

Mariusz Świder*

Wpływ filtracji cyfrowej na predykcję cen i zapasów miedzi

1. Wprowadzenie

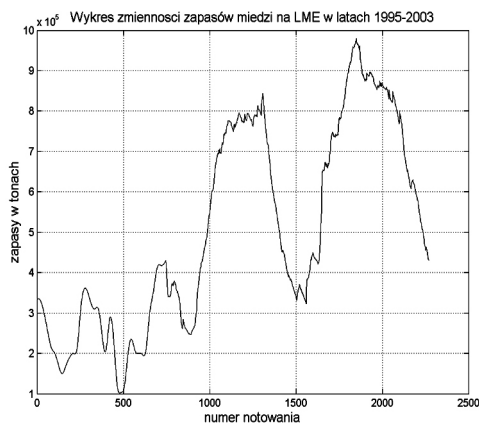
W wielu dziedzinach nauk technicznych i ekonomicznych występuje konieczność dokonywania różnego rodzaju prognozowania. W tym celu opracowano wiele metod, które w pewnych obszarach zastosowań nie są jednak w stanie dawać zadowalających rezultatów. Dotyczy to szczególnie wielu notowań giełdowych, gdzie mamy do czynienia z przebiegami o bardzo losowej strukturze. Często także zachowanie się notowań giełdowych jest nieprzewidywalne lub wręcz nielogiczne, co wynika z niepełności dostępnych do analizy danych. Dlatego też warto spróbować poddać analizie takie notowania za pomocą innych metod badawczych, a następnie sprawdzić wyniki takich symulacji. Interesujące jest szczególnie połączenie dwóch metod, z których jedna służy do wstępnej obróbki badanego sygnału losowego, a druga dokonuje właściwej predykcji. W tym artykule przyjęto takie właśnie podejście. Jako etap wstępny wykorzystano teorię filtracji cyfrowej, za pomocą której dokonano analizy częstotliwościowej badanych notowań giełdowych pod kątem poznania stopnia ich zmienności.

Następnie przyjęto, że wyższe harmoniczne zawarte w tych sygnałach stanowią zaburzenia losowe i postanowiono je wyeliminować, pozostawiając tylko najistotniejsze składowe każdego sygnału. W tym celu wybrano i skonstruowano najbardziej pasujące w danej sytuacji filtry cyfrowe, a następnie przefiltrowano przez nie badane notowania. Posiadając takie sygnały, zastosowano uznany w technicznej analizie giełdowej model prognostyczny GARCH w celu dokonania sztucznej predykcji i porównania otrzymanych wyników z przebiegami rzeczywistymi.

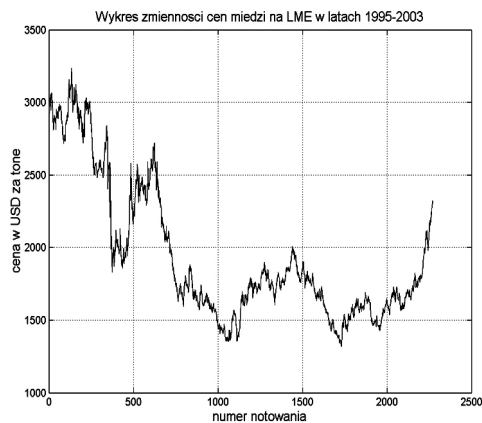
Do przeprowadzenia takiej analizy wybrano notowania cen i zapasów miedzi (rys. 1). Zdecydowano tak z kilku powodów. Notowania cen miedzi mają istotne znaczenia dla polskiej gospodarki, ponieważ Polska jest jednym z głównych światowych producentów tego surowca (drugie miejsce w w Europie oraz ósme na świecie). Także główni importerami polskiej miedzi to wiodące państwa Unii Europejskiej (Niemcy, Francja), z którymi Polskę łączą duże ogólne obroty gospodarcze. Wydobyciem i sprzedażą miedzi w Polsce zajmuje się posiadający praktycznie pozycję monopolisty Kombinat Górniczo-Hutniczy Miedzi

* Instytut Politechniczny, PWSZ w Tarnowie

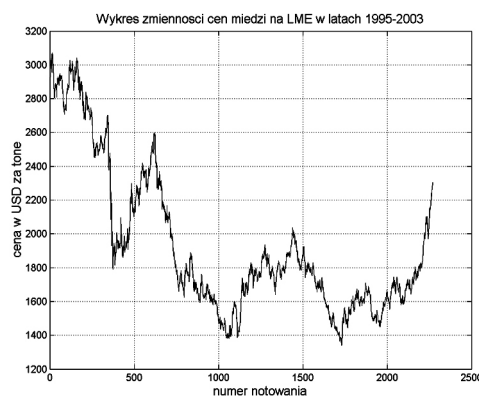
KGHM „Polska Miedź” S.A. z Lubina. Miedź jest sprzedawana głównie na dwóch surowcowych giełdach międzynarodowych: London Metal Exchange (LME) z siedzibą w Londynie oraz COMEX istniejące w Nowym Jorku i stanowiącą część giełdy New York Mercantile Exchange (NYMEX). Obie te giełdy wywierają decydujący wpływ na kształtowanie się światowych cen miedzi, przy czym z polskiego punktu widzenia najważniejsze są notowania na giełdzie londyńskiej LME. Na giełdach tych ustala się obowiązujące aktualnie ceny miedzi na podstawie informacji o istniejących zapasach. Kontrakty miedziowe na LME można podzielić na następujące kategorie: natychmiastowe (*cach*) dotyczące cen miedzi dostarczanej zaraz po zawarciu transakcji (rys. 2) oraz terminowe (*futures*) dotyczące dostaw zakontraktowanego towaru za 3, 15 i 27 miesięcy (rys. 3–5).



