

Adam Sędziwy\*

## Procedura orientowania siatek 2D

### 1. Przedstawienie problemu

W niniejszym artykule omówiona jest procedura orientowania obiektów dwuwymiarowych względem wyróżnionego kierunku. Procedura może znaleźć zastosowanie w systemach akwizycji i wstępnej obróbki obrazu, na przykład dla systemów wizyjnych robotów lub przy analizowaniu zdjęć satelitarnych itp.

Obiektem poddawany operacji orientowania jest siatka, która jest rozumiana jako zbiór linii prostych (odcinków), leżących przeważnie w dwóch, prostopadłych do siebie kierunkach (rys. 1). Orientowanie polega na takim obrocie obrazu, aby linie zwane umownie „prostopadłymi” były w jego wyniku skierowane pionowo, natomiast linie „równoległe” poziomo. Przykładem zadania orientowania siatki jest obrót zdjęcia satelitarnego Manhattanu tak, aby aleje skierowane były pionowo, natomiast ulice poziomo (rys. 3). W przykładzie tym ujawnia się szereg problemów, które, choć nie związane bezpośrednio z samym orientowaniem, muszą być rozwiązane, aby możliwe było stworzenie w pełni automatycznej procedury. Są wśród nich:

- wydzielenie z obrazu poszczególnych składowych i przedstawienie ich w odpowiedniej reprezentacji (ulicom odpowiadają linie proste lub łamane);
- wybór składowych istotnych dla żądanej transformacji – np. widoczne na planie place nie są brane pod uwagę w trakcie orientowania mapy.

Problematyki te wykraczają poza zakres tego artykułu. Teorię potrzebną do rozwiązania tych zagadnień można znaleźć w monografiach poświęconych przetwarzaniu obrazu, np. [3, 4, 5].

### 2. Reprezentacja obrazu

W naszych rozważaniach zakładamy, iż obraz jest już przetworzony i zredukowany do linii zaklasyfikowanych jako „prostopadłe” ( $T_i, i = 1, 2, \dots, t$ ) i „równoległe” ( $N_i, i = 1, 2, \dots, n$ ), tworzących siatkę. Linia występuje w tym kontekście jako zbiór  $m$  pikseli.

---

\* Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie; sedziwy@agh.edu.pl

Do wyznaczenia kąta obrotu  $\varphi$ , jakiemu należy poddać siatkę, potrzebne jest wyznaczenie kątów nachylenia  $\alpha_i$  oraz  $\beta_i$  linii  $T_i$  i  $N_i$ . W tym celu obliczamy współczynniki regresji liniowej  $a_y$  dla  $T_i$  i  $N_i$ , pozwalające na określenie kąta nachylenia do osi poziomej (zob. [6]). Mianowicie  $\alpha = \arctan a_y$ , przy czym  $a_y$  wynosi

$$a_y = \frac{m \sum_{j=1}^m x_j y_j - \sum_{j=1}^m x_j \sum_{j=1}^m y_j}{m \sum_{j=1}^m x_j^2 - \left( \sum_{j=1}^m x_j \right)^2} \quad (1)$$

natomiast  $(x_j, y_j)$  są współrzędnymi pikseli.

Jak łatwo zauważyć, współczynniki  $a_y$  liczone dla prostych „prostopadłych” i „równoległych” różnią się znakiem. Dzięki temu łatwo dokonać podziału linii na te dwie kategorie.

### 3. Określenie kąta orientacji

W pracy przetestowano cztery sposoby wyliczania kąta orientacji, o jaki należy obrócić cały obraz, aby uzyskać jego żadaną orientację.

- 1) Średnia ważona kątów nachylenia prostych, liczoną z wagami będącymi liczbami pikseli, tworzących poszczególne linie

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t |T_i| \alpha_i + \sum_{i=1}^n |N_i| \left( \frac{\pi}{2} + \beta_i \right)}{\sum_{i=1}^t |T_i| + \sum_{i=1}^n |N_i|} \quad (2)$$

Zaletą takiej definicji kąta  $\varphi$  jest fakt, że linie „grube” bądź o znaczącej długości, które intuicyjnie mogą stanowić najistotniejszy komponent obrazu, wpływają najbardziej na wartość  $\varphi$ . Obecność składnika  $\pi/2$  dodawanego do  $\beta_i$  wynika ze wspomnianego wyżej faktu, że linie  $T_i$  i  $N_i$  są do siebie prostopadłe.

