

Grzegorz SIEKLUCKI\*, Rajmund SYKULSKI\*, Barbara BISZTYGA\*,  
Tadeusz ORZECOWSKI\*, Antoni ZDROJEWSKI\*

## ŚLIZGOWY OBSERWATOR PRĘDKOŚCI KĄTOWEJ NAPĘDU PRĄDU STAŁEGO

### STRESZCZENIE

Artykuł przedstawia obserwator ze sprzężeniem zwrotnym. Zaprezentowano obserwator prędkości kątowej bazujący na sterowaniu ślizgowym. Omówiono wpływ parametrów obserwatora na uzyskiwaną jakość regulacji prędkości. Omówiono metody eliminacji zjawiska chatteringu – filtr dolnoprzepustowy, zastąpienie funkcji *sign* przez *sat* (nasycenie). Przedstawiono wyniki badań symulacyjnych.

**Słowa kluczowe:** napęd prądu stałego, obserwator zmiennych stanu, sterowanie ślizgowe, chattering

### SLIDING MODE ANGULAR VELOCITY OBSERVER OF THE DC DRIVE

The article presents the closed-loop observer. The observer of the angular velocity based on the sliding mode control is shown. The influence of the observer parameters on velocity control quality is talked over. The elimination of the chattering phenomenon is discussed – low-pass filter and replacement of the function *sign* by *sat* (saturation). Simulation results are presented.

**Keywords:** DC drive, state observer, sliding mode control, chattering

### 1. WSTĘP

Określenie bezczujnikowe układy regulacji (*sensorless*) dotyczy systemów, w których bezpośredni pomiar wielkości mechanicznej zastępuje się układami odtwarzającymi (symulatory, obserwatory zmiennych) [1, 2, 3]. Stosowanie w napędach układów bezczujnikowych obniża koszty wykonania całego napędu i zwiększa jego odporność na uszkodzenia mechaniczne. Układy te muszą być wykorzystywane w przypadku braku możliwości montażu przetwornika pomiarowego.

Wadą takich rozwiązań jest pojawienie się opóźnień w torze regulacji, więc jednocześnie wydłużają się przebiegi przejściowe oraz zwiększa uchyb dynamiczny (np. podczas zmian momentu obciążenia).

Odtwarzanie prędkości kątowej w napędach elektrycznych prowadzi do eliminacji enkodera inkrementalnego lub tachoprądnicy i jest realizowane w różny sposób dla poszczególnych silników.

Napędy z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego – z uwagi na prosty model matematyczny (nieruchomy układ współrzędnych i opis dwoma liniowymi równaniami różniczkowymi zwyczajnymi) – dają możliwość zastosowania obserwatorów ślizgowych. Najczęściej w tym przypadku dokonuje się pomiaru prądu (jest proporcjonalny do momentu elektrycznego) i napięcia twornika.

### 2. STEROWANIE ŚLIZGOWE I CHATTERING

W projektowaniu nieliniowych kompensatorów (układów ze sprzężeniem zwrotnym od zmiennych stanu) wykorzystuje się regułę sterowania w postaci:

$$u = |F_1(e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots)| \operatorname{sign}(F_2(e, \dot{e}, \ddot{e}, \dots)),$$

gdzie:

$e$  – sygnał błędu,

$F_1, F_2$  – filtr liniowy.

W wyniku uzyskuje się nieciągły, ale modelowany sygnałem błędu  $e$  wyjściowy sygnał  $u$ . W najprostszej postaci można przyjąć postać sterowania:

$$u = -|e| \operatorname{sign}(e + \lambda \dot{e}) = -|e| \operatorname{sign}(s) \quad (1)$$

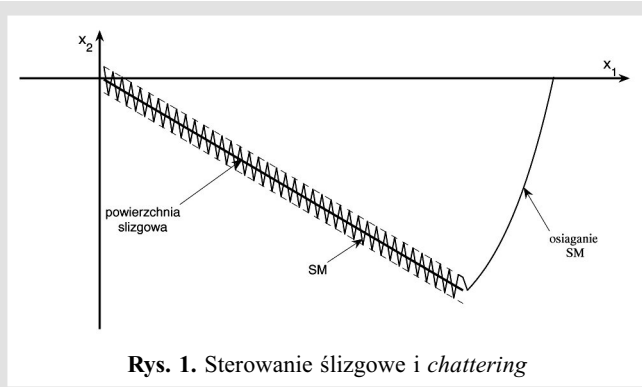
gdzie  $\lambda$  jest współczynnikiem.

