

AKADEMIA GÓRNICZO – HUTNICZA  
WYDZIAŁ INŻYNIERII MECHANICZNEJ I ROBOTYKI

ROZPRAWA DOKTORSKA  
mgr inż. Tomasz Kuźmierowski

**POZYCJONOWANIE EFEKTORA  
MANIPULATORA PRZESTRZENNEGO  
RÓWNOLEGŁEGO  
Z MECHATRONICZNYM  
NAPĘDEM PODPÓR**

Promotor

prof. dr hab. inż. Franciszek Siemieniako

KRAKÓW 2007

*Składam gorące podziękowanie:*

***Panu prof. dr hab. inż. Franciszkowi Siemieniace,**  
mojemu promotorowi, za opiekę naukową i liczne sugestie  
oraz za mobilizowanie mnie do ukończenia tej pracy*

***Panu prof. dr hab. inż. Światosławowi Karpowiczowi**  
za zasugerowanie tematu pracy*

*Szczególne podziękowanie składam:*

***Moim Najbliższym, Żonie Kasi oraz Córkom Zuzi i Ani**  
za wyrozumiałość, cierpliwość i duchowe wsparcie  
udzielane mi podczas pisania tej pracy*

***Moim Rodzicom, Zofii i Jerzemu**  
którzy zapewнили mi wykształcenie  
i nie przestali pokładać we mnie nadziei*

## SPIS TREŚCI

<b>1. WSTĘP .....</b>	<b>6</b>
1.1. Charakterystyka manipulatorów równoległych przestrzennych.....	6
1.2. Układ pracy .....	8
<b>2. PRZEGLĄD LITERATURY I STANU DOTYCHCZASOWYCH OSIĄGNIĘĆ Z ZAKRESU MANIPULATORÓW RÓWNOLEGLYCH PRZESTRZENNYCH .....</b>	<b>11</b>
2.1. Początki rozwoju mechanizmów o konstrukcji równoległej.....	11
2.2. Przegląd obecnych zastosowań konstrukcji równoległych przestrzennych .....	13
2.2.1. Konstrukcje oparte na platformie D. Stewarta i E. V. Gough'a.....	14
2.2.2. Konstrukcje typu Delta, Tripod i Hexapod .....	16
2.2.3. Konstrukcje równoległe sferyczne .....	21
2.2.4. Konstrukcje typu Triplanar.....	22
2.3. Sposoby opisu struktur manipulatorów równoległych .....	24
2.4. Pozycjonowanie manipulatorów równoległych w aspekcie projektowania inżynierskiego.....	25
2.5. Rozwiązanie zadania odwrotnego i prostego kinematyki .....	30
2.6. Zadanie planowania trajektorii .....	32
2.7. Osobliwości występujące w pracy manipulatorów równoległych .....	36
2.8. Napędy elektryczne i sterowanie stosowane w manipulatorach równoległych .....	37
<b>3. TEZY I ZAKRES PRACY .....</b>	<b>39</b>
<b>4. KONSTRUKCJA MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR PRZYJĘTA DO BADAŃ .....</b>	<b>43</b>
<b>5. MODEL MATEMATYCZNY MANIPULATORA WE WSPÓLRZĘDNYCH ABSOLUTNYCH.....</b>	<b>45</b>
<b>6. ANALIZA PARAMETRÓW RUCHU I ALGORYTMY ROZWIĄZAŃ ZADAŃ KINEMATYKI MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR .....</b>	<b>48</b>
6.1. Położenie efektora w funkcji położenia podpór - rozwiązanie zadania prostego kinematyki .....	48
6.2. Pozycja podpór w funkcji położenia efektora - rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki .....	50
6.2.1. Algorytm przekształcenia opisu z postaci układu lokalnego efektora do opisu wyrażonego współrzędnymi trzech punktów.....	52
6.2.2. Metoda przekształceń wektorowych rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki...55	
6.2.3. Macierzowy zapis konfiguracji mechanizmu – metoda transformacji macierzowej rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki.....	61

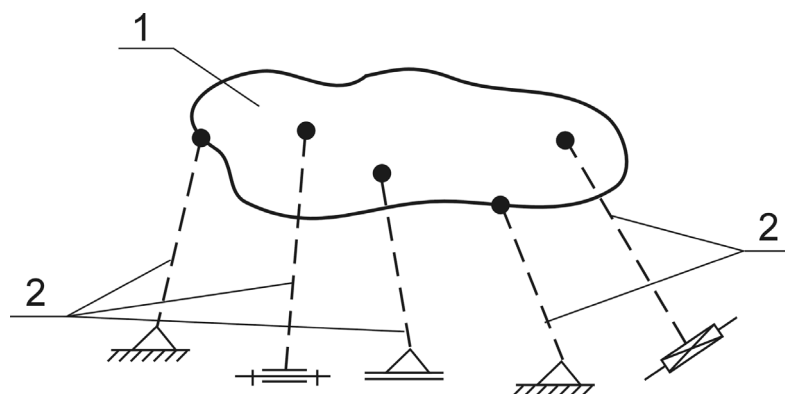
6.3. Strefa robocza efektor manipulatora Triplanar .....	63
6.3.1. Strefa robocza wynikająca ze zmian orientacji efektor .....	64
6.3.2. Wielkość powierzchni podstawy zapewniająca pełną strefę roboczą efektor .....	67
6.3.3. Minimalne wymiary efektor eliminujące położenia osobliwe .....	69
6.4. Analiza dokładności pozycjonowania efektor .....	70
6.5. Zadanie planowania trajektorii i wyznaczania parametrów ruchu efektor manipulatora typu Triplanar .....	72
6.7. Trajektorie podpór napędowych i ich parametry ruchu .....	80
<b>7. PROGRAMY DO BADAŃ SYMULACYJNYCH PARAMETRÓW MANIPULATORA .....</b>	<b>82</b>
7.1. Wyznaczanie pozycji podpór – program „Triplanar – położenie” .....	82
7.2. Wyznaczenia strefy roboczej efektor – program „Triplanar – strefa robocza” .....	89
7.3. Wyznaczanie dokładności położenia – oprogramowanie „Triplanar – Niedokładność” ...	93
7.4. Wyznaczanie toru liniowego i wizualizacja zmiany położenia manipulatora – oprogramowanie „Triplanar – Dwa położenia” .....	98
7.5. Rozwiązanie zadania planowania trajektorii manipulatora – oprogramowanie „Triplanar –Trajektorie” .....	102
<b>8. BADANIA SYMULACYJNE .....</b>	<b>111</b>
8.1. Cel i zakres badań symulacyjnych .....	111
8.2. Wyniki badania strefy roboczej efektor .....	112
8.2.1. Strefa robocza w funkcji wysokości punktu pracy efektor .....	113
8.2.2. Strefa robocza efektor w odniesieniu do powierzchni efektywnej efektor .....	114
8.2.3. Strefa robocza przy minimalnych wymiarach efektor trójkątnego i sześciokątnego .....	115
8.2.4. Wnioski z badań symulacyjnych strefy roboczej .....	116
8.3. Wyniki badań dokładności pozycjonowania efektor .....	118
8.3.1. Zakres badań .....	118
8.3.2. Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór dla poszczególnych stref $S_H$ .....	120
8.3.3. Wpływ wielkości efektor i wysokości punktu pracy na wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania .....	121
8.3.3. Wpływ długości gałęzi kinematycznej i wysokości punktu pracy na wartość dopuszczalnego błędu .....	124
8.4. Wyniki badania realizacji trajektorii manipulatora .....	125
8.4.1. Trajektorja po linii prostej. Prędkość początkowa i końcowa zerowa .....	126
8.4.2. Obrót efektor wokół osi obrotu przechodzącej przez jego środek .....	127
8.4.3. Trajektorja wykorzystana w procesie technologicznym montażu .....	128

<b>9. BADANIA STANOWISKOWE .....</b>	<b>132</b>
9.1. Określenie zadań i zakresu badań stanowiskowych .....	132
9.2. Opis konstrukcji i sterowania manipulatorem typu Triplanar .....	134
9.2.1. Płaska mechatroniczna podpora aerostaticzna.....	136
9.2.2. Elementarny moduł elektromagnetyczny .....	137
9.2.3. Karta kontrolera (sterownika) podpory mechatronicznej .....	137
9.3. Opis stanowiska badawczego .....	139
9.4. Sterowanie układem pomiarowym i zbieranie danych – oprogramowanie „Triplanar – Pomiary” .....	141
<b>10. WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH I WERYFIKACJA WYNIKÓW   SYMULACJI KOMPUTEROWEJ .....</b>	<b>143</b>
10.1. Wyniki i porównanie pomiarów położenia efektora oraz pozycji podpór napędowych.....	144
10.2. Wyniki i porównanie pomiarów strefy roboczej efektora .....	146
10.3. Wyniki i porównanie pomiarów dokładności pozycjonowania podpór .....	148
<b>11. PODSUMOWANIE.....</b>	<b>154</b>
11.1. Wnioski z badań i opracowane algorytmy unikania położzeń osobliwych.....	154
11.2. Podsumowanie pracy .....	155
11.3. Kierunki dalszych badań .....	157
<b>SPIS ZAŁĄCZNIKÓW NA CD.....</b>	<b>158</b>
<b>LITERATURA .....</b>	<b>159</b>
<b>ZAŁĄCZNIKI.....</b>	<b>165</b>

## 1. WSTĘP

### 1.1. Charakterystyka manipulatorów równoległych przestrzennych

Manipulatory równoległe (parallel manipulators) są mechanizmami o strukturze zamkniętych łańcuchów kinematycznych (rysunek 1.1). Człon bierny (efektor) (1) połączony jest z nieruchomą podstawą za pomocą zbioru równoległych członów pośrednich, zwanych gałęziami (2) [49]. Wyróżnia się manipulatory równoległe płaskie i przestrzenne. W manipulatorach równoległych płaskich człon bierny posiada od jednego do trzech stopni swobody (obrót i przesunięcia na płaszczyźnie). Efektor mechanizmu równoległego przestrzennego ma zwykle od dwóch do sześciu stopni swobody.



*Rys.1.1. Model manipulatora równoległego 1- efektor (człon bierny), 2-gałąź kinematyczne*

Głównymi zaletami wynikającymi ze struktury manipulatorów równoległych zarówno płaskich jak i przestrzennych, są:

- bardzo korzystny współczynnik maksymalnego obciążenia mechanizmu do masy własnej wynikający z równomiernego rozłożenia obciążenia członu biernego na podstawę przez niezależnie łańcuchy kinematyczne (gałęzie),
- wymagana mniejsza moc napędów niż w manipulatorach o strukturze szeregowej, gdyż poszczególne gałęzie są mniej obciążone,
- dobre właściwości dynamiczne dzięki małej masie członów, a przez to małej ich bezwładności. To pociąga za sobą możliwość uzyskiwania większych prędkości

i przyśpieszeń. Wpływ na to ma również możliwość umieszczenia układów napędowych przy podstawie,

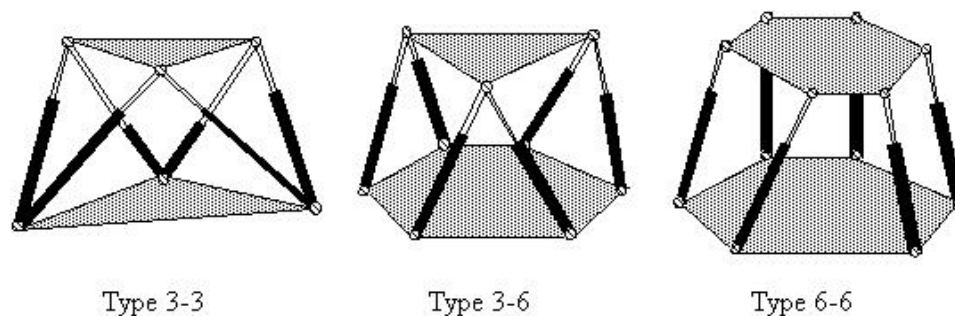
- wysoka sztywność konstrukcji pozwala zachować dużą dokładność pozycjonowania efektora.

Od strony analizy kinematycznej należy zauważyć, że zaletą manipulatorów równoległych jest łatwe i jednoznaczne rozwiązanie zadania odwrotnej kinematyki i rozwiązanie zadania prostego dynamiki.

Główne wady tych manipulatorów to:

- mała strefa robocza (w porównaniu z manipulatorami o strukturze otwartej), zależna od konstrukcji łańcuchów kinematycznych łączących efektor z podstawą,
- występowanie wewnątrz strefy roboczej położenia osobliwych, tzn. takich, w których wpływ na parametry ruchu efektora jest utrudniony lub wręcz niemożliwy.

Manipulatory równoległe znalazły zastosowanie wszędzie tam, gdzie wymagane jest uzyskiwanie dużych dokładności pozycjonowania i orientowania obiektów o dużych masach własnych. Duża sztywność i dokładność pozwala stosować te manipulatory w mechanice precyzyjnej i nowoczesnej medycynie, w skomplikowanych operacjach ważnych narządów życiowych (np. prowadzenie skalpela laserowego do operacji serca bądź oka ludzkiego). W dynamicznie rozwijającej się medycynie można je również stosować w zyskujących coraz większą popularność operacjach na odległość [78][79]. Manipulatory równoległe typu DELTA i HEXA stosowane są jako urządzenia prowadzące oraz chwytaki narzędzi i obiektów. Manipulatory równoległe występują również w przemyśle jako elementy orientujące i pozycjonujące przedmiot w wyspecjalizowanych obrabiarkach (np. obrabiarki OCTOHEDRAL-HEXAPOD i VARIAX), w zautomatyzowanych liniach montażowych i pomiarowych oraz wszędzie tam, gdzie decydujące znaczenia mają zalety jakie posiadają.



*Rys.1.2. Przykłady struktur manipulatora zwanego platformą Stewarta*

Projektanci manipulatorów równoległych bardzo chętnie wykorzystują jako bazę strukturę manipulatora zwanego „Platformą Stewarta - Gough'a”. Jest to manipulator o stałych punktach podparcia i zmiennej długości członów pośredniczących. Rysunek 1.2 przedstawia przykładowe struktury bazujące na konstrukcji platformy Stewarta. Efektory takich manipulatorów mają od trzech do sześciu stopni swobody.