- 2) Alternatywnym podejściem jest zdefiniowanie kąta obrotu obrazu jako zwykłej średniej arytmetycznej kątów, z uwzględnieniem, jak uprzednio, składnika  $\pi/2$  dodawanego do  $\beta_i$

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t \alpha_i + \sum_{i=1}^n \left( \frac{\pi}{2} + \beta_i \right)}{t + n} \quad (3)$$

- 3) W obracanym obrazie mogą znajdować się „zakłócenia” w postaci linii łamanych. Wystąpienie łamanych wpływa w sposób niepożądany na wyliczaną wartość kąta  $\varphi$ . Sposobem na eliminację tego efektu może być albo wyliczenie średniej z wagami zmodyfikowanymi o funkcje współczynników korelacji (ozn.  $F(\rho)$ ) poszczególnych linii (dla łamanej  $\rho$  będzie mniejsze niż dla linii prostej), albo ich funkcje

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t |T_i| \alpha_i F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n |N_i| (\frac{\pi}{2} + \beta_i) F(\rho_i^N)}{\sum_{i=1}^t |T_i| F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n |N_i| F(\rho_i^N)} \quad (4)$$

gdzie

$$\rho = \frac{m \sum_{j=1}^m x_j y_j - \sum_{j=1}^m x_j \sum_{j=1}^m y_j}{\left[ m \sum_{j=1}^m x_j^2 - \left( \sum_{j=1}^m x_j \right)^2 \right] \left[ m \sum_{j=1}^m y_j^2 - \left( \sum_{j=1}^m y_j \right)^2 \right]} \quad (5)$$

W najprostszym przypadku  $F(\rho) = |\rho|$ , indeks  $i$  (pominięty już w wyrażeniu (5), licząc oczywiście oddzielnie dla każdej linii) dotyczy kolejnych prostych, natomiast górne indeksy  $T$  i  $N$  (także pominięte w (5)) oznaczają rodzinę linii równoległych bądź prostopadłych.

- 4) Dla modyfikacji wariantu ze zwykłą średnią arytmetyczną wyrażenie na  $\varphi$  ma postać

$$\varphi = - \frac{\sum_{i=1}^t \alpha_i F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n (\frac{\pi}{2} + \beta_i) F(\rho_i^N)}{\sum_{i=1}^t F(\rho_i^T) + \sum_{i=1}^n F(\rho_i^N)} \quad (6)$$

Takie podejście umożliwia „wytlumienie” nieregularności struktury obracanego obrazu. Wpływ nieregularności można usunąć także, wybierając funkcję  $F$

$$F(\rho) = \begin{cases} |\rho|, & \text{gdy } |\rho| > 0.99 \\ 0, & \text{w p.p} \end{cases} \quad (7)$$

Wybór postaci funkcji  $F$  oraz wartości progowej na poziomie 0,99 ma charakter czysto heurystyczny i może być zmieniony w zależności od konkretnego problemu.

Należy zauważyć jeszcze, że dodatkowym czynnikiem wpływającym na zmniejszenie  $\rho$  jest grubość linii. Im grubość linii jest większa, tym współczynnik  $\rho$  jest mniejszy, co w skrajnych przypadkach (np. linia o małej długości i dużej szerokości) powoduje, że jej wpływ na wartość kąta  $\varphi$  (liczonego wg wzorów (4) lub (6)), maleje.

#### 4. Transformacja obrotu

Aby uzyskać siatkę zorientowaną, każdy piksel obrazu, o współrzędnych  $\mathbf{r} = (x, y)$ , poddany zostaje transformacji obrotu  $\mathbf{O}_\varphi$  o kąt  $\varphi$ , względem środka obrazu  $\mathbf{r}_0 = (W/2, H/2)$ , gdzie  $W, H$  są odpowiednio szerokością i wysokością obrazu:  $\mathbf{r}' = \mathbf{O}_\varphi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) + \mathbf{r}_0$ , gdzie  $\mathbf{r}'$  oznacza współrzędne piksela po obrocie. Po podstawieniu

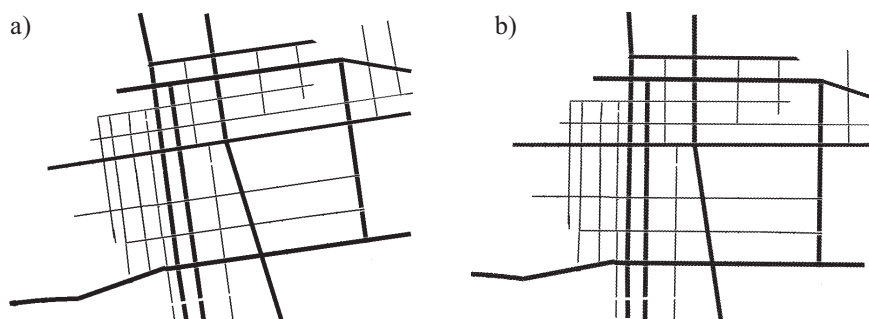
$$\mathbf{O}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix},$$