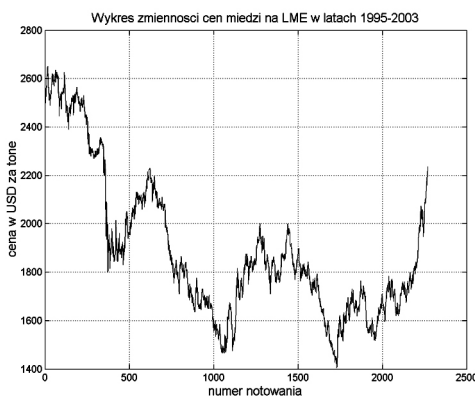
Rys. 1. Zmienność oficjalnych zapasów miedzi



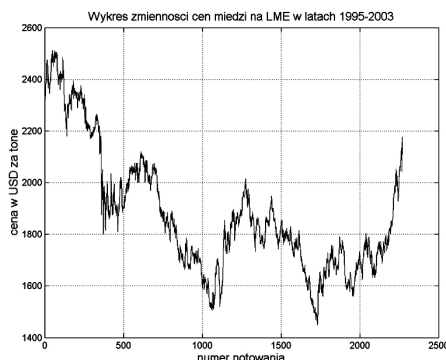
Rys. 2. Wahania cen miedzi w kontraktach natychmiastowych



Rys. 3. Wahania cen miedzi w kontraktach 3-miesięcznych



Rys. 4. Wahania cen miedzi w kontraktach 15-miesięcznych



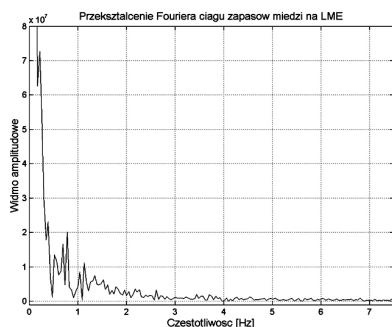
Rys. 5. Wahania cen miedzi w kontraktach 27-miesięcznych

Ponadto istnieją także znajdujące się poza obszarem zainteresowania niniejszego artykułu kontrakty opcyjne oraz określane na podstawie miesięcznych cen średnich miedzi transakcje TAPO. Niestety problem leży w precyzji określenia dostępnych zapasów tego surowca. Można je bowiem podzielić na oficjalne (rys. 1) i nieoficjalne. Te pierwsze stanowią zapasy zgromadzone w magazynach krajowych oraz autoryzowanych magazynach instytucji prywatnych a ich wysokość jest powszechnie znana. Dane z tych drugich są niedostępne dla opinii publicznej a wiele wskazuje na to, że ilość miedzi w nich przechowywania jest także znaczna. Ponieważ na giełdach transakcje, a więc wynikowe ceny miedzi, są realizowane zgodnie z zasadą popytu i podaży, więc kluczowe jest posiadanie informacji o dostępnych zasobach surowca. Niestety wszystko wskazuje na to, że poziom zapasów nieoficjalnych znacząco wpływa na światowe ceny miedzi określane głównie przez giełdę LME. Jest to więc największy czynnik zakłócający prognozowanie cen miedzi. Ponadto oczywiście istnieją inne losowe czynniki, takie jak poziom światowej koniunktury gospodarczej wpływający na zapotrzebowanie na miedź. Także dynamicznie rozwijające się kraje Trzeciego Świata (Chiny, Indie) spowodowały w ostatnich latach wzrost zapotrzebowania na miedź w swoim przemyśle. Światowy przemysł energetyczny i elektroniczny jest kolejnym czynnikiem mocno kształtującym notowania miedzi w ostatnich latach. Te wszystkie czynniki powodują, że przebiegi cen miedzi są bardzo nieregularne i nie posiadają właściwości stacjonarności, co znacznie ogranicza używanie tradycyjnych modeli predykcyjnych. Ogólnie można powiedzieć, że są one trudne w prognozowaniu. Dlatego też w tym artykule skupiono się na zastosowaniu przedstawionego powyżej podejścia jako próby sprawdzenia czy daje ono zadowalające rezultaty.

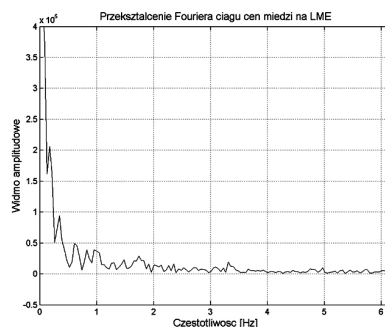
2. Wykresy widm amplitudowych Fouriera ciągów notowań zapasów i cen miedzi na LME

Na rysunkach 6–10 przedstawiono wykresy widm amplitudowych ciągów notowań wykonane za pomocą programu MATLAB. Wykresy odpowiednich widm fazowych pominięto jako nieistotne w przeprowadzanych symulacji. Analiza widm amplitudowych jest niezbędna aby dobrać odpowiednie rodzaje i parametry filtrów cyfrowych. Szczególnie

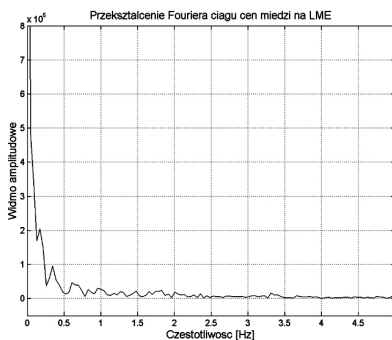
istotny jest tutaj odpowiedni dobór właściwej częstotliwości próbkowania. Ważne spostrzeżenie jakie od razu wynika z pokazanych wykresów to znaczna wolnozmiennność każdego sygnału notowań giełdowych miedzi.