## 1.2. Układ pracy

W niniejszej pracy będzie przeprowadzona analiza strukturalna manipulatorów równoległych przestrzennych oraz zostaną podjęte badania nad kinematyką manipulatora będącego modyfikacją "platformy Stewarta-Gougha". Modyfikacja będzie polegała na wprowadzeniu mechatronicznych napędów w postaci par przesuwnych płaskich (IV klasy). Przewiduje się, że modyfikacja manipulatora spowoduje znaczne powiększenie strefy roboczej efektora. Szczególną uwagę poświęcono problemowi bezkolizyjnej pracy podpór poruszających się na jednej płaszczyźnie

W pierwszym rozdziale pracy przedstawiono stan obecnych badań prowadzonych na świecie i w Polsce w zakresie konstrukcji i sterowania manipulatorów równoległych ze szczególnym uwzględnieniem mechanizmów przestrzennych. Opisano w nim dotychczasowe osiągnięcia z zakresu metod planowania trajektorii efektorów i określania ich strefy roboczej. Omówiono rodzaje napędów i stosowane algorytmy sterowania. W dalszej części znajduje się analiza podejścia inżynierskiego do procesu projektowania, budowania, planowania zadań i programowania manipulatorów przestrzennych równoległych. Większość dotyczy manipulatorów typu Delta, Hexapod, Tripod i platformy Stewarta-Gough'a, gdyż tego rodzaju konstrukcje znalazły szerokie zastosowanie w przemyśle maszynowym.

Studium literatury (rozdział 2) pozwoliło sformułować tezę i wynikający z niej zakres niniejszej pracy (rozdział 3).

W rozdziale 4 zaprezentowano wybraną do dalszych badań konstrukcję manipulatora typu Triplanar.

Mając określony przedmiot i zakres badań przystąpiono do realizacji celu. W rozdziale 5 przedstawiono model matematyczny, rozwiązanie zadania prostego i odwrotnego kinematyki

z użyciem metod analitycznych (wektorowej i transformacji macierzowej) oraz przeprowadzono analizę parametrów ruchu i strefy roboczej efektora badanego mechanizmu.

Analizę wektorową przeprowadzono opierając się na modelu matematycznym opracowanym przez prof. Ś. Karpowicza. Model ten był stosowany w pierwszej fazie pracy do analizy kinematycznej manipulatora. W obliczeniach numerycznych skuteczniejszym narzędziem okazała się metoda transformacji macierzowej, opracowana przez autora niniejszej pracy.

W rozdziale 6 przedstawiono opracowane algorytmy wyznaczania pozycji podpór manipulatora w funkcji położenia efektora. Zaprezentowano sposoby generowania trajektorii przejścia manipulatora pomiędzy dwoma zadanymi położeniami. Opisano algorytm wyznaczania strefy roboczej efektora i zakresy wychyleń kątowych efektora dla określonej wysokości punktu pracy.

Na podstawie opracowanych w rozdziale 6 algorytmów stworzono programy komputerowe do przeprowadzania badań symulacyjnych, opisane w rozdziale 7. Stworzone oprogramowanie jest moim autorskim opracowaniem. Pozwoliło ono zbadać możliwości ruchowe manipulatora, określić strefę roboczą i dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór napędowych przy założonych dokładnościach pozycjonowania i orientowania efektora.

Rozdział 8 zawiera opis przeprowadzonych badań symulacyjnych, wykonanych z użyciem stworzonych i przedstawionych w rozdziale 7 programów komputerowych. W rozdziale tym zawarto wyniki symulacji i opisano wyciągnięte z nich wnioski. Spostrzeżenia z symulacji posłużyły jako wytyczne do budowy modelu manipulatora wykorzystanego do badań stanowiskowych.

W rozdziale 9 zamieszczono opis konstrukcji modelu manipulatora typu Triplanar, zasadę jego pracy i sposób sterowania użytych napędów mechatronicznych. Omówiono budowę stanowiska badawczego oraz opisano stworzone oprogramowanie do sterowania napędami układów pomiarowych oraz zbierania wyników pomiarów. W rozdziale tym opisano wybrane konfiguracje do badań oraz omówiono proces planowania i przeprowadzania badań stanowiskowych.

Wyniki pomiarów stanowiskowych i weryfikację wyników symulacji komputerowej zawarto w rozdziale 10. Przeprowadzona weryfikacja potwierdziła poprawność użytego do symulacji modelu matematycznego i wykazała słuszność zastosowanych założeń i algorytmów do rozwiązywania zadania odwrotnej kinematyki. Badania stanowiskowe

potwierdziły przydatność stworzonego oprogramowania autorskiego jako narzędzia pracy inżyniera planującego zadania dla manipulatora równoległego typu Triplanar.

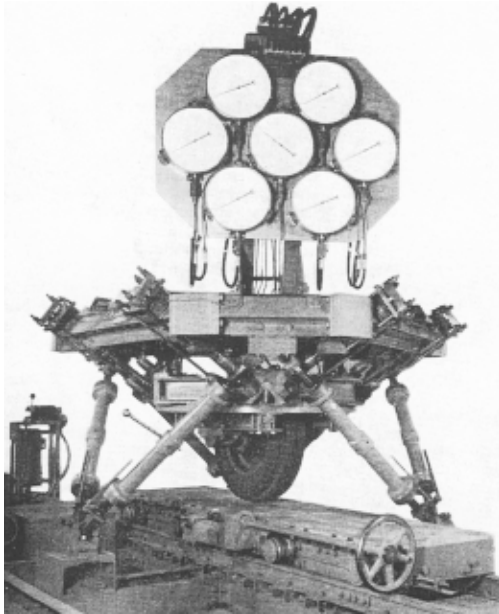
Rozdział 11 zawiera wnioski z badań i prezentuje algorytmy unikania przez manipulator położeń osobliwych podczas realizacji zaplanowanej trajektorii ruchu. Opracowane algorytmy są wynikiem dogłębnej analizy pracy manipulatora i wniosków wyciągniętych z symulacji potwierdzonych badaniami stanowiskowymi. Przedstawiają drogę postępowania mającą na celu między innymi niedopuszczenie wyjścia efektora poza jego dopuszczalną strefę roboczą. W rozdziale tym zawarto podsumowanie całości rozważań, w którym podkreślono prawdziwość tez postawionych przez autora na początku pracy.

## **2. PRZEGLĄD LITERATURY I STANU DOTYCHCZASOWYCH OSIĄGNIĘĆ Z ZAKRESU MANIPULATORÓW RÓWNOLEGLYCH PRZESTRZENNYCH**

Większość publikacji omawiających teorię manipulatorów przestrzennych dotyczy mechanizmów o strukturze szeregowej. Analizie manipulatorów równoległych przestrzennych w literaturze polskiej poświęcono o wiele mniej miejsca. Więcej publikacji dotyczących robotów o strukturze równoległej można znaleźć w literaturze zagranicznej. W rozdziale tym przedstawione będą informacje o obecnych badaniach nad mechanizmami o kinematyce równoległej, prowadzone w Polsce i za granicą. W dalszej części przeanalizowano opisane w literaturze procesy projektowania, budowania, planowania zadań i programowania manipulatorów przestrzennych równoległych.

### **2.1. Początki rozwoju mechanizmów o konstrukcji równoległej**

Pierwsze mechanizmy równoległe opisał Maxwell już w 1890 roku [45]. Kolejne konstrukcje Jamesa E. Gwinnetta opatentowane w 1931 roku [14], oraz L. Willarda i V. Pollarda, opatentowane w 1942 roku [57], znalazły zastosowanie w przemyśle i zapoczątkowały szersze zainteresowanie inżynierów i naukowców konstrukcjami równoległymi, zarówno płaskimi jak i przestrzennymi. Zaprojektowane w 1947 r przez E. V. Gougha i zrealizowane w 1955r stanowisko do badania opon firmy Dunlop, przedstawione na rysunku 2.1a. [10], stało się pierwowzorem dla konstrukcji manipulatorów równoległych zwanych, Hexapodami. Rysunek 2.1.b przedstawia współczesną maszynę do badań opon opartą na projekcie Gougha.



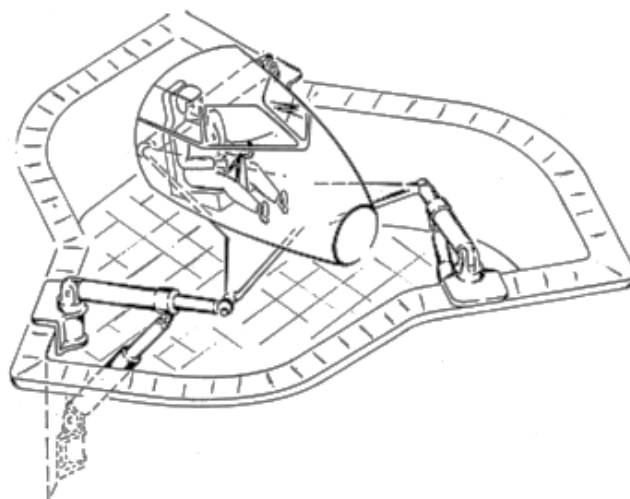
a)



b)

**Rys.2.1.** Pierwsze konstrukcje równoległe przestrzenne (a) Stanowisko do badania opon E.V.Gougha  
(b) Mechanizm o strukturze Platformy Stewarta

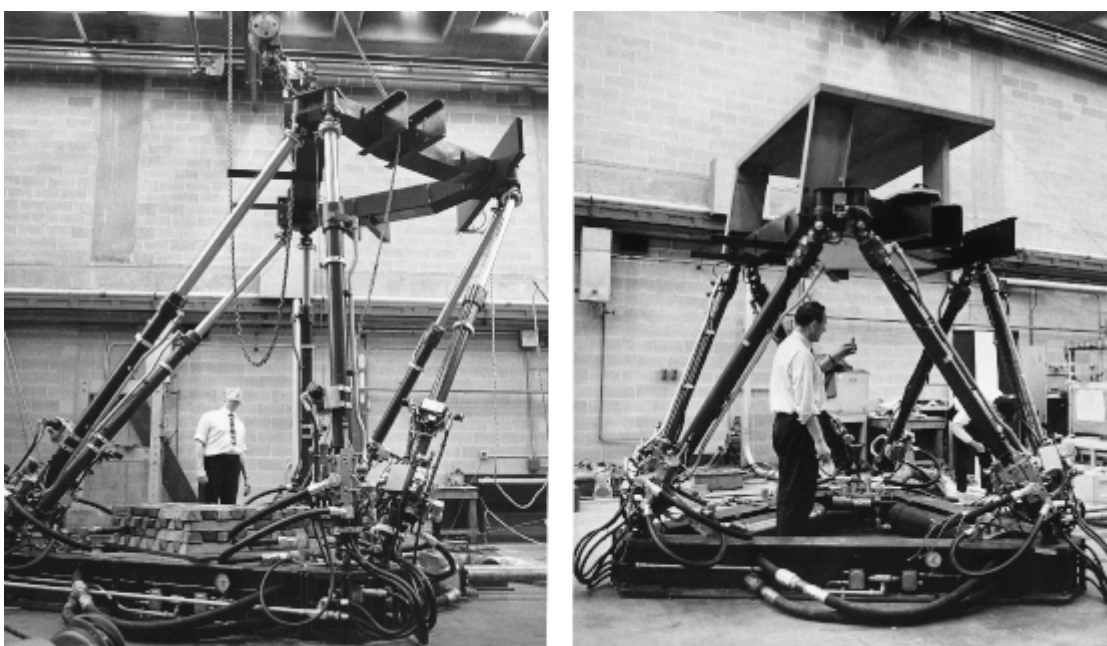
W 1965r. D. Stewart opublikował pracę [63] opisującą platformowy manipulator równoległy o sześciu stopniach swobody, zaprojektowany jako symulator lotniczy. Schemat strukturalny Platformy Stewarta przedstawiono na rysunku 2.2.



**Rys.2.2.** Schemat platformy autorstwa D. Stewarta

Równoległe z D. Stewartem i E. V. Goughem nad manipulatorami równoległymi pracował Klaus Cappel, który w 1967 roku opatentował konstrukcję hexapodu [2] podobnego do mechanizmu Gougha lecz posiadającego sześć stopni swobody (rysunek 2.3). Jednym z pierwszych zbudowanych symulatorów lotu był symulator lotniczy skonstruowany przez firmy Sikorsky, a oparty na hexapodzie Cappela.

Chociaż budowane obecnie manipulatory i symulatory lotu wykorzystują różne odmiany struktur równoległych wzorujących się w równej mierze na konstrukcjach E.V.Gougha, D. Stewarta oraz K. Cappela, to konstrukcje tego typu znane są pod określeniem platformy Stewarta-Gougha lub platformy Stewarta.



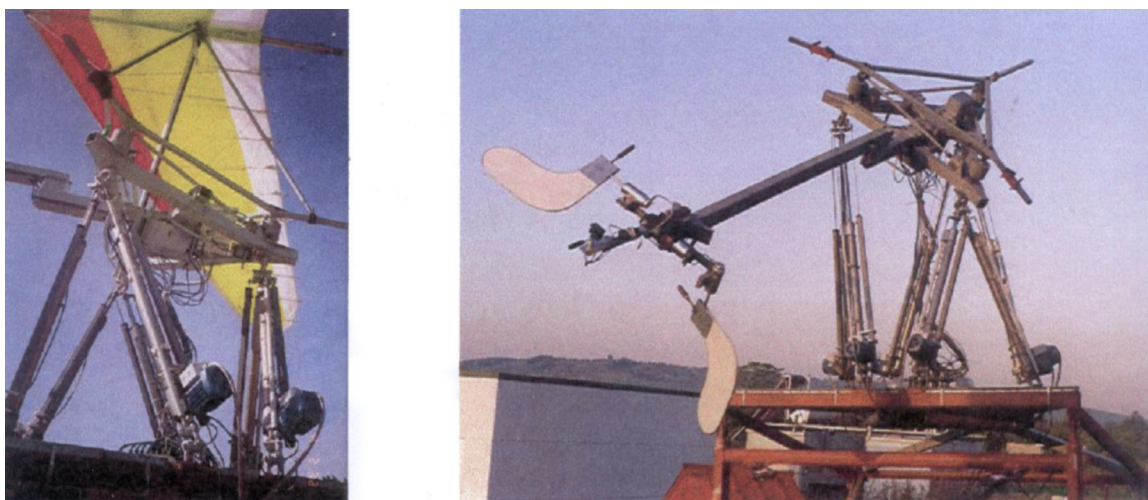
*Rys.2.3. Konstrukcja hexapodu K. Cappela z 1960 i 1967 r.*

## **2.2. Przegląd obecnych zastosowań konstrukcji równoległych przestrzennych**

W celu określenia przedmiotu badań (struktury i budowy manipulatora przestrzennego) przeanalizowano konstrukcje równoległe przestrzenne mające napęd przede wszystkim mechatroniczny lub elektryczny. Przedstawiono również niektóre rozwiązania z napędem pneumatycznym lub hydraulicznym.