otrzymujemy ostatecznie

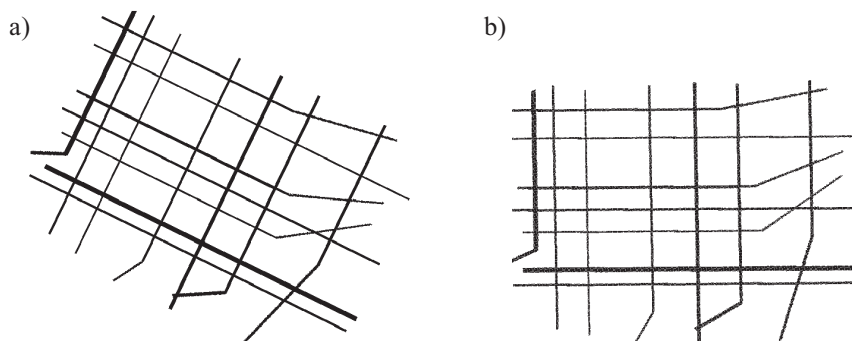
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x - \frac{W}{2} \\ y - \frac{H}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{W}{2} \\ \frac{H}{2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

#### 5. Wyniki

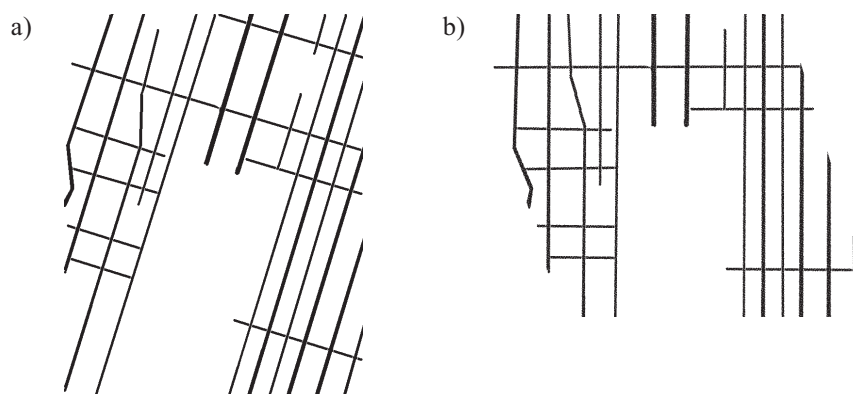
W niniejszym rozdziale przedstawiono wynik działania procedury orientującej dla przykładowych danych: siatek będących reprezentacjami planu centrum Łodzi (rys. 1), zdjęcia satelitarnego fragmentu Manhattanu (rys. 3) oraz sztucznie wygenerowanej siatki (rys. 2). Zastosowano sposób obliczania kąta orientacji przedstawiony w punktach 3 (rys. 2, 3) i 4 (rys. 1), rozdział 3. Wybrano funkcję  $F(\rho)$  o postaci (7). Tabela 1 przedstawia wartości kątów i współczynników korelacji dla poszczególnych linii analizowanych siatek. Opisany w artykule algorytm orientowania zastosowano do szeregu siatek. Poza przypadkiem trywialnym, zawierającym wyłącznie linie proste, skierowane w dwóch, prostopadłych kierunkach, transformacji poddano także obrazy, w skład których wchodzi linie łamane. Algorytm zaimplementowano w języku C++ (rys. 4). Rysunki (1–3) obrazują efekt końcowy transformacji orientowania.



**Rys. 1.** Przykład 1, fragment planu centrum Łodzi [1] zorientowany w kierunku N-S (a) i jego transformacja metodą 4 (b)



**Rys. 2.** Przykład 2, siatka 2D zawierające linie łamane (a) i jej postać zorientowana według metody 3 (b)

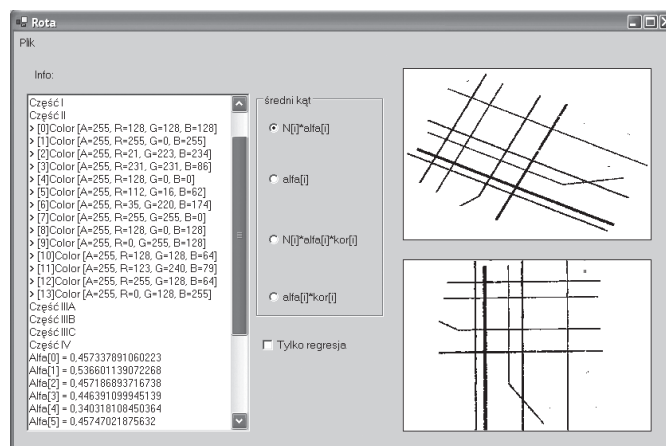


**Rys. 3.** Przykład 3, fragment zdjęcia satelitarnego Manhattanu [2] zorientowany w kierunku N-S (a) i jego transformacja metodą 3 (b)