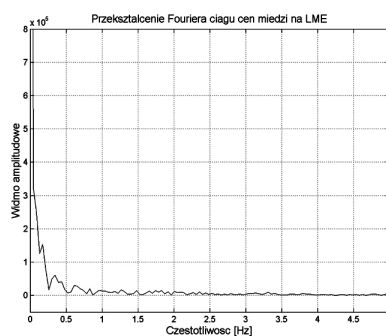
Rys. 6. Widmo amplitudowe Fouriera ciągu czasowego zapasów miedzi



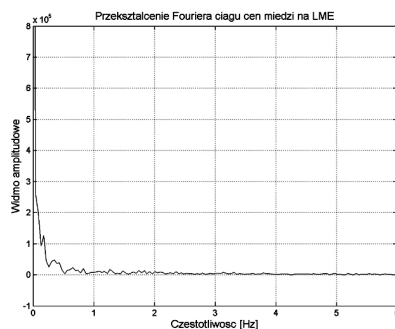
Rys. 7. Widmo amplitudowe Fouriera ciągu czasowego cen miedzi w transakcjach natychmiastowych



Rys. 8. Widmo amplitudowe Fouriera notowań cen miedzi w kontraktach 3-miesięcznych



Rys. 9. Widmo amplitudowe Fouriera notowań cen miedzi w kontraktach 15-miesięcznych



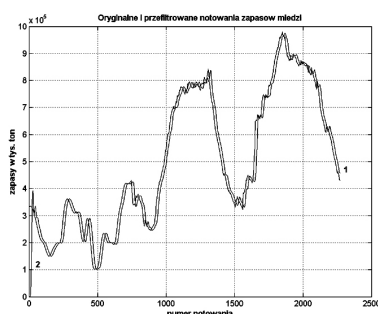
Rys. 10. Widmo amplitudowe Fouriera notowań cen miedzi w kontraktach 27-miesięcznych

3. Filtracja cyfrowa badanych notowań

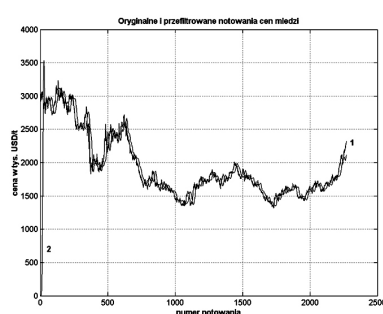
Po przestudiowaniu widm amplitudowych do filtrowania zastosowano filtry dolno-przepustowe prototypów Butterwortha i Czebyszewa I rodzaju, ponieważ ich charakterystyki najlepiej odpowiadają potrzebom eliminacji wyższych harmonicznych badanych notowań giełdowych. Jako częstotliwość próbkowania, kierując się twierdzeniem Kotelnikowa-Shannona i analizą załączonych wykresów widm amplitudowych notowań, ustalono na 10 Hz. I tak dla poszczególnych notowań użyto następujących częstotliwości przenoszenia i odcięcia przy identycznych poziomach przenoszenia 3 dB i tłumienia 50 dB:

- 1 Hz, 2 Hz – zapasy miedzi,
- 1 Hz, 2 Hz – bieżące ceny miedzi,
- 0,5 Hz, 1 Hz – ceny miedzi 3-miesięczne,
- 0,5 Hz, 1 Hz – ceny miedzi 15-miesięczne,
- 0,5 Hz, 1 Hz – ceny miedzi 27-miesięczne.

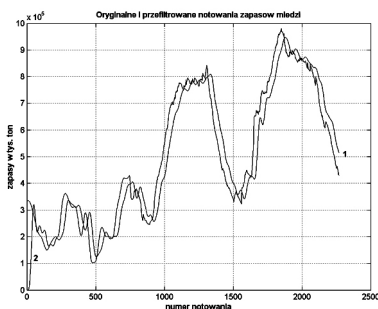
Na rysunkach 11–20 przedstawiono rezultaty filtracji cyfrowej analizowanych notowań giełdowych przeprowadzonych zgodnie z powyższymi założeniami. Widać na nich wygładzenie przefiltrowanych sygnałów oraz pewne ich przesunięcie fazowe wynikające z opóźnienia wnoszonego przez filtry.