W praktycznych rozwiązaniach nie istnieje idealny ruch ślizgowy, ponieważ nie można zrealizować komutacji przełączników (zarówno analogowych, jak i cyfrowych – realizowanych programowo) z nieskończoną częstotliwością. Dodatkowo w układach sterowania występują opóźnienia, a w układach cyfrowych istnieje skończony czas próbkowania i skończona precyzja reprezentacji liczb.

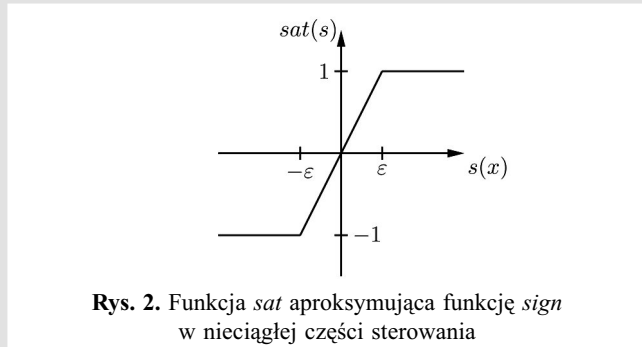
W wyniku powyższych ograniczeń w systemie sterowania, stan procesu będzie miał oscylacje zwane *chatteringiem* (rys. 1), które są widoczne podczas stabilizacji systemu na płaszczyźnie przełączeń ( $s = 0$ ). Zjawisko to określane jest również jako *niepożądanie wysoki poziom aktywności sterowania*. Szczegółowy opis zjawiska i metod przeciwdziałania został zamieszczony w monografiach [4, 5, 6].

Najprostszym sposobem przeciwdziałania chatteringowi jest zastąpienie funkcji *sign* przez *sat* (nasycenie) lub ewentualnie *sigmoide*. Funkcję *sat* można analizować jak regulator typu P z nasyceniem (rys. 2).

\* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki, Katedra Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych, al. A. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Poland



Rys. 1. Sterowanie ślizgowe i chattering



Rys. 2. Funkcja  $sat$  aproksymująca funkcję  $sign$  w nieciągłej części sterowania

Zastosowanie funkcji  $sat$  likwiduje wprowadzone oscylacje, ale równocześnie osłabia odporność układu. Z tego powodu konieczne jest odpowiednie zaprojektowanie tej funkcji. Rozwiązanie takie jest nazywane „miękką” wersją sterowania nieciągłego i dla płaszczyzny ślizgowej

$$s = \dot{x} + \lambda x = 0 \quad (2)$$

i parametr  $\varepsilon$  charakteryzujący przedstawioną funkcję najlepiej jest wyznaczać jako

$$\varepsilon = \frac{k_m}{\lambda} \quad (3)$$

zgodnie z [7, 8].

Taka zależność wynika z faktu, że parametr  $\lambda$  określający nachylenie linii ślizgowej tylko częściowo aproksymuje dynamikę układu zamkniętego.

Dokładniejsza analiza ruchu ślizgowego [7] wykazuje, że  $\lambda$  przedstawia ograniczoną dynamikę o niskiej częstotliwości. Oznacza to, że zły model matematyczny układu może prowadzić do zadowalającej jakości sterowania, jeżeli  $\lambda$  ma odpowiednio duże wartości.

W układzie regulacji występują składowe wysokiej częstotliwości, które wynikają z nieciągłego sterowania (funkcja  $sign$ ).

Innym rozwiązaniem (również pogarszającym odporność układu) jest uciąglenie funkcji  $U_d$  poprzez filtrację (np. za pomocą obiektu inercyjnego I rzędu)

$$G_F(s) = \frac{u^1(s)}{u(s)} = \frac{1}{T_f s + 1} \quad (4)$$

gdzie  $u^1$  jest nowym sygnałem sterującym, a  $T_f$  jest stałą czasową filtru ( $f_g = \frac{1}{T_f}$  jest częstotliwością graniczną filtru).