### 2.2.1. Konstrukcje oparte na platformie D. Stewarta i E. V. Gougha

Konstrukcje, których budowa wzorowana jest na platformie Stewarta lub Gougha, bardzo często wykorzystywane są w przemyśle lotniczym i motoryzacyjnym jako platformy do symulatorów pracy i działania maszyn latających i jeżdżących. Przykładem tego rodzaju konstrukcji jest skonstruowany na uniwersytecie Bingen w Stanach Zjednoczonych symulator prototypowych maszyn latających (rysunek 2.4.), oparty na konstrukcji równoległej z napędem elektrycznym [84]. Konstrukcja ta pozwala badać awionikę, sterowanie i zachowanie modeli i prototypów maszyn latających bez odrywania ich od ziemi. Platforma, do której przymocowywany jest model ma sześć stopni swobody.



*Rys. 2.4. Symulator do badania prototypowych maszyn latających*

Napęd elektryczny posiada również symulator jazdy samochodem, zbudowany na Uniwersytecie w Wurzburgu i oparty na zmodyfikowanej platformie Stewarta.

W symulatorach lotniczych posiadających ambony o znacznej masie budowane są konstrukcje z napędem hydraulicznym. Przykładem tego typu konstrukcji jest symulator lotniczy firmy Lufthansa, przedstawiony na rysunku 2.5 oraz symulator helikopterów firmy Thales Training & Simulation, pokazany na rysunku 2.6 [68]. Napęd hydrauliczny pozwala przenieść o wiele większe obciążenia przy tej samej masie własnej manipulatora.

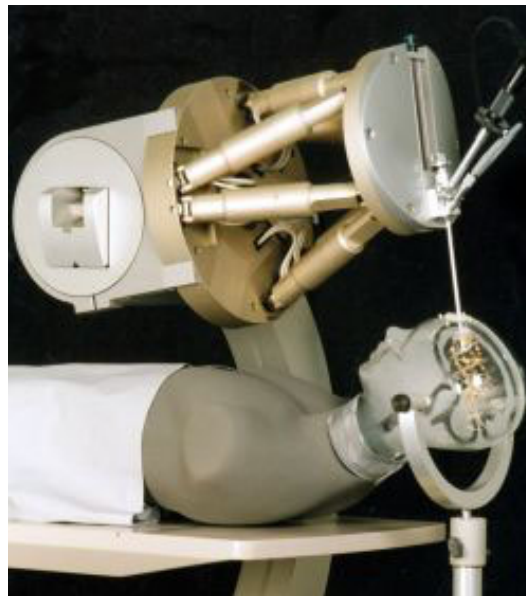


*Rys. 2.5. Symulatory lotniczy firmy Lufthansa*



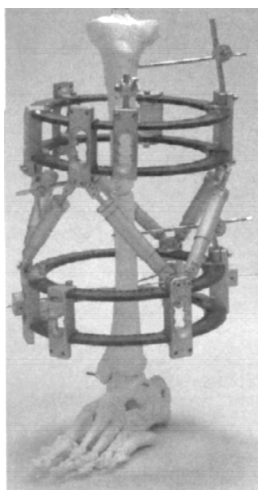
*Rys. 2.6. Symulator helikoptera firmy Thales Training & Simulation*

Mechanizmy równoległe z napędem elektrycznym znalazły szerokie zastosowanie w medycynie. Bardzo często wykorzystuje się je do pozycjonowania wiązki lasera podczas operacji. W robocie medycznym firmy PI [78], [79], przedstawionym na rysunku 2.7, opartym na platformie Gough'a, zastosowano napędy piezoelektryczne.

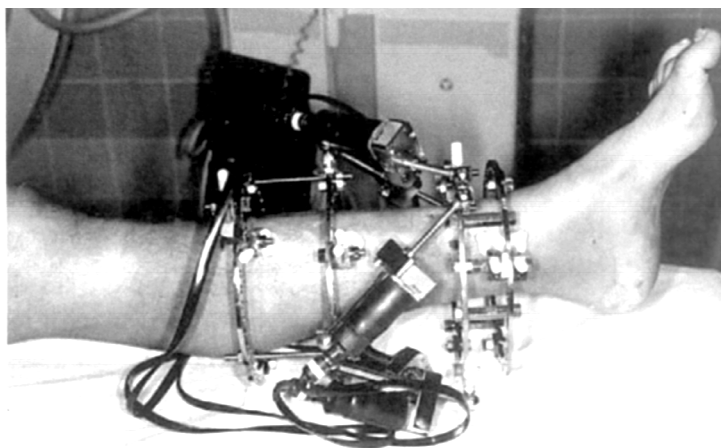


*Rys.2.7. Robot medyczny firmy PI*

Konstrukcje równoległe stosowane w ortopedii medycznej posiadają platformy w kształcie pierścieni. Pozwalają one precyzyjnie ustawić pozycję i orientację składanych kości. Konstrukcje tego typu mogą wykorzystywać elektryczne człony napędowe sterowane komputerem (rysunek 2.8.a [85]) lub gałęzie łączące pierścienie w postaci śrub rzymskich [86] (rysunek 2.8.b).



a)



b)

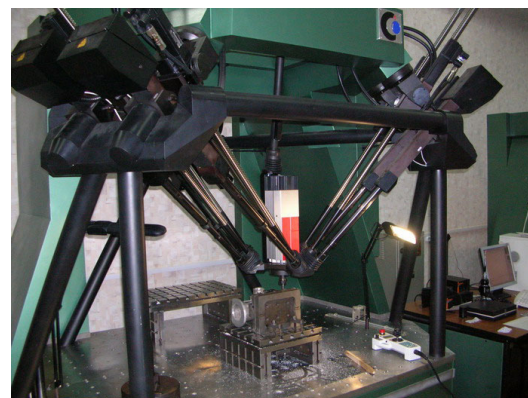
*Rys.2.8. Manipulatory ortopedyczne z napędem a) elektrycznym b) mechanicznym*

### 2.2.2. Konstrukcje typu Delta, Tripod i Hexapod

Konstrukcje równoległe typu Hexapod i Tripod o sześciu stopniach swobody oraz Delta o trzech stopniach swobody, dzięki dużej dokładności pozycjonowania, znalazły zastosowanie w technice pomiarowej, montażowej oraz jako obrabiarki w procesach technologicznych. Budowę prętową równoległą wykorzystuje maszyna pomiarowa KIM-100 i frezarka TM rosyjskiej firmy Laptic [75] (rys. 2.9 a i b.). Efektor frezarki ma sześć stopni swobody.



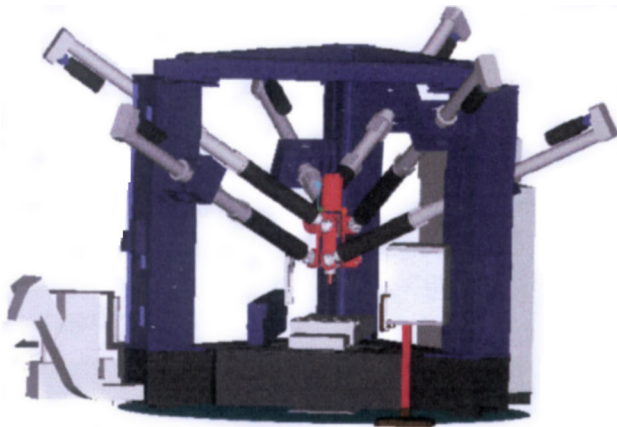
a)



b)

*Rys.2.9. a) Maszyna pomiarowa firmy Laptic b) Frezarka firmy Laptic*

Konstrukcje z kinematyką równoległą wykorzystuje się do budowy frezarek o sześciu stopniach swobody. Najczęściej można spotkać dwa rodzaje obrabiarek wykorzystujących manipulatory równoległe. W pierwszym przedmiot jest mocowany na nieruchomym stole a narzędzie obróbcze zamocowane na efektorze mechanizmu równoległego ma 6 stopni swobody. Przykładem tego rodzaju obrabiarki jest frezarskie centrum obróbcze Mikromat 6X [76], przedstawione na rysunku 2.10. Obrabiarka ta posiada sześć elektrycznych członów napędowych, których przeguby łączące je z efektorzem umieszczono na różnych płaszczyznach.



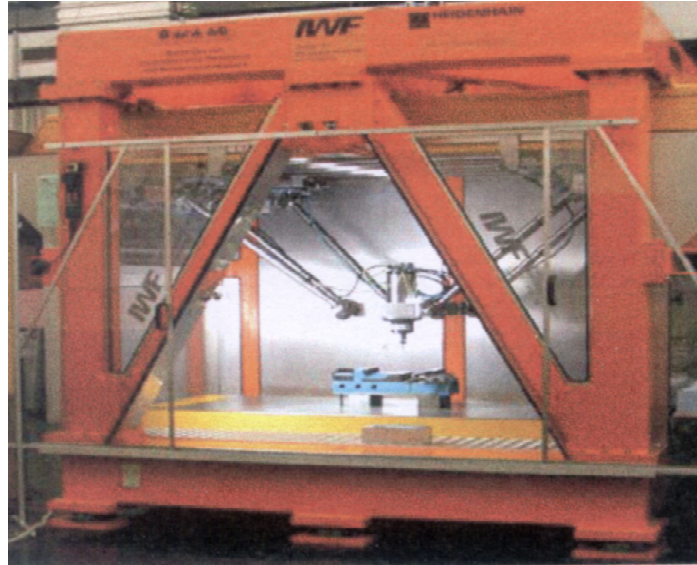
*Rys.2.10. Centrum frezarskie Mikromat 6X*



*Rys.2.11. Stół frezarski firmy Hexel*

Inny rodzaj obrabiarek wykorzystuje ruchomy stół montażowy w postaci platformy o konstrukcji wzorowanej na mechanizmach Sterwarta–Gouhga i nieruchomo zamocowane narzędzie (frez). Stoły takie można w prosty sposób adaptować do istniejących obrabiarek sterowanych numerycznie. Tego rodzaju stół frezarski firmy Hexel [73] przedstawiono na rysunku 2.11. Stół montażowy połączony jest z elektrycznymi napędami poprzez podwójne przeguby sferyczne.

Przykładem obrabiarki wykorzystującej liniowe silniki krokowe jest obrabiarka typu Hexaglide [16], [74]. Obrabiarka ta przedstawiona jest na rysunku 2.12. Element wykonawczy charakteryzuje się sześcioma stopniami swobody, a ruch liniowy napędów przekazywany jest na efektor za pomocą gałęzi biernych połączonych z efektorzem przegubami Cardana. Zastosowanie silników krokowych pozwoliło wyeliminować układy pomiaru położenia z jednoczesnym zachowaniem wysokich parametrów pozycjonowania.



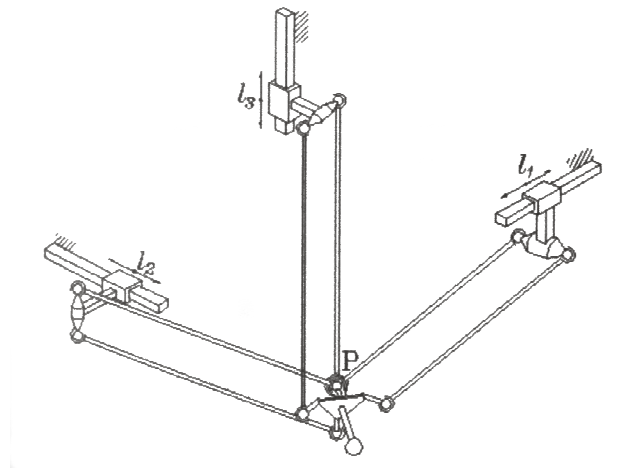
*Rys.2.12. Obrabiarka typu Hexaglide*

Prototyp frezarki z efektorom o trzech stopniach swobody opracowano na Politechnice Wrocławskiej w Instytucie Technologii Maszyn i Automatykacji pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Tomasza Kocha [26]. Mechanizm ten przedstawiony na rysunku 2.13 zaopatrzono w trzy człony aktywne z napędem elektrycznym i trzy człony bierne, zapewniające stabilność platformy. Człony napędowe wykorzystują połączenia w postaci przegubów Cardana, a człony bierne – połączenie w postaci przegubów obrotowych.



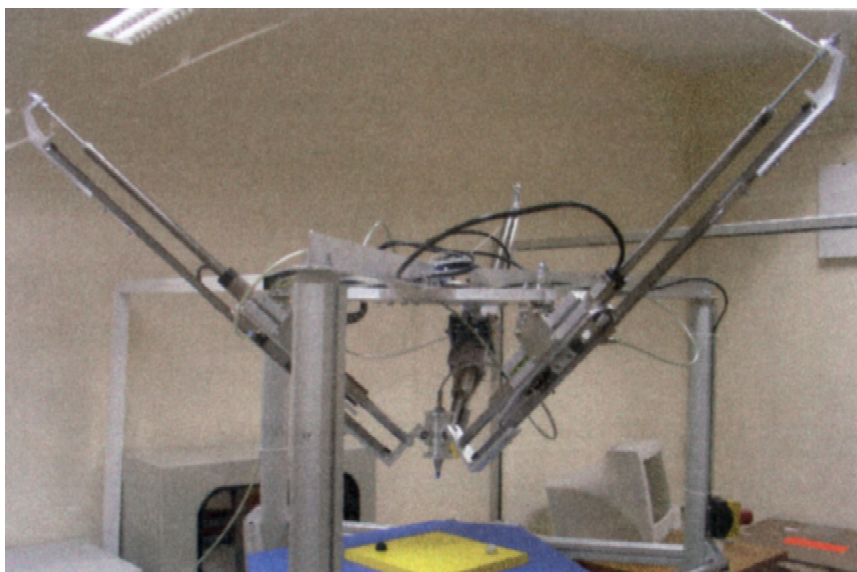
*Rys.2.13. Model frezarki „Pająk” Politechniki Wrocławskiej*

W Instytucie Techniki Lotniczej i Mechaniki Stosowanej Politechniki Warszawskiej opracowano pod kierunkiem dr inż. Krzysztofa Mianowskiego, manipulator POLMAN-3X2 [46]. Model tego robota (rysunek 2.14), zaprojektowanego do wspomagania operacji neurochirurgicznych, posiada liniowe człony napędowe połączone z podwójnymi członami biernymi.