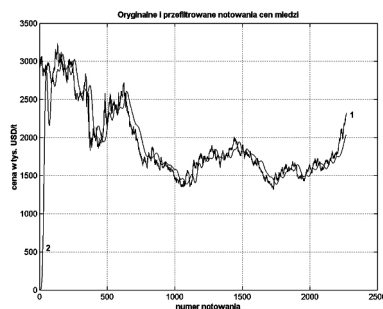
Rys. 11. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Butterwortha (2) przebieg zapasów miedzi



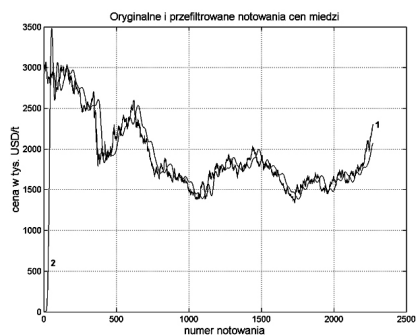
Rys. 12. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Butterwortha (2) przebieg cen kontraktów bieżących miedzi



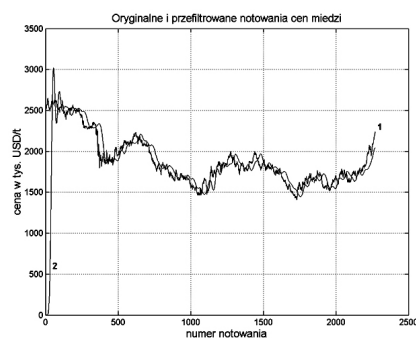
Rys. 13. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Czebyszewa I rodzaju (2) przebieg zapasów miedzi



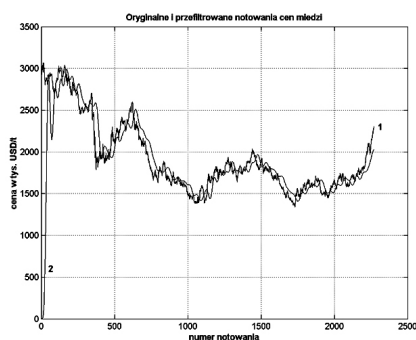
Rys. 14. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Czebyszewa I rodzaju (2) przebieg cen kontraktów bieżących miedzi



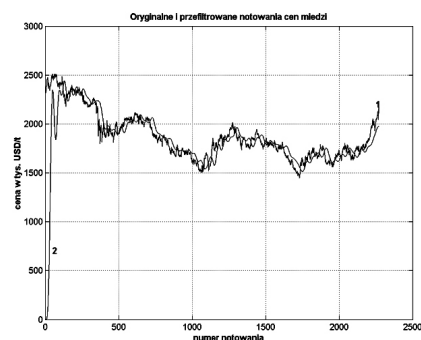
Rys. 15. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Butterwortha (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 3-miesięcznych



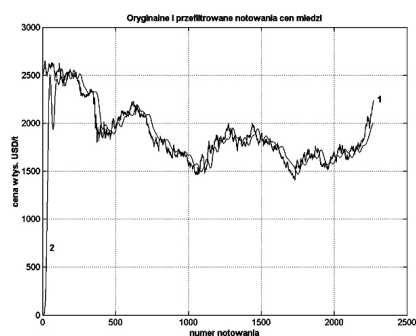
Rys. 16. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Butterwortha (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 15-miesięcznych



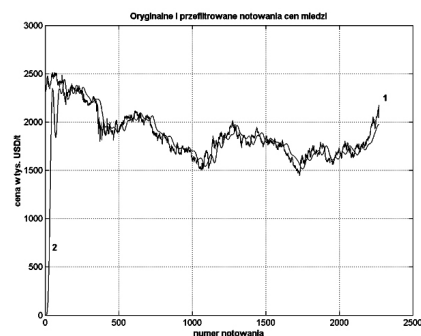
Rys. 17. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Czebyszewa I rodzaju (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 3-miesięcznych



Rys. 18. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Czebyszewa I rodzaju (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 15-miesięcznych



Rys. 19. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Butterwortha (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 27-miesięcznych



Rys. 20. Oryginalny (1) i przefiltrowany filtrem Czebyszewa I rodzaju (2) przebieg cen miedzi w kontraktach 27-miesięcznych

4. Porównanie wpływu filtracji cyfrowej na predykcję cen bieżących miedzi

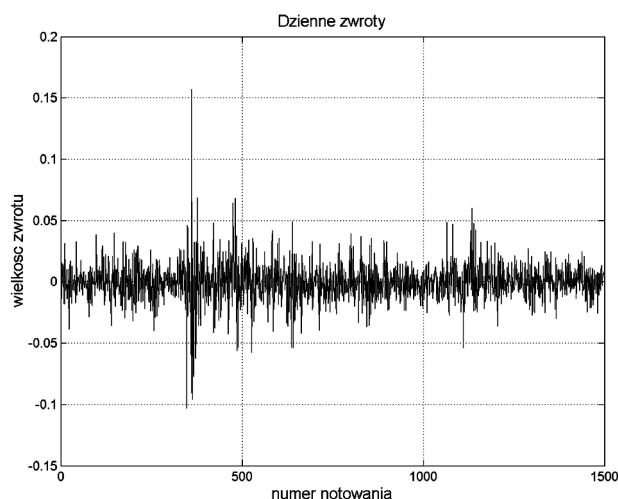
Do wykonania predykcji cen miedzi w kontraktach natychmiastowych użyto modelu GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), który poprzez analizę modeli heteroskedastycznych, a więc trudniejszych w opisie statystycznym, pozwala wykonać z dużym prawdopodobieństwem ich symulacji oraz predykcji. Modele takie szczególnie często wступują w analizie notowań giełdowych, dlatego też metoda GARCH jest tu często stosowana. Ogólnie można powiedzieć, że metoda ta analizuje przeszłe różnice wariancje zmiennych losowych tworzących dany proces stochastyczny i na tej podstawie oblicza model analizowanego systemu i na jego podstawie umożliwia wyznaczanie przyszłych wartości danego ciągu losowego.