### 3. MODEL MATEMATYCZNY NAPĘDU

Model matematyczny silnika obcowzbudnego opisuje się równaniami różniczkowymi w postaci [3, 9–12]:

$$\begin{cases} J \frac{d\omega(t)}{dt} = M_e(t) - M_m(t), & M_e(t) = \psi_e I(t) \\ U(t) = RI(t) + \psi_e \omega(t) + L \frac{dI(t)}{dt} \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

- $U$  – napięcie twornika,
- $I$  – prąd twornika,
- $I_n$  – znamionowy prąd twornika,
- $M_m$  – moment obciążenia,
- $\omega$  – prędkość kątowna silnika,
- $\psi_e$  – znamionowy strumień skojarzony rotacyjnie z uzwojeniem twornika,
- $E$  – SEM indukowana w uzwojeniu twornika,
- $T$  – elektromagnetyczna stała czasowa  $\left(T = \frac{L}{R}\right)$ ,
- $J$  – moment bezwładności,
- $R$  – rezystancja uogólniona,
- $L$  – indukcyjność całkowita,
- $K_p$  – wzmocnienie wzmacniacza mocy (przekształtnika tyrystorowego).

### 4. ŚLIZGOWY OBSERWATOR PRĘDKOŚCI KĄTOWEJ

W napędach z silnikami prądu stałego można stosować metody sterowania ślizgowego. W projektowaniu obserwatora prędkości kątownej silnika wykorzystuje się model matematyczny (5) przekształcony do postaci

$$\begin{cases} L \frac{dI(t)}{dt} = U(t) - RI(t) - \psi_e \omega(t) \\ J \frac{d\omega(t)}{dt} = \psi_e I(t) - M_m(t) \end{cases} \quad (6)$$

Obserwator prądu (pomija się siłę elektromotoryczną  $E = \psi_e \omega$ ) opisywany jest równaniem [6]:

$$L \frac{d\hat{I}}{dt} = U - R\hat{I} - l_1 \text{sign}(\hat{I} - I) \quad (7)$$

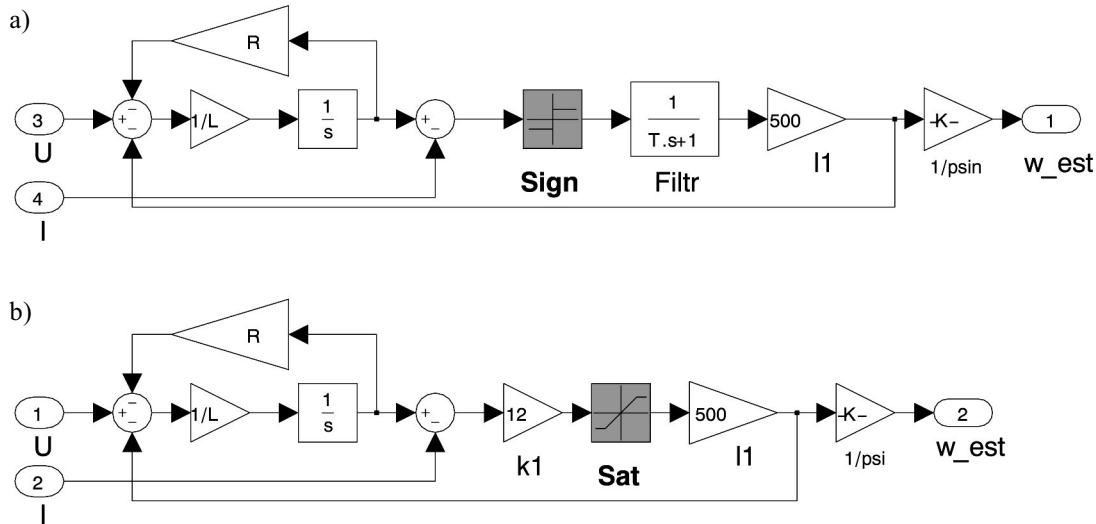
gdzie:

- $I$  – wielkość mierzona,
  - $\hat{I}$  – wielkość estymowana.
- $\bar{I} = \hat{I} - I$  i oznacza błąd estymacji.

Jeżeli od równania (7) odjęte zostanie równanie (6), to wynikiem będzie równanie błędu w postaci

$$L \frac{d\bar{I}}{dt} = -R\bar{I} + \psi_e \omega - l_1 \text{sign}(\bar{I}) \quad (8)$$

Aby uzyskać ruch ślizgowy, należy spełnić warunek  $s\dot{s} \leq 0$ , gdzie  $s = \hat{I} - I$ . Wynika stąd, że wzmocnienie ob-



Rys. 3. Ślizgowy obserwator prędkości kątowej z: a) filtrem dolnoprzepustowym; b) funkcją *sat*

serwatora musi spełniać warunek:  $l_1 > |\psi_e \omega - R\bar{I}|$ , wówczas błąd estymacji  $\bar{I}$  będzie dążył do 0 w skończonym czasie.

