w polu naprężeń rozciągających wydaje się mniej użyteczna od metody I, w której notabene kruchoplastyczno-lepki charakter uszkodzenia ukryty jest w sposób pośredni we współczynniku iE_t (0E_t).

LITERATURA

- [1] Ju Y.: A study on theory of fractal damage mechanics of concrete. Post-Doctoral Thesis, China University of Mining and Technology, Beijing, 1997
- [2] Ju Y.: Informacja ustna. Gliwice, 2002–2003
- [3] Ju Y., Xie H.: Applicability of damage definition based on hypothesis of strain equivalence. Journal of Coal Science & Engineering (China), vol. 6, No. 2, 9–14, 2000
- [4] Kachanov L.M.: Time to rupture process under creep conditions. Izv. Akad. Nauk SSSR, Otd. Tekhn. Nauk, vol. 8, 26–31, 1958
- [5] Krajcinovic D., Lemaitre J. (eds.): Continuum Damage Mechanics — Theory and Applications. In Courses and Lectures, No. 295, CISM, Udine, 1987
- [6] Lemaitre J.: Sur la determination des Lois de Comportement des Materiaux Elasto-Viscoplastiques. Office National d'Etudes Recherches Aerospatiales, Report N. T. 186, 1991
- [7] Lemaitre J.: A Course on Damage Mechanics. Berlin Heidelberg, Springer-Verlag 1996
- [8] Tomiczek K.: O zachowaniu się skał w warunkach naprężeń rozciągających. Cz. 1–4. Kwartalnik Naukowo-Techniczny „Budownictwo Górnicze i Tunelowe”, nr 1–4, Katowice, Wydawnictwo Górnicze 2007