Aby móc zastosować ten model do konkretnego ciągu losowego, trzeba określić, czy należy on do klasy heteroskedastycznych. Najpierw jednak trzeba przetransformować taki ciąg do postaci tzw. ciągu zwrotów (*return*) obliczanych wedle następujących wzorów:

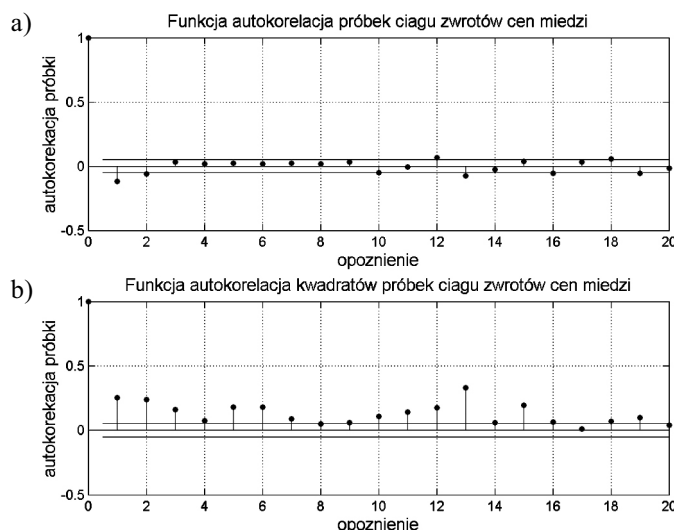
$$\text{interwał}(i) = t_{\text{notowania}}(i+1) - t_{\text{notowania}}(i),$$

$$\text{zwrot}(i) = \log \left[\frac{t_{\text{notowania}}(i+1)}{t_{\text{notowania}}(i)} \right] / \text{interwał}(i).$$

Na rysunku 21 przedstawiono właśnie wykres zwrotów 1500 pierwszych próbek cen bieżących miedzi, które otrzymano z danych bezpośrednich zobrazowanych na rysunku 2.



Rys. 21. Wykres zwrotów otrzymany z ciągu notowań cen w transakcjach natychmiastowych miedzi



Rys. 22. Wykresy autokorelacji zwrotów i kwadratów zwrotów bieżących cen miedzi

Potem należy sprawdzić, czy analizowany ciąg losowy nadaje się do analizy modelem GARCH. Aby tego dokonać, najpierw sporządzono wykresy funkcji autokorelacji próbek (ACF) ciągu dziennych zwrotów cen miedzi. Jest on przedstawiony na rysunku 22a, gdzie zaznaczono wartości autokorelacji dla kolejnych opóźnień z naniesionym od razu przedziałem ufności odchylenia standardowego. Jak widać na wykresie, autokorelacja ciągu zwrotów jest niska i rzadko opuszcza ten przedział, co sugeruje, że bezpośrednie zwroty nie są ze sobą wystarczająco skorelowane. Dlatego też wykonano analizę funkcji ACF dla wartości zwrotów podniesionych do kwadratu, aby przeanalizować zachowanie się pod tym kątem momentów centralnych drugiego rzędu. Istotnie w tym przypadku autokorelacja istnieje i jest znacząco wyższa niż poprzednio. To zdaje się sugerować, że model GARCH będzie miał tutaj zastosowanie. Aby jednak ostatecznie odpowiedzieć na to pytanie, należy skorzystać z jednego z dwóch testów statystycznych będących integralną częścią tej metody. Są to Q-test Ljunga-Boxa-Pierce'a i test ARCH Engle'a. Po zastosowaniu tego drugiego testu nie ma powodu, aby odrzucić hipotezę o heteroskedastyczności ciągu zwrotów cen miedzi przy poziomie istotności 0,05.

Następnie za pomocą programu MATLAB przeprowadzono estymację parametrów modelu GARCH oraz równoważnego mu modelu ARMAX. W rezultacie otrzymano następujące wzory opisujące wahania cen bieżących miedzi:

– model GARCH:

$$y(t) = -0,00010748 + e(t),$$

$$VX(t) = 1,142e-005 + 0,84619VX(t-1) + 0,10741e^2(t-1),$$

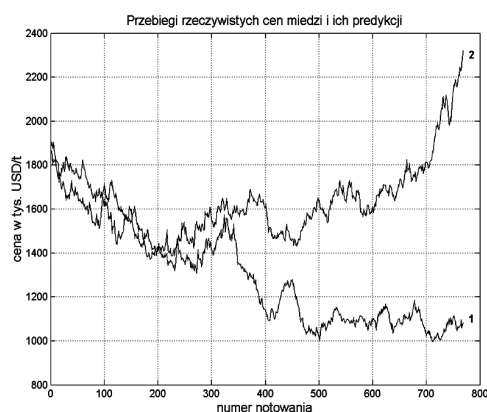
– model ARMA:

$$y(t) = -0,00010748 + 0,16236y(t-1) + e(t) - 0,265e(t-1),$$

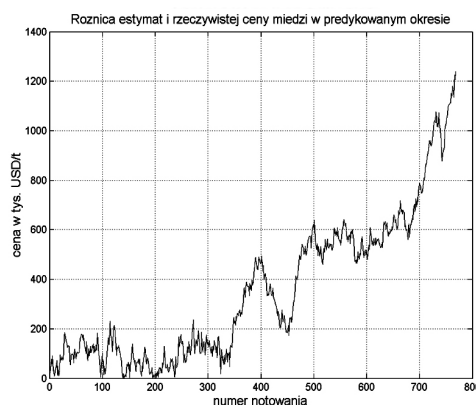
$$VX(t) = 1,142e-005 + 0,84619VX(t-1) + 0,10741e^2(t-1).$$

Posługując się otrzymanymi modelami przeprowadzono symulację, zakładając, że próba testowa wykorzystana do stworzenia modelu GARCH liczyła pierwszych 1500 z 2268 próbek. Dlatego też pozostałe 768 próbek posłużyło jako horyzont predykcji.