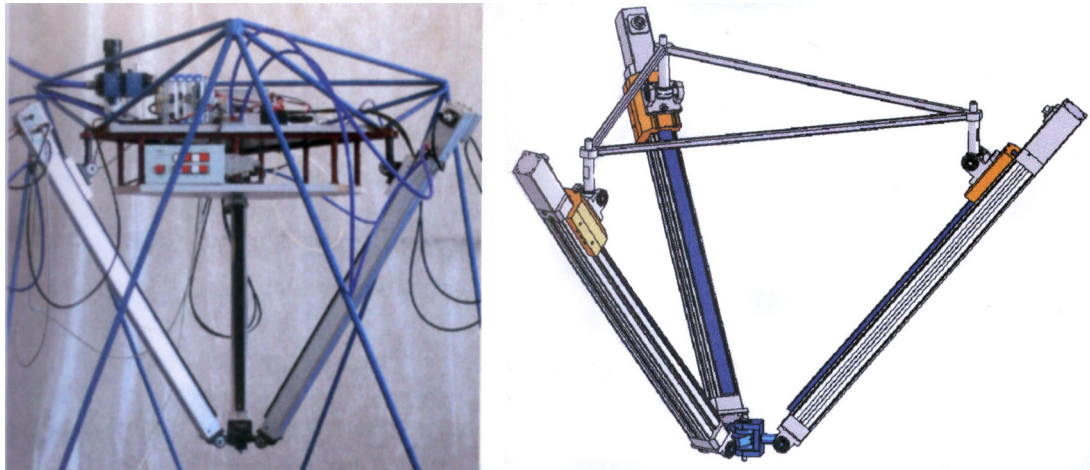
*Rys. 2.14. Schemat robota neurochirurgicznego POLMAN-3X2*

Ciekawą konstrukcją typu Tripod z efektorom o trzech stopniach swobody (rysunek 2.15) zbudowano na Akademii Górniczo-Hutniczej w Katedrze Robotyki i Dynamiki Maszyn, pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Tadeusza Uhla i dr inż. Macieja Petki. Efektor skonstruowano jako wspólny przegub dla trzech ramion manipulatora. Każde z ramion napędzane jest elektrycznym silnikiem liniowym.



*Rys. 2.15. Manipulator typu Tripod*

W Zakładzie Mechatroniki Politechniki Świętokrzyskiej, pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Ryszarda Dindorfa i dr inż. Pawła Łaskiego zaprojektowano mechanizm typu Tripod [44], [5], [6]. Mechanizm ten (przedstawiony na rysunku 2.16) oparto na konstrukcji 3-UPRR. Manipulator posiada efektor o trzech stopniach swobody połączony przegubowo z napędami w postaci siłowników pneumatycznych. Człony czynne połączono z nieruchomą konstrukcją za pomocą przegubów Cardana.



*Rys. 2.16. Manipulator typu Tripod 3-UPRR*

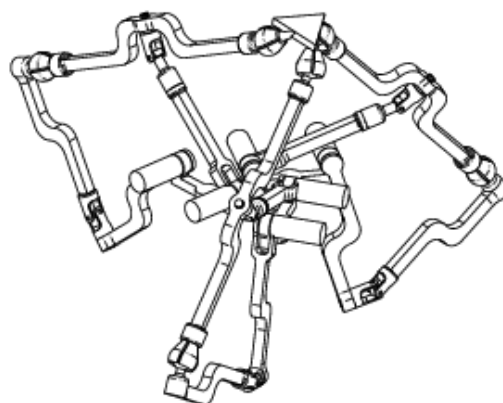
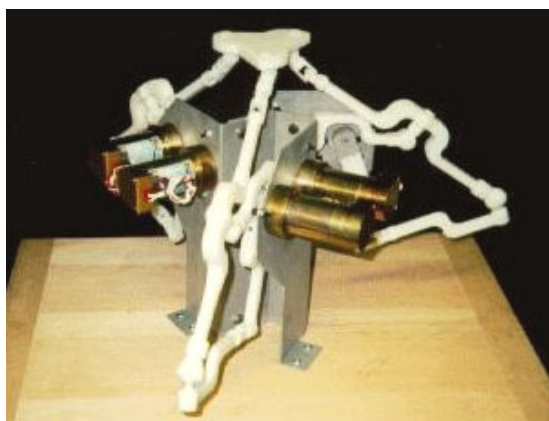
Konstrukcje typu Delta cechują się dużą dynamiką działania. Przykładem takiej konstrukcji jest manipulator firmy ABB [72]. Przedstawiony na rysunku 2.17 robot FlexPicker osiąga prędkości do 10 [m/s] i przyspieszenia około 20g.



*Rys. 2.17. Robot FlexPicker firmy ABB*

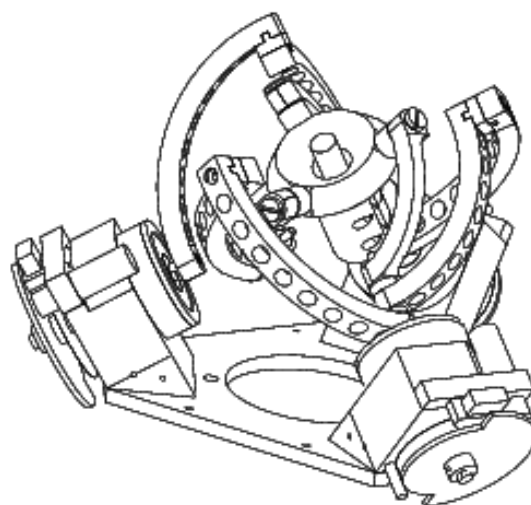
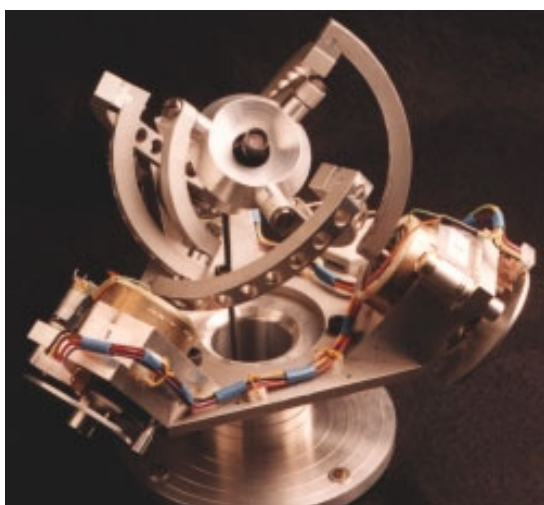
### 2.2.3. Konstrukcje równoległe sferyczne

W Laval University (Qubec, Kanada) prowadzone są badania nad sferycznymi mechanizmami równoległymi [81]. Na rysunku 2.18 przedstawiono mechanizm równoległy z trzema symetrycznymi gałęziami pozwalającymi efektorowi osiągać przyspieszenia do 2g. Zakres wychylenia kąтового efektora wynosi  $\pm 25$  [°].



*Rys. 2.18. Sferyczny mechanizm równoległy*

Na rysunku 2.19 pokazano sferyczny mechanizm równoległy cechujący się dużymi prędkościami obrotowymi i niewielką bezwładnością. Dzięki niewielkiej masie i dużej sztywności konstrukcji, a przez to i dużej szybkości reakcji znalazł zastosowanie w technice wizyjnej archiwizacji danych.



*Rys.2.19. Ultraszybki mechanizm równoległy o sześciu stopniach swobody*

#### 2.2.4. Konstrukcje typu Triplanar

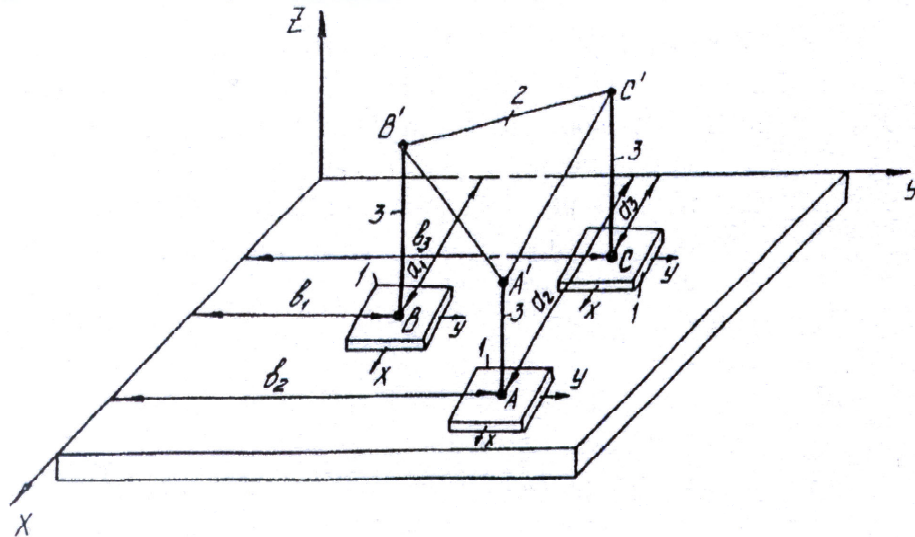
Do konstrukcji posiadających napędy planarne (powierzchniowe pary kinematyczne) można zaliczyć maszynę kroczącą, przedstawioną na rysunku 2.20 [85]. Planarne wózki jezdne połączone są przegubami sferycznymi z kończynami robota. Kończyny zaś łączą się z platformą za pomocą przegubów obrotowych.



*Rys.2.20. Maszyna krocząca*

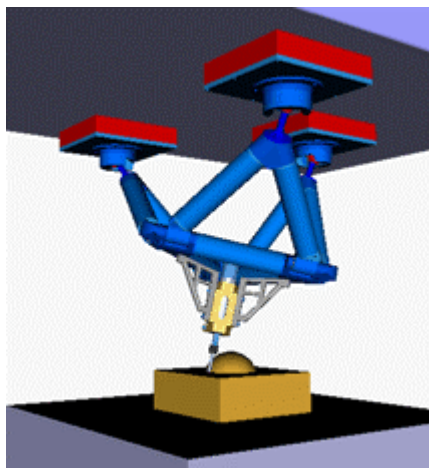
Obecnie dzięki rozwojowi mechatroniki do budowy napędów planarnych coraz częściej wykorzystuje się płaskie elektryczne silniki krokowe. Odpowiednio zamocowane moduły elektromagnetyczne pozwalają budować silniki krokowe realizujące swobodny ruch po powierzchni będącej płaskim statorem.

Jako jeden z pierwszych projekt konstrukcji manipulatora równoległego wykorzystującego planarne silniki krokowe zaprezentował Ś. Karpowicz. Schemat takiej konstrukcji przedstawiono na rysunku 2.21. W modelu tym zastosowano przeguby kuliste w połączeniach gałęzi kinematycznych z efektoorem i z napędami planarnymi.



**Rys.2.21.** Projekt manipulatora Triplanar

Konstrukcję o strukturze równoległej typu Triplanar zastosowano w budowie frezarki na uniwersytecie Paderborn w Niemczech w realizowanym projekcie pod kierunkiem prof. dr hab. inż. Ansgara Trachtlera [67], [69]. Obrabiany przedmiot zamocowano na nieruchomej podstawie. Efektor frezarki połączony jest przegubami obrotowymi z trzema trójkątnymi członami biernymi, osadzonymi na planarnych silnikach krokowych przy użyciu przegubów sferycznych. Napędy manipulatora przedstawionego na rysunku 2.22 sterowane są niezależnie i sprawiają, że efektor wraz z narzędziem posiada sześć stopni swobody.



**Rys.2.22.** Frezarka typu Triplanar

### 2.3. Sposoby opisu struktur manipulatorów równoległych

Struktury kinematyczne manipulatorów opisywane są z użyciem symbolicznego zapisu elementów kinematycznych: członów czynnych, biernych i połączeń par kinematycznych. Zapis w postaci figur prostokątnych z literowym oznaczeniem połączenia, linii oznaczających elementy kinematyczne i linii pogrubionych dla oznaczenia efektora i podstawy zaproponował w 1991 roku F. Pierrot [55]. Wzrost złożoności budowanych obecnie struktur wymaga opisu bardziej niejednoznacznego. Zapis składający się z większej liczby symboli, dodatkowo rozróżnianych kolorem, zaproponował P. Łaski [44]. Wykorzystuje on kolor czerwony do oznaczenia członów napędowych.

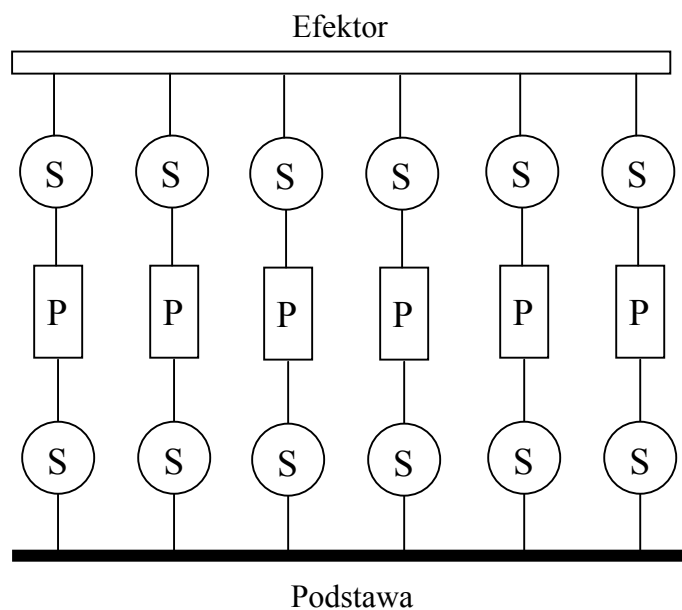
Powszechnie używanymi oznaczeniami literowymi podstawowych połączeń par kinematycznych są :

- R – połączenie obrotowe (revolute) – V klasy,
- P – połączenie pryzmatyczne (prismatic) – V klasy,
- C – połączenie cylindryczne (cylindrical) – IV klasy,
- U – połączenie typu kardana (universal) – IV klasy,
- S – połączenie sferyczne (spherical) – III klasy,
- E – połączenie płaszczyznowe (planar) – III i II klasy,

Do oznaczenia podstawy manipulatora używa się linii pogrubionej czarnej, dla platformy (członu biernego, efektora) – kształtu wąskiego i długiego prostokąta, a dla gałęzi kinematycznych – linii cienkiej czarnej.