Stosując koncepcję sterowania równoważnego dla równania (8), uzyskuje się

$$L \frac{d\bar{I}}{dt} = -R\bar{I} + \psi_e \omega - (l_1 \text{sign}(\bar{I}))_{eq} = 0$$

gdzie:  $(l_1 \text{sign}(\bar{I}))_{eq} \neq (l_1 \text{sign}(\bar{I}))$  jest sterowaniem ciągłym.

Po uzyskaniu ruchu ślizgowego wartość  $\bar{I}$  jest już bliska 0, wówczas estymata prędkości dana jest zależnością

$$\hat{\omega} = \omega_{est} = \frac{(l_1 \text{sign}(\bar{I}))_{eq}}{\psi_e} \quad (9)$$

Aby uzyskać ciągły sygnał wyjściowy obserwatora (w przebiegach występują oscylacje), można wykorzystać dolnoprzepustowy filtr pierwszego rzędu o transmitancji

$$G_F(s) = \frac{(l_1 \text{sign}(\bar{I}))_{eq}}{l_1 \text{sign}(\bar{I})} = \frac{1}{T_f s + 1}$$

lub ewentualnie zastosować filtry wyższego rzędu, np. Bessela, Czebyszewa lub Butterwortha.

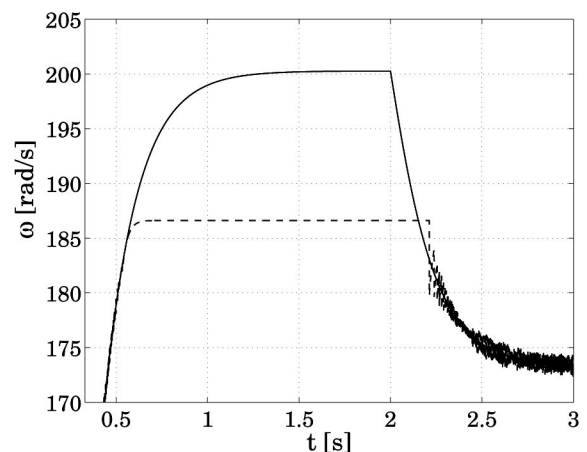
Innym rozwiązaniem jest wprowadzenie funkcji *sat* zamiast *sign* w zależności (9). Wówczas w strukturze obserwatora należy wprowadzić dodatkowe wzmocnienie  $k_1$ , które będzie wzmocnieniem funkcji *sat*.

Porównanie obydwu struktur obserwatora zostało zamieszczone na rysunku 3.

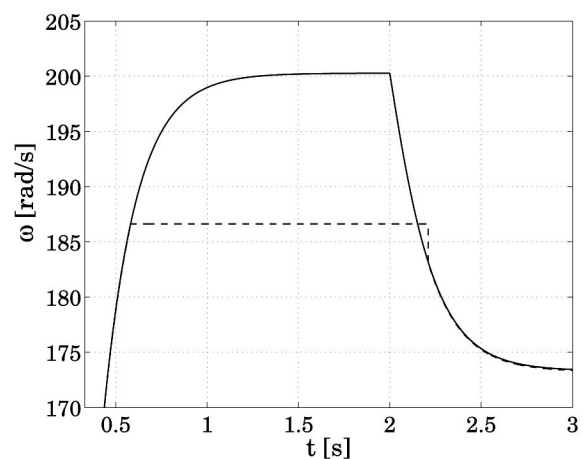
## 5. BADANIA SYMULACYJNE

Badania symulacyjne przeprowadzono dla rozruchu i udarowego obciążenia silnika (bez układu regulacji prądu i prędkości). W pierwszym etapie sprawdzano wpływ wartości wzmocnienia  $l_1$  na jakość odtwarzanych sygnałów.

Wyniki zostały przedstawione na rysunku 4 dla obserwatora z funkcją *sign* oraz na rysunku 5 dla obserwatora z funkcją *sat*. W obydwóch układach przyjęto  $l_1 = 410$ .