Na rysunku 23 przedstawiono porównanie rzeczywistych cen miedzi w tym okresie (2) z cenami otrzymanymi ze stworzonego modelu GARCH. Aby bardziej oddać błąd predykcji, stworzono rysunek 24, na którym zaprezentowano różnicę pomiędzy oboma ciągami losowymi. Widać na nich, że dla pierwszych 200 próbek predykcja przebiega z akceptowalną dokładnością.



Rys. 23. Porównanie estymowanych modelem GARCH (1) i rzeczywistych (2) cen miedzi

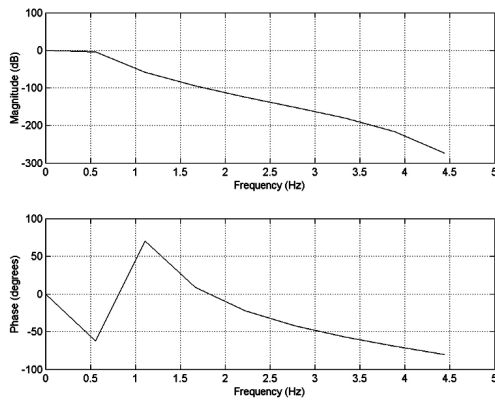


Rys. 24. Błąd predykcji bieżących cen miedzi w okresie 08.12.2000–31.12.2003

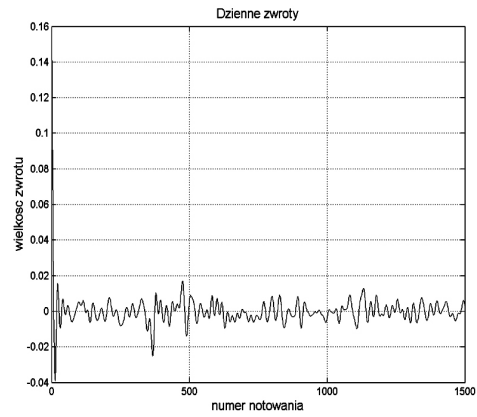
Następnie powtórzono ten sam proces symulacji, ale dla ciągu cen miedzi przefiltrowanego z użyciem filtra LP typu Butterwortha. Jego charakterystyki widmowe pokazano na rysunku 25.

Zanim sporządzono model GARCH takiego sygnału należało zlikwidować widoczne na rysunku 12 niewielkie opóźnienie wnoszone przez ten filtr względem sygnału wejściowego. Empirycznie oszacowano to opóźnienie na pierwszych 20 próbek i tak przesunięty sygnał poddano dopiero analizie GARCH.

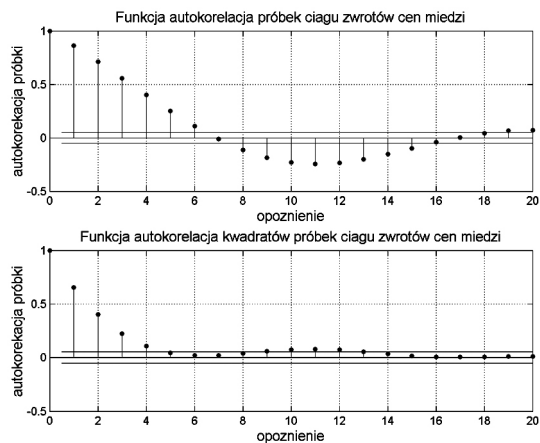
Jak widać z rysunków zarówno 26, jak i 27, po wyeliminowaniu wyższych harmonicznych otrzymany ciąg cen miedzi posiada znacznie lepszą autokorelację ACF niż ciąg bazyowy. Także jego autokorelacja kwadratów próbek umożliwia zastosowanie modelowania GARCH.



Rys. 25. Charakterystyki widmowe użytego filtra Butterwortha



Rys. 26. Wykresy zwrotów otrzymane z ciągu przefiltrowanych (Butterworth) cen miedzi w kontraktach bieżących



Rys. 27. Wykresy autokorelacji przefiltrowanych (Butterworth) zwrotów i kwadratów zwrotów bieżących cen miedzi

W tym przypadku otrzymano następujące modele:

- model GARCH:

$$y(t) = -0,00012824 + e(t),$$

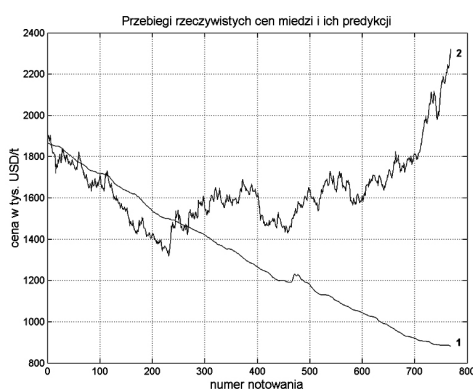
$$VX(t) = 6,8887e-009 + 0,10288VX(t-1) + 0,88959e^2(t-1),$$

– model ARMA:

$$y(t) = -0,00012824 + 0,87175y(t-1) + e(t) + 0,92612e(t-1),$$

$$VX(t) = 6,8887e-009 + 0,10288VX(t-1) + 0,88959e^2(t-1).$$

Jak pokazano na załączonych rysunkach 28 i 29 estymacja oparta na przebiegu przefiltrowanym wykazuje porównywalne błędy predykcji niż błędy estymacji przebiegu nieodfiltrowanego z rysunku 24.