Użycie zapisu symbolicznego pozwala w prosty i szybki sposób przedstawić strukturę każdego manipulatora równoległego. Zastosowane rozwiązania konstrukcyjne poszczególnych członów i par kinematycznych budowanych mechanizmów często początkowo utrudniają identyfikację struktury układu. Dla ułatwienia analizy manipulatora stosuje się prezentację w postaci zapisu symbolicznego. Taki zapis jest często również jedynym jasnym wyjaśnieniem nierzadko bardzo skomplikowanej budowy manipulatora przestrzennego.

Dla przykładu: konstrukcja równoległa wykorzystywana w symulatorach lotniczych i oparta na konstrukcji Stewrta-Gougha może być przedstawiona jak na rysunku 2.23.



*Rys. 2.23. Symboliczny zapis konstrukcji równoległej wzorowanej na platformie Stewarta-Gougha*

## **2.4. Pozycjonowanie manipulatorów równoległych w aspekcie projektowania inżynierskiego**

Aby móc opisywać człony mechanizmów, należy w pierwszym rzędzie zdefiniować układy współrzędnych, w których będą one opisane. Pozycja dowolnego punktu ciała sztywnego może być określona, gdy istnieje punkt odniesienia. Mając zdefiniowaną bazę i sprecyzowany sposób opisu można jednoznacznie określić położenie punktu w przestrzeni.

Można wyszczególnić globalny układ współrzędnych, zwany również bazowym, związany z nieruchomą podstawą oraz lokalne układy współrzędnych związane poszczególnymi członami ruchomymi manipulatora. W układzie globalnym można opisać ruch wszystkich punktów należących do rozpatrywanego mechanizmu poprzez opis ruchu układów lokalnych. Ważna, z punktu widzenia analizy kinematycznej i dynamicznej, jest umiejętność obliczania różnych wielkości w różnych układach współrzędnych i przeliczania ich z jednego do drugiego układu. Usytuowanie lokalnych układów współrzędnych w poszczególnych członach manipulatora ma duży wpływ na budowanie modelu matematycznego i sposób wyznaczania położenia, prędkości i przyspieszeń punktów należących do rozpatrywanych członów w dowolnej chwili.

W niniejszej pracy, której przedmiotem jest manipulator przestrzenny o strukturze zamkniętego łańcucha kinematycznego, do macierzowego zapisu kinematyki wybrano notację Denavita-Hartenberga [4], [20], [7]. Zapis macierzowy Denavita-Hartenberga bardzo dobrze nadaje się do algorytmów numerycznych i dlatego znalazł szerokie zastosowanie w programach komputerowych.

Położenie czyli pozycja i orientacja każdego elementu mechanizmu przestrzennego mogą być opisane we współrzędnych globalnego układu związanego z nieruchomą podstawą lub w lokalnym układzie związanym z innym (najczęściej sąsiednim) elementem manipulatora. Do każdego z członów przywiązuje się lokalne układy współrzędnych. W układach tych opisywane są położenia punktów geometrycznych należących do określonego członu. Opisu położenia członu i jego układu współrzędnych względem innego układu dokonuje się poprzez określenie macierzy transformacji układów współrzędnych. Jednorodna macierz transformacji  ${}^A_B T$  dwóch dowolnych układów współrzędnych  $\{A\}$  i  $\{B\}$  składa się z podmacierzy obrotu układów względem siebie i wektora przemieszczenia środków tych układów (2.1).

$${}^A_B T = \begin{bmatrix} {}^A_B R & {}^A_B D \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

gdzie :

${}^A_B D$  – wektor przesunięcia początku układu  $\{B\}$  do układu A (wymiar 3x1)

$${}^A_B D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a – przesunięcie wzdłuż osi X

b – przesunięcie wzdłuż osi Y

d – przesunięcie wzdłuż osi Z

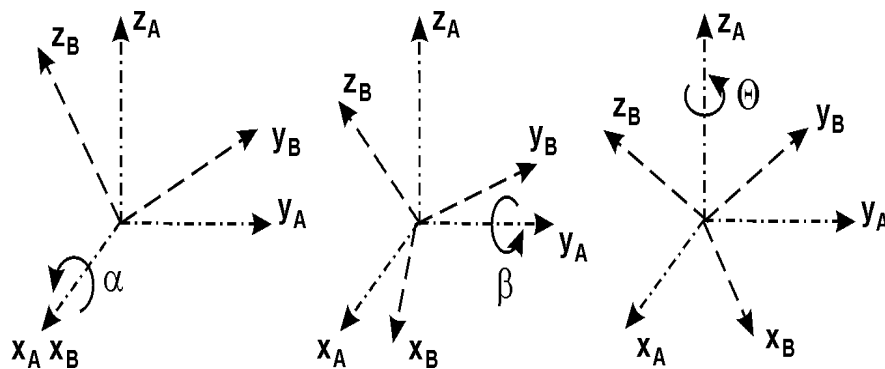
${}^A_B R$  – macierz obrotu układu  $\{B\}$  względem układu A (wymiar 3x3)

Elementami składowymi macierzy obrotu  ${}^A_B\mathbf{R}$  są rzuty wektorów układu {B} na osie układu odniesienia {A}; są one nazywane są kosinusami kierunkowymi. Macierz obrotu ma postać:

$${}^A_B\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(X_B, X_A) & \cos(Y_B, X_A) & \cos(Z_B, X_A) \\ \cos(X_B, Y_A) & \cos(Y_B, Y_A) & \cos(Z_B, Y_A) \\ \cos(X_B, Z_A) & \cos(Y_B, Z_A) & \cos(Z_B, Z_A) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Obrót układów współrzędnych względem trzech osi można również opisać dokonując trzech prostych obrotów względem kolejnych osi. Macierz obrotu  ${}^A_B\mathbf{R}$  można więc opisać jako iloczyn macierzy prostych obrotów (2.3). Kolejność obrotów prezentuje rysunek 2.24.

$${}^A_B\mathbf{R} = \mathbf{R}_Z(\theta) \cdot \mathbf{R}_Y(\beta) \cdot \mathbf{R}_X(\alpha) \quad (2.3)$$



Rys. 2.24. Kolejność wykonywania obrotów układów odniesienia

Macierze obrotu ze wzoru (2.3) mają postać (2.4)-(2.6)

- obrót względem osi X o kąt  $\alpha$

$$\mathbf{R}_X(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

- obrót względem osi Y o kąt  $\beta$  :

$$R_Y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

- obrót względem osi Z o kąt  $\theta$  :

$$R_Z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Po wykonaniu mnożenia macierzy zgodnie z (2.3) otrzymano:

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\beta & \cos\theta \cos\beta \sin\alpha - \sin\theta \cos\alpha & \cos\theta \sin\beta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha & 0 \\ \sin\theta \cos\beta & \sin\theta \sin\beta \sin\alpha + \cos\theta \cos\alpha & \sin\theta \sin\beta \cos\alpha - \cos\theta \sin\alpha & 0 \\ -\sin\beta & \cos\beta \sin\alpha & \cos\beta \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Położenie dowolnego punktu związanego z konkretnym członem manipulatora ( $n$ ), w globalnym układzie współrzędnych, związanym najczęściej z nieruchomą podstawą ( $0$ ), sprowadza się do obliczenia macierzy przekształcenia  ${}^0_n T$  (2.8). Macierz ta opisuje położenie układu  $\{n\}$  w układzie  $\{0\}$  i jest iloczynem poszczególnych macierzy przekształceń kolejnych układów (rysunek 2.30).

$${}^0_n T = {}^0_1 T \cdot {}^1_2 T \cdot \dots \cdot {}^{i-1}_i T \cdot \dots \cdot {}^{n-1}_n T \quad (2.8)$$

gdzie :

${}^0_n T$  – macierz przekształcenia z układu  $\{n\}$  do układu  $\{0\}$

${}^0_1 T \cdot {}^1_2 T \cdot \dots \cdot {}^{i-1}_i T \cdot \dots \cdot {}^{n-1}_n T$  – macierze przekształceń pośrednich układów łańcucha kinematycznego do kolejnych układów  $n-1, n, \dots, i, i-1, \dots, 1, 0$ .

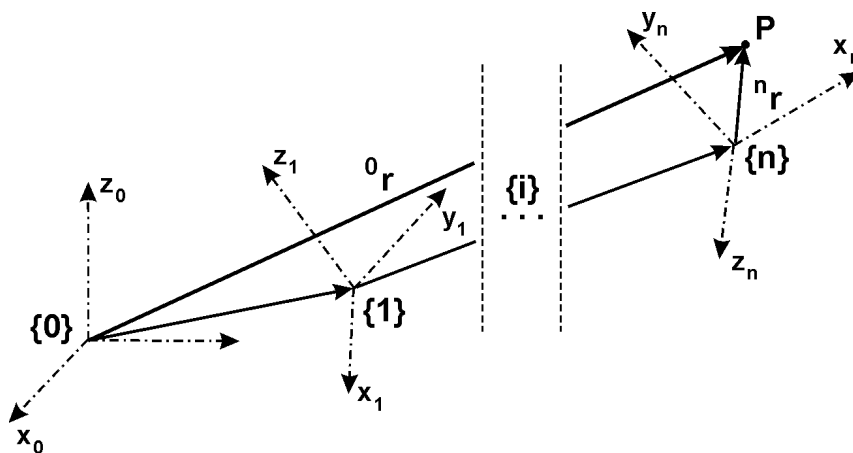
Położenie punktu w układzie  $\{0\}$   ${}^0P$  wyznaczamy mnożąc macierz transformacji  ${}^0T_n$  i wektor położenia punktu P w układzie  $\{n\}$   ${}^nP$ . Dla rysunku 2.25 zapiszemy:

$${}^0P = {}^0T_n \cdot {}^nP \quad (2.9)$$

gdzie :

${}^0P$  – wektor pozycji punktu P w układzie  $\{0\}$ ,

${}^nP$  – wektor pozycji punktu P w układzie  $\{n\}$  manipulatora



Rys. 2.25. Istota przekształceń współrzędnych punktu P w układzie n

Współrzędne wektora  ${}^0P$  są funkcjami złożonymi odpowiednich parametrów eksploatacyjnych zmiennych w czasie. Prędkość punktu P uzyskuje się przez jednokrotne różniczkowanie wektora  ${}^0P$ , natomiast przyspieszenie przez dwukrotne jego różniczkowanie.

I tak :

$${}^0v_P = d({}^0P)/dt \quad (2.31)$$

$${}^0p_P = d({}^0v_P)/dt = d^2({}^0r)/dt^2 \quad (2.32)$$

Dzięki odpowiedniemu usytuowaniu układów współrzędnych do członów manipulatora oraz ich właściwej orientacji możliwe jest uproszczenie i przyspieszenie obliczeń transformacji układów. Powszechne jest używanie opisu zgodnie z notacją Denavita-Hartenberga [7], w którym po odpowiednim przypisaniu układów do członów każde przekształcenie współrzędnych między układami można wyrazić dwoma przesunięciami i dwoma obrotami wykonywanymi tylko względem osi X i Z w odpowiedniej kolejności. Zgodnie z notacją

Denavita-Hartenberga macierz transformacji współrzędnych dwóch dowolnych układów można zapisać wzorem:

$${}_{i+1}^i T = \left( R_{X_i}(\alpha_i) \cdot D_{X_i}(a_i) \right) \cdot \left( R_{Z_i}(\theta_i) \cdot D_{Z_i}(d_i) \right) \quad (2.33)$$

gdzie:

$R_{X_i}(\alpha_i)$  – macierz obrotu układu  $\{i+1\}$  względem układu  $i$  wokół osi  $x_i$  o kąt  $\alpha_i$

$D_{X_i}(a_i)$  – macierz przesunięcia środka układu  $\{i+1\}$  w układzie  $\{i\}$  wzdłuż osi  $x_i$  o wartość  $a_i$

$R_{Z_i}(\theta_i)$  – macierz obrotu układu  $\{i+1\}$  względem układu  $\{i\}$  wokół osi  $z_{i+1}$  o kąt  $\theta_i$

$D_{Z_i}(d_i)$  – macierz przesunięcia środka układu  $\{i+1\}$  w układzie  $\{i\}$  wzdłuż osi  $z_{i+1}$  o wartość  $d_i$

$\alpha_i$  – kąt obrotu względem osi  $x_i$  mierzony od osi  $z_i$  do osi  $z_{i+1}$

$a_i$  – wartość przesunięcia wzdłuż osi  $x_i$ , mierzony od osi  $z_i$  do osi  $z_{i+1}$ , jest dodatnia, gdy zwrot wektora przesunięcia pokrywa się ze zwrotem osi  $x_i$

$\theta_i$  – kąt obrotu względem osi  $z_i$  mierzony od osi  $x_i$  do osi  $x_{i+1}$

$d_i$  – wartość przesunięcia wzdłuż osi  $z_i$ , mierzona od osi  $x_i$  do osi  $x_{i+1}$ , jest dodatnia gdy zwrot wektora przesunięcia pokrywa się ze zwrotem osi  $z_i$

## 2.5. Rozwiązanie zadania odwrotnego i prostego kinematyki

Według Moreckiego i Knapczyka [49] zadanie odwrotne kinematyki polega na wyznaczeniu wszystkich możliwych zbiorów wartości przemieszczeń kątowych i liniowych (współrzędnych konfiguracyjnych) w połączeniach ruchowych, które umożliwiają manipulatorowi osiągnięcie zadanej pozycji i/lub orientacji członu roboczego.