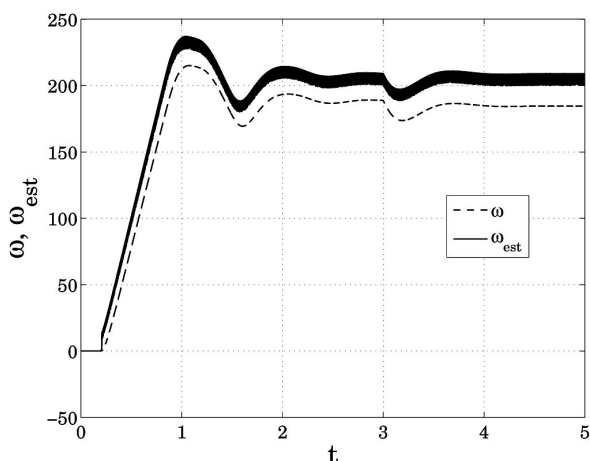


Rys. 4. Porównanie przebiegu prędkości kątowej modelu silnika (5) z odtwarzanym w obserwatorze (rys. 3a), stała czasowa filtru  $T_f = T/2 = 0,027$  s

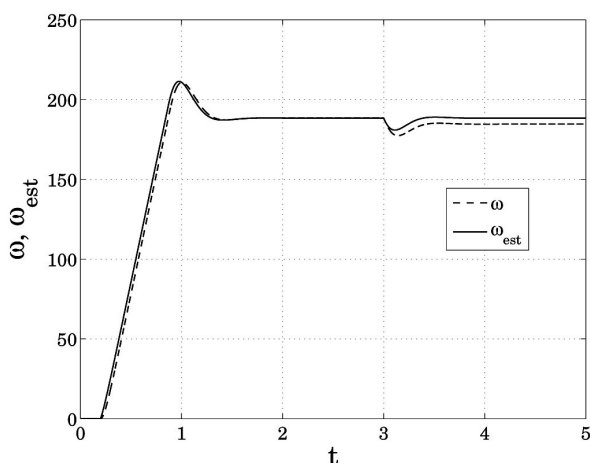


Rys. 5. Porównanie przebiegu prędkości kątowej modelu silnika (5) z odtwarzanym w obserwatorze (rys. 3b)





**Rys. 10.** Porównanie przebiegu prędkości kątowej dla -10% błędu identyfikacji  $R$  – wzmocnienie  $I_1 = 550$  ( $\max |\psi - \psi_{est}| > 10\%$ )



**Rys. 11.** Porównanie przebiegu prędkości kątowej dla -10% błędu identyfikacji  $R$  – wzmocnienie  $I_1 = 500$  ( $\max |\psi - \psi_{est}| = 2\%$ )

## 6. PODSUMOWANIE

Praca dotyczy procesu obserwacji prędkości kątowej w układzie napędowym z silnikiem obcowzbudnym prądu stałego. Obserwator ten został zaprojektowany na podstawie definicji obserwatora ślizgowego prądu twornika.

W obserwatorze występuje negatywne zjawisko chatteringu związane z ruchem ślizgowym i jego eliminacja została przeprowadzona przez:

- zastosowanie filtra dolnoprzepustowego,
- zastąpienie funkcji *sign* funkcją *sat*.

Ostatecznie jako lepsze rozwiązanie przyjęto zastosowanie w obserwatorze funkcji *sat*.

Metodą badań symulacyjnych sprawdzono wpływ niepewności parametrów obserwatora na dokładność odtwa-

rzania prędkości. Analizowany obserwator jest kilkakrotnie dokładniejszy ze względu na błędy identyfikacji parametru  $R$  niż  $\psi_e$  (rys. 7–11).

W kolejnych etapach badań przewiduje się implementację obserwatora ślizgowego prędkości w wersji cyfrowej na istniejącym stanowisku laboratoryjnym.

## 7. DODATEK

Badania symulacyjne przeprowadzono dla napędu prądu stałego o następujących parametrach:

$$P_N = 18 \text{ kW}, \quad U_N = 440 \text{ V}, \quad I_N = 47 \text{ A},$$

$$n_N = 1800 \text{ obr/min}, \quad \omega_N = 188 \text{ rad/s}, \quad \omega_0 = 200,3 \text{ rad/s},$$

$$R = 1,8 \, \Omega, \quad L = 99 \text{ mH}, \quad T = L/R = 55 \text{ ms},$$

$$\psi_{eN} = 2,197 \text{ Vs}, \quad \lambda_n = 2 \frac{I_{\max}}{I_N}, \quad J = 0,69 \text{ kgm}^2,$$