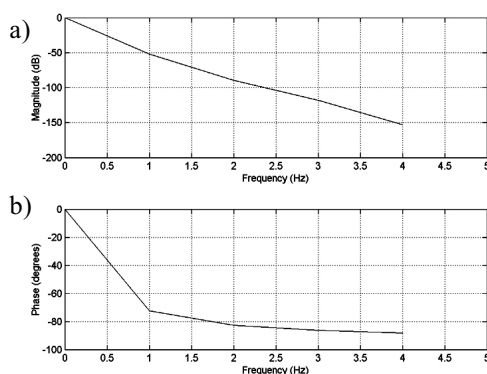


Rys. 28. Porównanie przefiltrowanych filtrem Butterwortha estymowanych (1) i rzeczywistych (2) cen miedzi

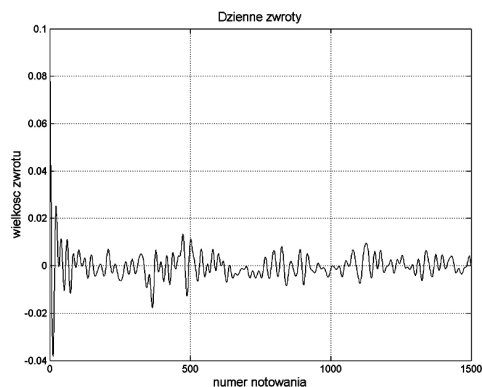


Rys. 29. Błąd predykcji bieżących cen miedzi (filtr Butterwortha) w okresie 08.12.2000–31.12.2003

Na koniec identyczny sposób postępowania zastosowano dla sygnału przefiltrowanego filtrem Czebyszewa I rodzaju. Jego charakterystyki uwidoczniono na rysunkach 30 i 31.

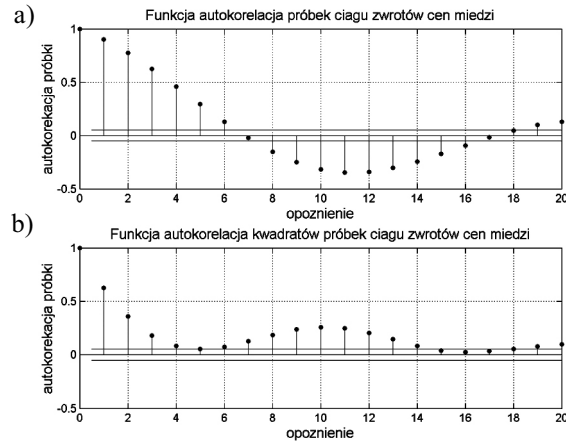


Rys. 30. Charakterystyki widmowe użytego filtra Czebyszewa I rodzaju



Rys. 31. Wykres zwrotów otrzymany z ciągu przefiltrowanych (Czebyszew I) cen bieżących miedzi

Na rysunku 32 otrzymano rezultaty badania funkcji ACF.



Rys. 32. Wykresy autokorelacji przefiltrowanych (Czebyszew I) zwrotów i kwadratów zwrotów bieżących cen miedzi

Jak widać z załączonych wykresów, użycie filtra Czebyszewa I rodzaju daje lepsze rezultaty od filtra Butterwortha ponieważ uzyskany sygnał jest bardziej heteroskedastyczny co uwiadamnia rysunek 30b. Predykcja powinna więc być lepsza. Dla tego sygnału modele GARCH i ARMA przedstawiają się następująco:

- model GARCH:

$$y(t) = -5,9307e-005 + e(t),$$

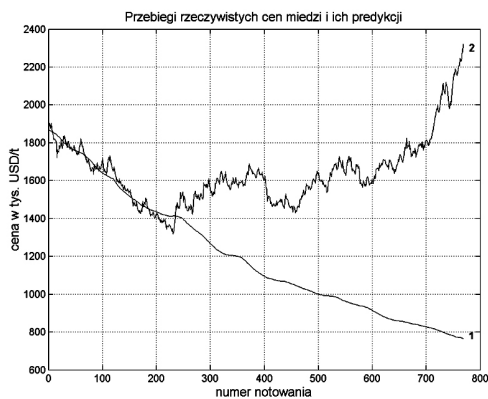
$$VX(t) = 2,1709e-009 + 0,26968VX(t-1) + 0,70698e^2(t-1),$$

- model ARMA:

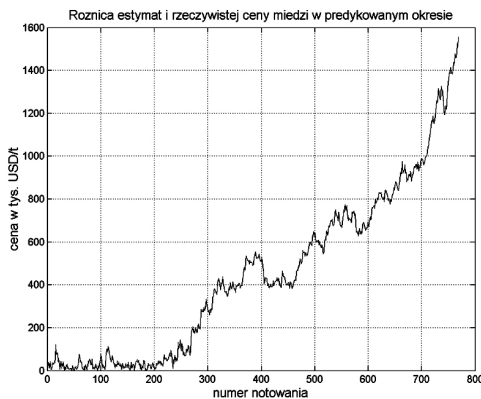
$$y(t) = -5,9307e-005 + 0,94414y(t-1) + e(t) + 0,95443e(t-1),$$

$$VX(t) = 2,1709e-009 + 0,26968VX(t-1) + 0,70698e^2(t-1).$$

Istotnie uzyskany przebieg błędu oszacowania ceny jest lepszy od filtracji Butterwortha (rys. 33), a początkowo nawet lepszy od symulacji opartej na przebiegu nieodfiltrowanym.