Zadanie programowania i sterowania ruchem manipulatora mające na celu realizację zadanej trajektorii efektora polega na znalezieniu odpowiednich funkcji (zmiennych w czasie) poszczególnych współrzędnych konfiguracyjnych.

Pieper [54] wykazał, że warunek wystarczający istnienia rozwiązania zadania odwrotnego manipulatorów szeregowych w postaci jawnej jest taki, aby osie trzech kolejnych połączeń ruchowych przecinały się w jednym punkcie.

W literaturze istnieje kilka dobrze opisanych metod rozwiązywania zadania odwrotnego. Najważniejsze z nich to:

- A. metoda macierzowa – stosuje się w niej równanie przekształceń jednorodnych, zapisanych w notacji Denavita-Hartenberga [4], [7], [59]
- B. metoda wektorowa – wykorzystuje równanie o trzech wersorach. [24], [25]
- C. metoda numeryczna – stosuje się procedurę Newona-Raphsona lub inne [51]
- D. metoda kwaternionowa
- E. metoda kolejnych podstawień – opisana w [19]
- F. numeryczne rozwiązanie zadania odwrotnego – Fletchera – Powella [8]

W manipulatorach sferycznych z siłownikami liniowymi istnieje pojedyncze rozwiązanie zadania odwrotnego. Rozwiązanie zadania prostego metodą kolejnych podstawień [19] i [49] daje rozwiązanie analityczne. Układ dwóch równań czwartego stopnia dający się przekształcić do jednego równania ósmego stopnia. Otrzymuje się osiem rozwiązań w dziedzinie liczb zespolonych.

Gdy w manipulatorach tych znajdują się jedynie napędy obrotowe – istnieje osiem rozwiązań zadania prostego. Zadanie odwrotne metodą wektorową przedstawia [24] i [49].

Rozwiązanie zadania prostego w szeregowych manipulatorach równoległych jest o wiele trudniejsze; w niektórych sytuacjach znalezienie rozwiązania analitycznego jest wręcz niemożliwe.

W manipulatorach sferycznych rozwiązanie zadania prostego to układ dwóch równań. Pierwsze równanie – ósmego stopnia, drugie równanie – pierwszego stopnia.

Rozwiązanie zadania prostego manipulatora równoległego (6-5) metodą wektorową przedstawiono w [23] oraz [49].

Platforma Stewarta-Gougha ma jawne rozwiązanie zadania prostego na wyznaczenie położenia [3]. Rozwiązanie to jest zapisane w postaci równania wielomianowego jednej zmiennej stopnia dwudziestego. Po raz pierwszy analityczne rozwiązanie ogólnego przypadku platformy Stewarta-Gougha zaprezentował Husty' [18], który sprowadził to zadanie do równania wielomianowego jednej zmiennej 14-stopnia.

Dla przestrzennego manipulatora równoległego typu (6-6) o szczególnych proporcjach wymiarów (np. o symetrycznym rozmieszczeniu przegubów przy płaskiej podstawie lub płaskiej platformie) można otrzymać jawne rozwiązanie zadania prostego na położenia, np. w postaci równania wielomianowego jednej zmiennej stopnia 20. Husty' [18], zaproponował analityczne rozwiązanie ogólnego przypadku w postaci równania wielomianowego jednej zmiennej czterdziestego stopnia.

Stosowane są również procedury numeryczne rozwiązania zadania prostego manipulatora (6-6). Sześć równań nieliniowych o 6 niewiadomych.

Numeryczne metody iteracyjne przydatne są wtedy, gdy trzeba wyznaczyć tylko niektóre rozwiązania. Wszystkie możliwe rozwiązania daje się wyznaczyć tylko metodami analitycznymi. Rozwiązanie zadania prostego w manipulatorach równoległych jest bardzo trudne, ze względu na zależność poszczególnych napędów od siebie. W większości tego typu konstrukcji zmiana położenia jednego napędu jest możliwa tylko przy zmianie położenia innego.

W [49] przedstawiono rozwiązanie zadania prostego manipulatora (6-5) oraz na bazie tego algorytmu autorzy przedstawili w [23] i [24] rozwiązywanie zadania prostego przy użyciu programu komputerowego do analizy ruchu platformy.

Manipulatory równoległe typu Delta opisane w [62] mają efektory pracujące w płaszczyźnie równoległej do płaszczyzny podstawy i posiadają od trzech lub czterech stopni swobody (Delta 4 – konstrukcja hybrydowa). Zadanie proste manipulatora typu DELTA sprowadza się do wyznaczenia  $x_p$ ,  $y_p$ ,  $z_p$ ,  $\theta$  i zostało szczegółowo opisane w [49].

## 2.6. Zadanie planowania trajektorii

Trajektorią punktu lub członu roboczego opisaną we współrzędnych kartezjańskich, nazywa się zbiór jego (punktu lub efektora) przebiegów czasowych położenia, prędkości i przyspieszeń. Planowanie trajektorii jest zadaniem wyznaczenia takich zbiorów. W zadaniu tym należy zwrócić uwagę również na proces przejścia z zapisu trajektorii we współrzędnych kartezjańskich do zapisu we współrzędnych konfiguracyjnych i na odwrót.

W manipulatorze przedstawionym w tej pracy współrzędnymi konfiguracyjnymi są współrzędne każdej z trzech podpór planarnych na płaszczyźnie XY.

Jak podaje praca [49] zadanie planowania trajektorii sprowadza się do wyznaczenia

krzywej w przestrzeni współrzędnych uogólnionych sparametryzowanej czasem. Krzywa ta łączy konfigurację początkową zadaną końcową manipulatora. Według [49] planowanie trajektorii manipulatora we współrzędnych konfiguracyjnych polega na obliczeniu przebiegów czasowych przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń w połączeniach ruchowych, które spełniają warunki zadania, np. przemieszczenia obiektu (efektora) z położenia początkowego w końcowe.

W wielu przypadkach zadanie planowania trajektorii można potraktować jako wyznaczenie toru przejścia pomiędzy dwoma punktami (punktem początkowym i punktem końcowym). Dodatkowo dla przedziałów rozbiegu (przyspieszania) i wybiegu (opóźniania – hamowania) wprowadza się punkty pośrednie. Wszystkie punkty, przez które musi przejść planowana trajektoria nazywane są punktami kontrolnymi. W punktach tych, oprócz położenia efektora, często są również wymagane dodatkowe parametry. Tymi dodatkowymi wymaganiami mogą być: orientacja efektora, jego prędkość, przyspieszenie; mogą one występować pojedynczo lub razem. Zadanie planowania toru musi uwzględniać wszystkie nałożone na trajektorię ograniczenia jak również brać pod uwagę możliwości konstrukcyjne samego manipulatora, a także zastosowanych w nim układów napędowych.

Planowanie trajektorii dla takiego zadania rozpoczyna się od rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki dla danych położenia układu roboczego (początkowego i końcowego). Spośród kilku możliwych rozwiązań (często spotykanych w manipulatorach szeregowych) wybiera się takie, które spełnia dodatkowe warunki np. najkrótszy czas ruchu, największe wartości ekstremalne przyspieszeń, minimum zużycia energii. W manipulatorze równoległym typu Triplanar prezentowanym w niniejszej pracy dochodzi dodatkowo ważny problem bezkolizyjnej pracy napędów na płaszczyźnie. Każdy z nich może zająć niezależne od pozostałych położenie i niezbędne jest opracowanie algorytmów ich bezkolizyjnego ruchu.

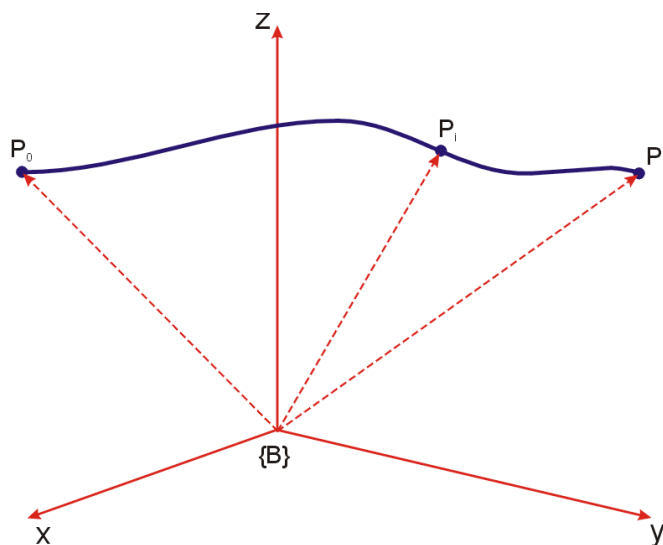
Trajektorię dowolnego punktu manipulatora we współrzędnych globalnych możemy opisać poprzez zmianę położenia wektora wodzącego  $P_i$ , co ilustruje rysunek 2.26.

Jeśli  $s$  jest długością toru to trajektorię wyrażoną przebiegiem wektora  $P$  możemy zapisać jako:

$$P = f(s) \quad (2.33)$$

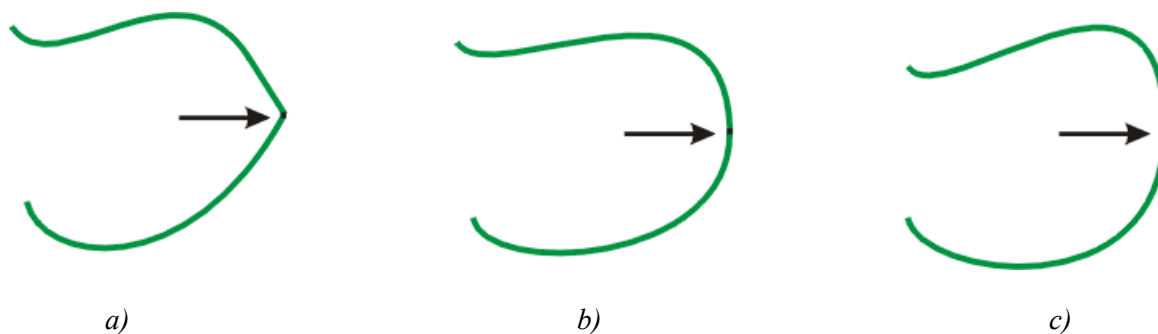
Jeśli krzywa jest zapisana w postaci parametrycznej  $s(x(t), y(t), z(t))$ , to punkt  $P$  można pośrednio wyrazić jako funkcję parametru  $t$ , gdzie  $t$  zmienia się w zakresie od 0 do 1. Stąd prędkość i przyspieszenie punktu w poszczególnych osiach będzie pochodną po zmiennej  $t$

funkcji  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ . Krzywa parametryczna opisująca drogę może być wielomianem dowolnego stopnia.



**Rys.2.26.** Trajektoria po krzywej w przestrzeni globalnej

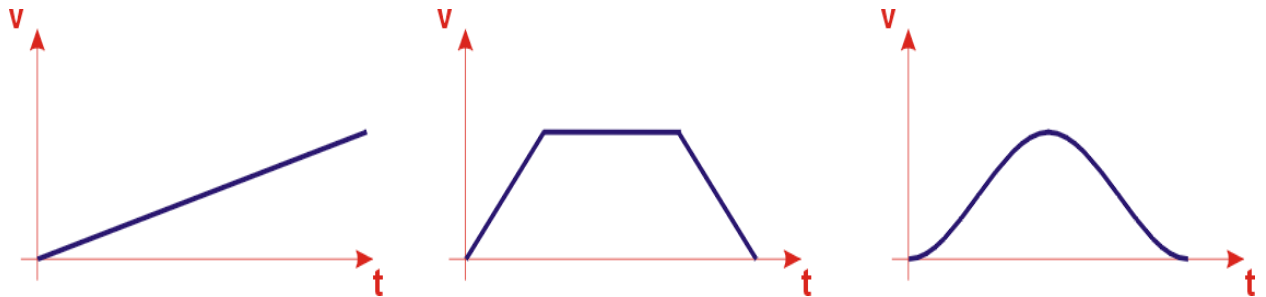
W praktyce trajektorie opisane parametrycznie mogą mieć różne przebiegi czasowe i różny stopień ciągłości  $C^n$ . Krzywe o przykładowych stopniach ciągłości przedstawiono na rysunku 2.27.



**Rys. 2.27.** Przykłady ciągłości krzywej we wskazanym punkcie  
 a) ciągłość  $C^0$  b) ciągłość  $C^1$  c) ciągłość  $C^2$

Krzywa ma ciągłość  $C^0$ , gdy kolejne segmenty krzywej stykają się ze sobą (nie ma przerw i zachowana jest ciągłość linii). Krzywa ma ciągłość  $C^1$ , gdy kierunki stycznej w danym punkcie są zgodne. Oznacza to, że w tym punkcie krzywej kierunki wektorów prędkości są jednakowe, lecz ich wartości mogą być różne (zachowana jest ciągłość krzywej prędkości). Gdy wektory prędkości w danym punkcie, oprócz tego samego kierunku mają tę samą wartość, to znaczy to, że krzywa ma ciągłość  $C^2$ , czyli jest zachowana ciągłość przyśpieszenia. Aby trajektoria miała ciągłość  $C^0$  w danym punkcie, wystarczy opisać ją krzywą łamaną składającą

się z odcinków prostych (interpolacja liniowa). Do poprawnego opisu trajektorii posiadającej ciągłość  $C^2$  w punktach łączenia niezbędne jest użycie wielomianów stopnia trzeciego opisujących kolejne sąsiadujące segmenty krzywej.



**Rys.2.28.** Przykłady przebiegów czasowych prędkości: a) liniowy b) trapezowy c) sinusoidalny

Rozróżnia się trajektorie o przebiegu zmian prędkości liniowym, trapezowym i sinusoidalnym. Przypadkiem szczególnym przebiegu trapezowego jest przebieg trójkątny, natomiast przebieg paraboliczny jest szczególnym przypadkiem przebiegu sinusoidalnego. Rodzaje przebiegów prędkości trajektorii pokazano na rysunku 2.28. Ze względu na łatwość realizacji najczęściej spotykaną trajektorią jest trajektoria o przebiegu trapezowym.