Tabela 1

Tabela zawierająca kąty  $\alpha_i$  nachylenia linii siatki ( $i$  – numery linii), wraz z wyliczonym algorytmicznie kątem orientacji  $\varphi$ , oraz współczynniki korelacji linii  $\rho_i$ . Pogrubioną czcionką zaznaczono linie, dla których moduły współczynników korelacji znajdują się poniżej progu 0,99, nieuwzględniane przy wyliczaniu  $\varphi$  ( $F(\rho_i) = 0$ ). Uwaga: kąty  $\alpha_i$  są „znormalizowane”, tzn. do kątów prostych „równoległych” dodano 90 stopni

| $i$ | Przykład 1                           |               | Przykład 2                           |               | Przykład 3              |               |
|-----|--------------------------------------|---------------|--------------------------------------|---------------|-------------------------|---------------|
|     | $\alpha_i$<br>(stopnie)              | $\rho_i$      | $\alpha_i$<br>(stopnie)              | $\rho_i$      | $\alpha_i$<br>(stopnie) | $\rho_i$      |
| 0   | <b>79,45</b>                         | <b>-0,985</b> | 26,204                               | 1,000         | <b>14,76</b>            | <b>-0,955</b> |
| 1   | 81,36                                | -0,998        | <b>30,745</b>                        | <b>-0,966</b> | 17,06                   | -0,999        |
| 2   | 81,82                                | -0,999        | 26,195                               | 0,999         | 15,02                   | -0,990        |
| 3   | 81,66                                | -1,000        | 25,576                               | -1,000        | 17,38                   | 0,994         |
| 4   | 81,49                                | -0,999        | <b>19,50</b>                         | <b>0,943</b>  | 17,33                   | 0,991         |
| 5   | 82,04                                | 0,996         | 26,21                                | 1,000         | 16,63                   | 1,000         |
| 6   | 82,69                                | 0,996         | 25,57                                | -1,000        | 15,95                   | 0,994         |
| 7   | <b>84,23</b>                         | <b>-0,898</b> | <b>22,29</b>                         | <b>0,982</b>  | 17,76                   | 0,996         |
| 8   | 81,90                                | -0,999        | 26,20                                | 1,000         | 17,39                   | -1,000        |
| 9   | 82,05                                | 0,997         | 23,58                                | 0,994         | 16,89                   | -0,999        |
| 10  | 81,84                                | 0,993         | 27,09                                | -0,995        | 17,01                   | -0,994        |
| 11  | 81,91                                | 0,998         | 25,59                                | -0,999        | 16,55                   | 0,998         |
| 12  | <b>81,95</b>                         | <b>-0,987</b> | <b>31,70</b>                         | <b>-0,966</b> | 17,10                   | -1,000        |
| 13  | 81,78                                | 0,990         | <b>32,75</b>                         | <b>-0,985</b> | 17,23                   | 0,998         |
| 14  | 81,39                                | 0,994         | <b><math>\varphi = -25,81</math></b> |               | 17,51                   | -0,996        |
| 15  | <b>75,51</b>                         | <b>0,988</b>  |                                      |               | 16,73                   | 0,997         |
| 16  | 82,14                                | 0,998         |                                      |               | 16,94                   | -0,999        |
| 17  | <b>81,71</b>                         | <b>0,983</b>  |                                      |               | 16,72                   | -1,000        |
| 18  | 80,59                                | 0,996         |                                      |               | 17,37                   | -0,999        |
| 19  | 79,61                                | 0,995         | <b><math>\varphi = -17,00</math></b> |               | 17,06                   | -0,999        |
| 20  | <b><math>\varphi = -81,36</math></b> |               |                                      |               | 16,99                   | -0,996        |
| 21  |                                      |               |                                      |               | <b>15,98</b>            | <b>-0,987</b> |



Rys. 4. Aplikacja realizująca procedurę orientowania

---

### Literatura

- [1] <http://www.pilot.pl/>
- [2] <http://earth.google.com/download-earth.html>
- [3] Ritter G.X., Wilson J.N.: *Handbook of Computer Vision Algorithms in Image Algebra*. CRC Press, New York 1996
- [4] Young I.T., Gerbrands J.J., van Vliet L.J.: *Image Processing Fundamentals*. <http://www.ph.tn.tudelft.nl/Courses/FIP/noframes/fip.html>
- [5] Castleman K.R.: *Digital Image Processing. Second ed.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey 1996
- [6] Cook R.D., Weisberg S.: *Applied Regression Including Computing and Graphics*. Wiley, 1999