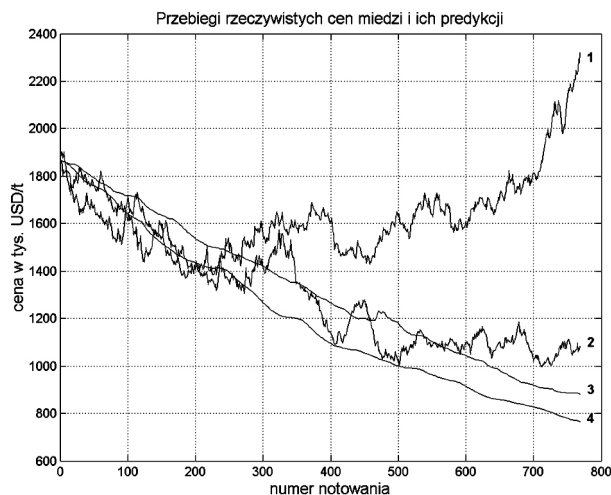
Rys. 33. Porównanie estymat cen miedzi przefiltrowanych filtrem Czebyszewa (1) i cen rzeczywistych (2)



Rys. 34. Błąd predykcji bieżących cen miedzi (filtracja Czebyszewa) w okresie 08.12.2000–31.12.2003

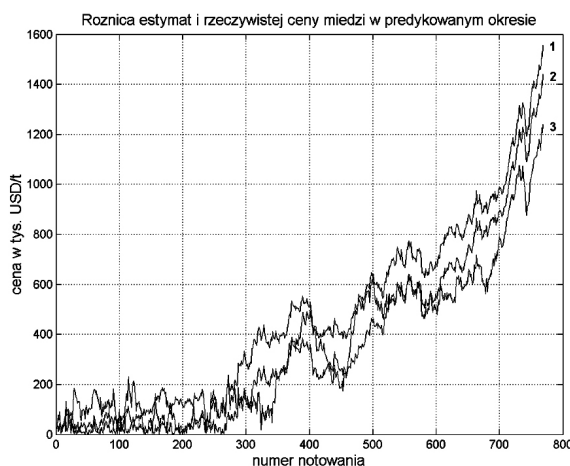
5. Podsumowanie

W tej symulacji użyto jako danych uczących notowań z okresu pięciu lat (03.01.1995–07.12.2000), a następnie przeprowadzono predykcję dla następującego po nim okresu trzyletniego (08.12.2000 – 31.12.2003) (rys. 34) i porównano wyniki symulacji z rzeczywistym przebiegiem cen miedzi, jak to widać na rysunku 35.



Rys. 35. Porównanie z rzeczywistymi notowaniami (1) w okresie 08.12.2000–31.12.2003 predykcji cen miedzi modelem GARCH notowań bez filtracji (2) oraz po filtracji Butterwortha (3) i filtracji Czebyszewa I rodzaju (4)

Jak widać, lepsze rezultaty daje użycie filtra Czebyszewa I rodzaju. Szczególnie na samym początku okresu predykcji jego błędy są lepsze od predykcji opartej na sygnale nieodfiltrowanym. Jednakże oba te filtry powodują usunięcie dosyć istotnych dla dynamiki opisywanego sygnału informacji zawartych w wyższych harmonicznych, że mocno uśredniają uzyskane predykcje w stosunku do przebiegu prognozy nieodfiltrowanej, która z czasem staje się lepsza. W analizowanym tutaj przykładzie wszystkie predyktory po około 300 jednostkach czasu (co tutaj stanowi około roku) tracą zupełnie zdolności wartościowej predykcji, dając błędy oszacowania cen miedzi mierzone w setkach, a nawet większych od tysiącach USD za tonę, jak widać to na rysunku 36. W ramach pierwszych 200 próbek wszystkie rezultaty są jednak bardzo dobre.



Rys. 36. Porównanie błędów predykcji bieżących cen miedzi z zastosowaniem filtracji Czebyszewa I rodzaju (1), filtracji Butterwortha (2) oraz bez filtracji (3) w okresie 08.12.2000–31.12.2003

Literatura

- [1] Gouriéroux, C.: *ARCH Models and Financial Applications*. Springer-Verlag 1997
- [2] Baillie R.T., Bollerslev T.: *Prediction in Dynamic Models with Time-Dependent Conditional Variances*. Journal of Econometrics, vol. 52, 1992, 91–113
- [3] Brockwell P.J., Davis R.A.: *Introduction to time series and forecasting*. Springer-Verlag, 2002
- [4] Zakoian M.: *Threshold Heteroscedastic Models*. Journal of Economic Dynamics and Control, 18, 1994, 931–955
- [5] Nelson B.: *Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach*. Econometrica, 59, 1991, 347–370
- [6] Doman M.: *Prognozowanie zmienności polskich indeksów giełdowych za pomocą modeli GARCH przy użyciu danych wysokiej częstotliwości*. Acta Universitatis Lodzensis, Folia Oeconomica 177, 2004, 293–311
- [7] Doman M.: *Rozkłady statystyki BDS standaryzowanych reszt modeli GARCH zwrotów indeksów GPW w Warszawie*. Zeszyty Naukowe, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, 41, 2004, 162–178