$$K_p = 75, \quad p = 50 I_N \text{ A/s}.$$

## Literatura

- [1] Vas P.: *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. Oxford University Press, 1998
- [2] Orłowska-Kowalska T.: *Bezczujnikowe układy napędowe z silnikami indukcyjnymi*. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2003
- [3] Sieklucki G.: *Automatyka napędu*. Kraków, Wydawnictwa AGH 2009
- [4] Utkin V.: *Sliding Modes and Their Application in Variable Structures Systems*. Moskwa, MIR, 1978
- [5] Utkin V.: *Sliding Modes in Control and Optimization*. Berlin, Springer-Verlag 1992
- [6] Utkin V., Guldner J., Shi J.: *Sliding Mode Control in Electromechanical Systems*. London, Taylor & Francis, 1999
- [7] Slotine J.-J.E., Weiping L.: *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, Prentice Hall 1991
- [8] Yager R.R., Filev D.P.: *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego*. Warszawa, WNT 1995
- [9] Kazmierkowski M.P., Tunia H.: *Automatic Control of Converter-Fed Drives*. Warszawa, Elsevier 1994
- [10] Bisztyga K.: *Sterowanie i regulacja silników elektrycznych*. Warszawa, WNT 1989
- [11] Leonhard W.: *Control of Electrical Drives*. Berlin, Springer-Verlag 2001
- [12] Ciepiela A.: *Automatyka przekształtnikowego napędu prądu stałego*. Kraków, Skrypty Uczelniane, Nr 1317, Wydawnictwa AGH 1992

Wpłynęło: 31.07.2009



Grzegorz SIEKLUCKI

Urodził się 2 lutego 1972 roku. Studia wyższe ukończył w roku 1997 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Stopień naukowy doktora nauk technicznych uzyskał w 2000 roku. Od początku pracuje

w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH. Zajmuje się sterowaniem dyskretnym w układach napędowych.

e-mail: sieklo@kaniup.agh.edu.pl



Rajmund SYKULSKI

Urodził się 1 stycznia 1977 roku. Studia wyższe ukończył w roku 2001 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki. Od 2001 roku jest asystentem w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń

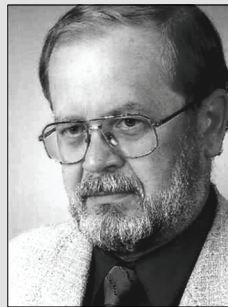
Przemysłowych. Zajmuje się sterowaniem w napędach elektrycznych.

e-mail: sykulski@kaniup.agh.edu.pl

Barbara BISZTYGA

Jest absolwentką Wydziału Elektrotechniki Automatyki Informatyki i Elektroniki Akademii Górniczo-Hutniczej. Obecnie zatrudniona na stanowisku adiunkta w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH. Zajmuje się zagadnieniami sterowania optymalnego i adaptacyjnego, szczególnie problemami sterowania w układach o zmiennej strukturze z wykorzystaniem ruchów ślizgowych. Głównym tematem badawczym jest problem ruchów ślizgowych wyższych rzędów.

e-mail: bisztyga@agh.edu.pl



Tadeusz ORZECZOWSKI

Urodził się 19 października 1946 roku w Krakowie. Studia wyższe ukończył w roku 1970 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki Górniczej i Hutniczej. Stopień naukowy doktora nauk technicznych uzyskał w roku 1977, a stopień

doktora habilitowanego w roku 1992. Od początku pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych AGH, w chwili obecnej na stanowisku profesora nadzwyczajnego. Główny kierunek jego zainteresowań naukowo-badawczych obejmuje zagadnienia z zakresu automatyki napędu elektrycznego, a w szczególności: zastosowania techniki mikroprocesorowej w identyfikacji i sterowaniu napędami oraz problematyka napędów synchronicznych jako obiektów regulacji w systemie energo-elektro-mechanicznym. Jest autorem i współautorem ponad 70 publikacji naukowych i 17 patentów.

e-mail: orzech@agh.edu.pl



Antoni ZDROJEWSKI

Urodził się 1 września 1948 roku. Studia wyższe ukończył w roku 1973 w Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie na Wydziale Elektrotechniki Górniczej i Hutniczej na kierunku automatyka i telekomunikacja.

Od początku pracuje w Katedrze Automatyki Napędu i Urządzeń Przemysłowych. Uczestniczył w wielu pracach przemysłowych dotyczących sterowania silnikami synchronicznymi. Głównym przedmiotem jego zainteresowań jest sterowanie silnikami elektrycznymi i serwomechanizmami.

e-mail: zdrojton@agh.edu.pl