Stopień wielomianu opisującego drogę punktu (trajektorię) jest zdeterminowany stopniem ciągłości krzywej prędkości. Aby zachować ciągłość prędkości stopnia  $C^0$  i  $C^1$ , trajektoria punktu musi być opisana wielomianem stopnia co najmniej trzeciego. Opisując trajektorię wielomianem stopnia drugiego wymusza skokowe zmiany przyspieszenia i ciągłość prędkości zaledwie stopnia 0.

Do najpopularniejszych metod inżynierskich opisu trajektorii należą:

- opis poprzez interpolację liniową (trajektoria składa się z odcinków prostych),
- opis wielomianami stopnia trzeciego,
- opis krzywymi Bezierra (wielomian trzeciego stopnia; parametrami są 4 punkty kontrolne),
- opis krzywymi Hermite'a (wielomian trzeciego stopnia; parametrami są punkty: początkowy i końcowy oraz wektory prędkości w tych punktach, określające kierunki stycznych,
- opis przy użyciu krzywych sklejaných (b-splajnów) (trajektoria składa się z segmentów, z których każdy opisany jest wielomianem trzeciego stopnia i z których każdy zachowuje w punktach łączenia ciągłość  $C^0$ ,  $C^1$  i  $C^2$ . Segmentami krzywych sklejaných mogą być krzywe Bezierra lub Hermite'a.

## 2.7. Osobliwości występujące w pracy manipulatorów równoległych

Osobliwości występujące wewnątrz strefy roboczej manipulatorów można wyznaczyć z użyciem macierzy jacobianowej. Macierz jacobianowa jest wielowymiarową postacią pochodnej funkcji wielu zmiennych. Położenie efektora (pozycję i orientację) opisuje wektor położenia w:

$$w = [p_1, p_2, p_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3]^T \quad (2.34)$$

gdzie:

$p_i$  – pozycja środka efektor,  $\theta_i$  – kąty wychylenia efektor.

Konfigurację manipulatora przy ruchliwości  $n = 6$  określa wektor współrzędnych konfiguracyjnych:

$$q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T \quad (2.35)$$

Zależność  $w = F(q)$  opisuje rozwiązanie zadania prostego kinematyki. Można ją zapisać jako iloczyn macierzy:

$$W = M q \quad (2.36)$$

gdzie:

M - macierz przekształcenia

Równanie  $w = F(q)$  można zróżniczkować względem czasu i otrzyma się zależność między prędkością efektor a prędkościami podpór manipulatora:

$$\dot{w} = J(q) \cdot \dot{q} \quad (2.37)$$

gdzie:

$J(q)$  – macierz Jakobianowa funkcji  $F(q)$

$$J(q) = \frac{\partial M}{\partial q} \cdot dq$$

Powierzchnia Jakobianowa jest miejscem geometrycznym tych punktów w przestrzeni roboczej, w których macierz Jakobianowa jest osobliwa. Można wyróżnić osobliwość pierwszej

postaci  $\text{Det}|J| \rightarrow \infty$  (wyznacznik Jakobianu dąży do nieskończoności) i osobliwość drugiego stopnia  $\text{Det}|J|=0$  (wyznacznik Jakobianu jest równy zero).

## **2.8. Napędy elektryczne i sterowanie stosowane w manipulatorach równoległych**

### **Napęd elektryczny**

Szacuje się, że ponad 50% robotów ma napęd elektryczny [49]. Stosowany on jest ze względu na łatwość rozdziału i dostarczenia energii, dokładne i łatwe sterowanie. Do głównych zalet silników elektrycznych należą [17]:

- wysoka dokładność przemieszczenia dzięki możliwości stosowania cyfrowych układów pomiarowych,
- duża szybkość działania,
- proste doprowadzenie energii do silników,
- małe wymiary urządzeń sterujących i zwarta konstrukcja,

Wadą silników elektrycznych jest niska moc. Stosunek mocy do masy i momentu obrotowego do masy jest gorszy niż w silnikach hydraulicznych. Niedogodność tę można ominąć poprzez konstruowanie zespołów kilku silników pracujących jako jeden moduł.

W robotach i manipulatorach największe zastosowanie mają:

- komutatorowe silniki elektryczne prądu stałego,
- bezszczotkowe silniki prądu stałego,
- silniki asynchroniczne i synchroniczne prądu przemiennego,
- krokowe silniki elektryczne, zwłaszcza z bezpośrednim napędem elektrycznym.

Silniki krokowe przetwarzają ciąg impulsów sterujących na ciąg obrotów kątowych lub przemieszczeń liniowych. Prędkość przemieszczania jest zależna od częstotliwości impulsów sterujących. Silniki tego typu mogą pracować w układach sterowania otwartego, bez kontroli wykonanego położenia, gdyż po każdym impulsie elektrycznym wtórnik wykonuje ruch o jednoznacznie określoną odległość.

Moduły składające się z zespołu kilku planarnych silników krokowych spełniają kryterium swobodnego ruchu podstawy po płaszczyźnie z dużą dokładnością pozycjonowania, co jest wymagane przy manipulatorach równoległych typu Triplanar.

### **Sterowanie**

W klasycznej konstrukcji opartej na platformie Stewarta-Gougha zachodzi zależność sterowania każdego napędu. Konieczność zmiany położenia efektora wymusza sterowanie dwu (lub więcej) napędami. Nie jest możliwy ruch jednego napędu przy unieruchomionych pozostałych.

W manipulatorze typu Triplanar każdy napęd jest niezależny. Można wymusić ruch pojedynczego napędu przy pozostałych nieruchomych, i spowoduje to jednoznaczną zmianę położenia efektora.

### 3. TEZY I ZAKRES PRACY

Analizując dotychczasowe kierunki rozwoju konstrukcji napędów manipulatorów przestrzennych należy oczekiwać, że w najbliższych latach przestrzenne manipulatory równoległe będą przedmiotem coraz intensywniejszych badań naukowców. Jest bardzo prawdopodobne, że zastosowanie manipulatorów równoległych przestrzennych w przemyśle będzie wzrastać. Rozwój technik cyfrowych, informatyki i mechatroniki oraz postęp w rozwiązaniach konstrukcyjnych elektrycznych silników krokowych pozwala projektować manipulatory o większych możliwościach i produkować mechanizmy spełniające różnorodne wymagania i stawiane im cele.

Większość mechanizmów przestrzennych równoległych, których budowa wzorowana jest na platformie Stewarta-Gougha, nie jest wolna od wady charakterystycznej dla tego typu konstrukcji jaką jest mała strefa robocza efektora. Zmiana zadania dla istniejącego manipulatora, wymagająca większej strefy roboczej, bardzo często pociąga za sobą konieczność modyfikacji konstrukcji manipulatora. Zmiana konstrukcji niejednokrotnie pociąga za sobą zmianę sposobu opisu realizacji zadania. Stosowanym często rozwiązaniem eliminującym tę wadę jest rozbudowa konstrukcji równoległej o elementy manipulatora szeregowego. W ten sposób powstają konstrukcje hybrydowe. Metoda ta powoduje jednak zmniejszenie całkowitej sztywności konstrukcji mechanizmu.

Obecne rozwiązania konstrukcyjne planarnych (powierzchniowych) silników krokowych pozwalają projektować mechanizmy wykorzystujące te silniki jako główne napędy.

Napęd planarny (płyta wyposażona w płaskie silniki krokowe oraz podpora na poduszce powietrznej) wykonany w Instytucie Radioelektroniki i Informatyki w Mińsku na Białorusi demonstrował na Politechnice Białostockiej prof. Światosław Karpowicz.

Badania nad mechanizmami prowadzone były przez autora niniejszej pracy od wielu lat. Analizą mechanizmów płaskich i przestrzennych, szeregowych i równoległych autor zajmował się od 2000 roku. Wyniki badań były publikowane na wielu konferencjach o zasięgu krajowym i międzynarodowym [31], [32]. Badania, prowadzone na początku przy współudziale prof. F. Siemieniaki, dotyczyły przestrzennych konstrukcji szeregowych [33], [34], [36] i płaskich konstrukcji równoległych, opartych na zmodyfikowanej strukturze czworoboku

przegubowego z napędami dosterowującymi [35], [37]. Od roku 2003 współpracując z prof. F. Siemieniaki i S. Karpowiczem autor niniejszej pracy zajmował się wykorzystaniem planarnych silników krokowych w wielu konstrukcjach płaskich i przestrzennych [60], [40], [38]. Od 2004 roku uwaga jest skierowana na mechanizmy przestrzenne równoległe wzorowane na konstrukcji platformy Stewarta-Gougha. Podjęto próby wykorzystania planarnych napędów mechatronicznych jako napędów głównych mechanizmów przestrzennych. Wyniki badań były publikowane, w latach 2004-2006 przez autora samodzielnie [28], [29], [30] oraz wspólnie z prof. F. Siemieniaki i prof. Ś. Karpowiczem [39], [41], [42], na wielu konferencjach krajowych i międzynarodowych.

W efekcie tych prac, prowadzonych w dziedzinie mechanizmów przestrzennych równoległych, w roku 2004 na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki Akademii Górniczo-Hutniczej został otwarty przewód doktorski, którego owocem jest niniejsza praca.

Za przedmiot badań pracy wybrano mechanizm, będący modyfikacją platformy Stewarta-Gougha, oparty na trzech planarnych silnikach krokowych. Napędy mechanizmu połączone są z efektorami członami (gałęziami) o stałych długościach. Połączenie gałęzi z efektorami wykorzystuje obrotową parę kinematyczną czwartej klasy. Napęd mechatroniczny połączono z gałęzią przegubem będącym parą kinematyczną piątej klasy. Zastosowane napędy planarne, poruszając się po płaszczyźnie w dwóch prostopadłych osiach, tworzą z podstawą parę kinematyczną powierzchniową czwartej klasy. W wyniku zastosowanych par kinematycznych każdy silnik może być sterowany niezależnie, powodując zmianę położenia i orientacji efektora.

W pracy zostały postawione następujące tezy:

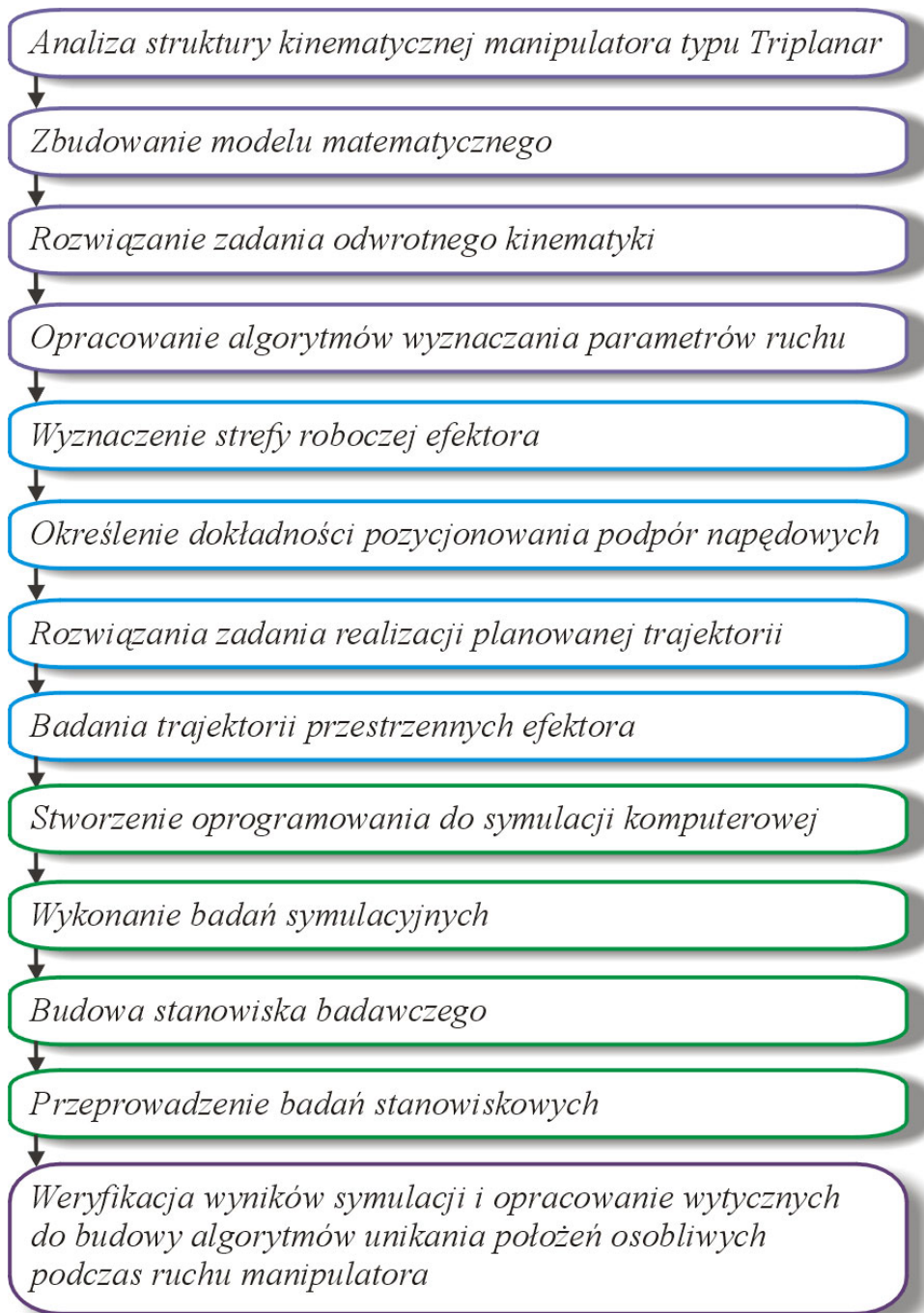
***Zastosowanie podpór przesuwnych IV klasy jako napędów w manipulatorze przestrzennym równoległym pozwala na zwiększenie strefy roboczej efektora bez zmniejszenia jego sztywności.***

***Możliwe jest opracowanie algorytmów sterowania podpór manipulatora przestrzennego równoległego, pozwalających na uzyskiwanie odpowiednich położeń i orientacji efektora realizującego żadaną trajektorię.***

Postawione tezy wyznaczają określone działania i metodykę badań. Do ważniejszych zadań należy zaliczyć następujące:

- analiza parametrów ruchu efektor manipulatora przestrzennego równoległego z mechatronicznym napędem podpór,
- opracowanie algorytmów wyznaczania torów ruchu układów napędowych uwzględniających bezkolizyjną pracę tych układów,
- wyznaczenie strefy roboczej manipulatora w funkcji wychylenia kąтового efektor,
- zbadanie dokładności pozycjonowania podpór napędowych,
- opracowanie programów komputerowych i przeprowadzenie z ich użyciem badań symulacyjnych,
- zbudowanie modelu i stanowiska badawczego manipulatora oraz przeprowadzenie badań stanowiskowych,
- opracowanie optymalnych trajektorii podpór pozwalających efektorowi generować zadane trajektorie w przestrzeni,
- opracowanie wytycznych do stworzenia algorytmów unikania położenia osobliwych manipulatora.

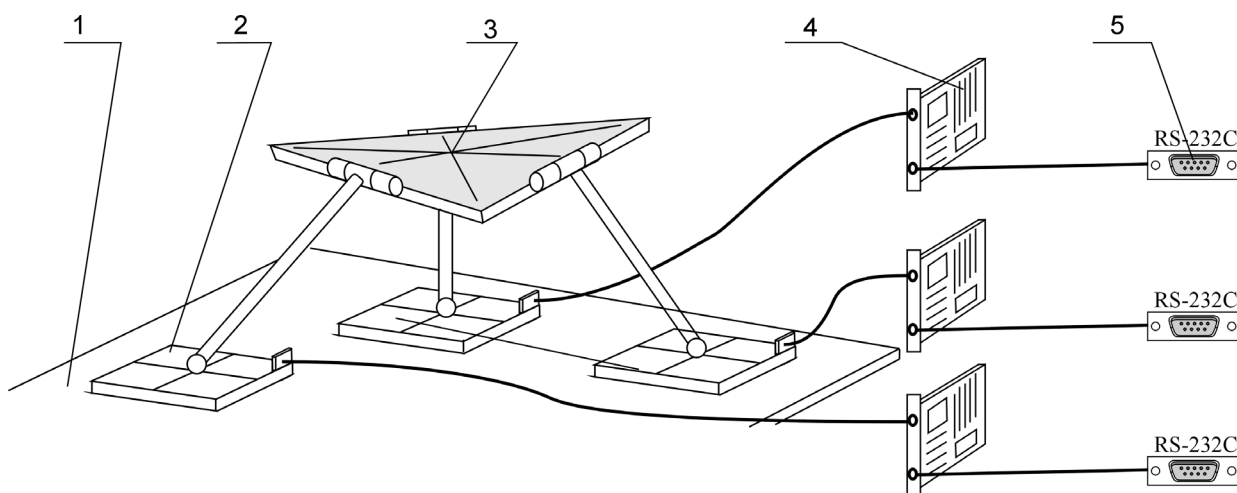
Wyżej wymienione zadania wyznaczają zakres pracy. Na rysunku 3.1. pokazano realizowane zadania, kolejność prac (droga od przedmiotu badań i postawionych tez do prezentacji wyników). Realizacja postawionych zadań będzie wymagała, oprócz opracowania algorytmów, również stworzenia programów komputerowych. Oprogramowanie będzie wykorzystane na etapie wyznaczania konfiguracji, rozwiązania zadania odwrotnego, określania strefy roboczej efektor, planowania trajektorii oraz podczas badań symulacyjnych jak również pomiarów stanowiskowych. Przeprowadzenie badań stanowiskowych będzie wymagało zbudowania modelu i stanowiska badawczego. Pomiary pozwolą zweryfikować wyniki symulacji komputerowej.



**Rys. 3.1.** Zakres i kolejność pracy

## 4. KONSTRUKCJA MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR PRZYJĘTA DO BADAŃ

W pracy zastosowano zmodyfikowaną wersję platformy Stewarta-Gougha. Model kinematyczny wybranego mechanizmu przedstawiono na rysunku 4.1. W przedstawionej modyfikacji zastąpiono gałęzie o stałych punktach mocowania i zmiennej długości (siłowniki) członami o stałej długości i z ruchomymi podporami. Wylimitowano w ten sposób główną wadę mechanizmu Stewarta, a mianowicie małą strefę roboczą efektor. Użyte płaskie podpory aerostaticzne (2) napędzane są liniowymi planarnymi silnikami krokowymi, sterowanymi przez komputer za pośrednictwem specjalizowanych kart sterowania (4) przez port szeregowy RS-232C (5). Podpory (2) mają możliwość przemieszczania się po płaszczyźnie XY (1) w dwóch prostokątnych kierunkach i sterowane są niezależnie. Podstawa (1) jest jednocześnie statorem dla silników krokowych, zamontowanych w podporach (2). W celu zmniejszenia oporów ruchu pomiędzy podporą a podłożem wytworzona jest poduszka powietrzna (płaskie łożysko aerostaticzne).



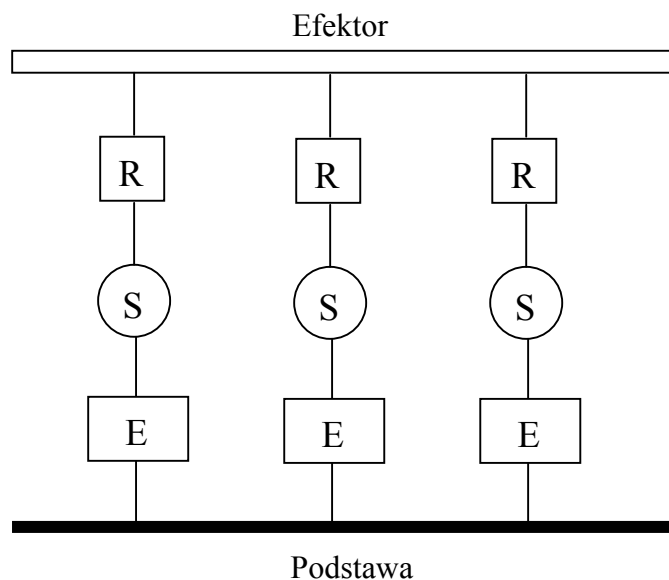
*Rys.4.1. Mechanizm przestrzenny równoległy z mechatronicznymi podporami aerostaticznymi*

Gałęzie łączące efektor z ruchomą podstawą tworzą z efektem parę obrotową (klasa V) i parę sferyczną z podporą (klasa III). Podpora porusza się po nieruchomej podstawie w dwóch prostokątnych osiach, tworząc parę powierzchniową kinematyczną IV klasy. Zastosowany napęd mechatroniczny pozwolił na niezależne sterowanie każdą z podpór i tym samym realizację przez

efektor dowolnej trajektorii w przestrzeni. Struktura kinematyczna manipulatora sprawia, że człon bierny (efektor) posiada sześć stopni swobody. Ma on możliwość zmiany pozycji w trzech osiach w układzie kartezjańskim oraz zmiany orientacji poprzez wychylenie w trzech kierunkach (obrót względem trzech osi układu prostokątnego).

Zaletą wybranej konstrukcji jest możliwość łatwego rozwiązania problemu zadania odwrotnego kinematyki w czasie rzeczywistym przy użyciu komputera. Dzięki zastosowaniu napędów planarnych została wyeliminowana główna wada mechanizmów, których konstrukcja oparta jest na platformie Stewarta-Gougha, a mianowicie mała strefa robocza efektora. Strefa robocza zależy jedynie od wielkości powierzchni bazowej, po której porusza się manipulator.

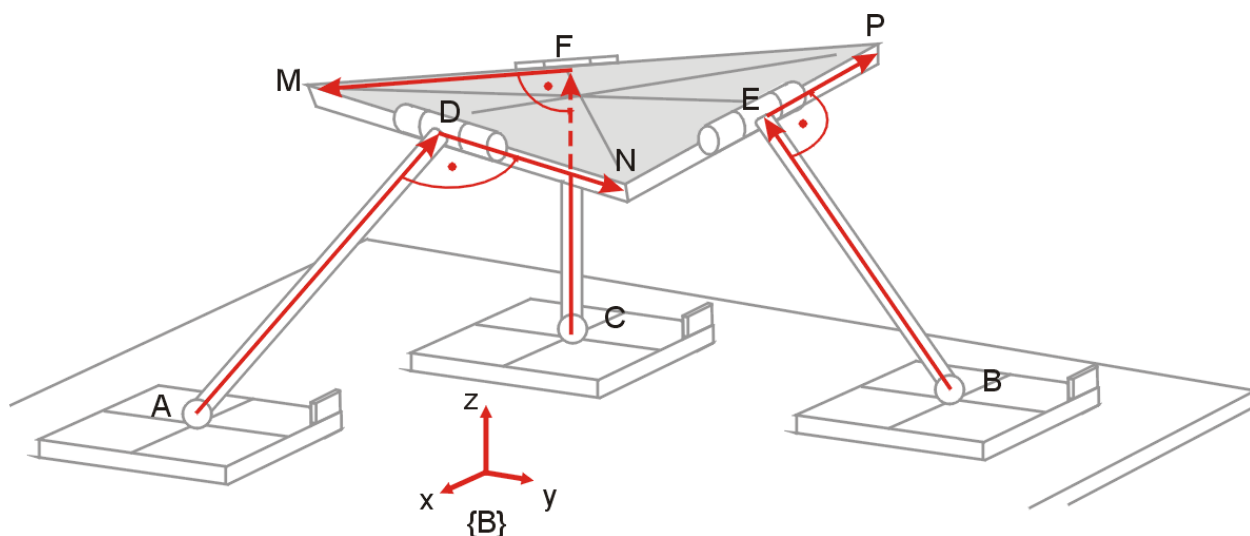
Zgodnie z notacją przedstawioną w rozdziale 2.3. manipulator typu Triplanar można przedstawić w sposób następujący:



*Rys.4.2. Struktura manipulatora typu Triplanar w zapisie symbolicznym*

## 5. MODEL MATEMATYCZNY MANIPULATORA WE WSPÓLRZĘDNYCH ABSOLUTNYCH

Analizując geometrię mechanizmu i określając globalny układ współrzędnych  $\{B\}$ , związany z nieruchomą podstawą, oraz przyjmując oznaczenia jak na rysunku 5.1 model matematyczny manipulatora typu Triplanar można opisać równaniami (5.1)-(5.21).



Rys. 5.1. Mechanizm z oznaczeniami przyjętymi do rozważań

Równania kwadratów długości gałęzi kinematycznych łączących podstawę z efekтором (5.1)-(5.3)

$$k^2 = AD^2 = (x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2 + (z_D - z_A)^2 \quad (5.1)$$

$$k^2 = BE^2 = (x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2 + (z_E - z_B)^2 \quad (5.2)$$

$$k^2 = CF^2 = (x_F - x_C)^2 + (y_F - y_C)^2 + (z_F - z_C)^2 \quad (5.3)$$

Parametr geometryczny – długość boku efektora (5.4)-(5.6)

$$m^2 = MN^2 = (x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2 + (z_N - z_M)^2 \quad (5.4)$$

$$m^2 = NP^2 = (x_P - x_N)^2 + (y_P - y_N)^2 + (z_P - z_N)^2 \quad (5.5)$$

$$m^2 = PM^2 = (x_P - x_M)^2 + (y_P - y_M)^2 + (z_P - z_M)^2 \quad (5.6)$$

Równania (5.7)-(5.9) zawierają wzory jakie można wyprowadzić z prostopadłości gałęzi do odpowiednich boków efektora. Iloczyn skalarny dwóch wektorów prostopadłych jest równy zeru.:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DN} &= 0; \\ (x_D - x_A)(x_N - x_D) + (y_D - y_A)(y_N - y_D) + (z_D - z_A)(z_N - z_D) &= 0 \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{EP} &= 0; \\ (x_E - x_A)(x_P - x_E) + (y_E - y_B)(y_P - y_E) + (z_E - z_B)(z_P - z_E) &= 0 \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CF} \cdot \overrightarrow{FM} &= 0; \\ (x_F - x_C)(x_M - x_F) + (y_F - y_C)(y_M - y_F) + (z_F - z_C)(z_M - z_F) &= 0 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Dodatkowo dochodzą równania ograniczeń geometrycznych. Współrzędne z punktów A, B i C związanych z napędami poruszającymi się po podstawie mają wartości równe zeru czyli:

$$z_A = 0; \quad z_B = 0; \quad z_C = 0; \quad (5.10)(5.11)(5.12)$$

Miejsca łączenia gałęzi z platformą mechanizmu przyjęto w połowie wysokości boków efektora. Stąd współrzędne punktów D, E, i F znajdujących się w połowie odcinków odpowiednio MN, NP i PN można wyznaczyć ze wzorów:

$$x_D = \frac{x_N + x_M}{2}; \quad y_D = \frac{y_N + y_M}{2}; \quad z_D = \frac{z_N + z_M}{2} \quad (5.13)(5.14)(5.15)$$

$$x_E = \frac{x_P + x_N}{2}; \quad y_E = \frac{y_P + y_N}{2}; \quad z_E = \frac{z_P + z_N}{2} \quad (5.16)(5.17)(5.18)$$

$$x_F = \frac{x_P + x_M}{2}; \quad y_F = \frac{y_P + y_M}{2}; \quad z_F = \frac{z_P + z_M}{2} \quad (5.19)(5.20)(5.21)$$

Spośród podanych równań, po podstawieniu więzów geometrycznych (współrzędne  $z$  punktów A, B, C są zerowe, a współrzędne punktów M, N, P muszą mieć wartość dodatnią) i ograniczeń (wybór rozwiązania, w którym kąt między efekтором a gałęzią kinematyczną jest większy), uzyska się dziewięć niezależnych równań pozwalających rozwiązać zadania kinematyki. Zadanie proste, polegające na wyznaczeniu położenia efektora w funkcji pozycji napędów, wymaga zbudowania układu dziewięciu równań z dziewięcioma niewiadomymi. Zadanie odwrotne, poszukujące sześciu współrzędnych pozycji podpór przy danej pozycji orientacji efektora, wymaga rozwiązania układu składającego się tylko z sześciu równań.

## 6. ANALIZA PARAMETRÓW RUCHU I ALGORYTMY ROZWIĄZAŃ ZADAŃ KINEMATYKI MANIPULATORA TYPU TRIPLANAR

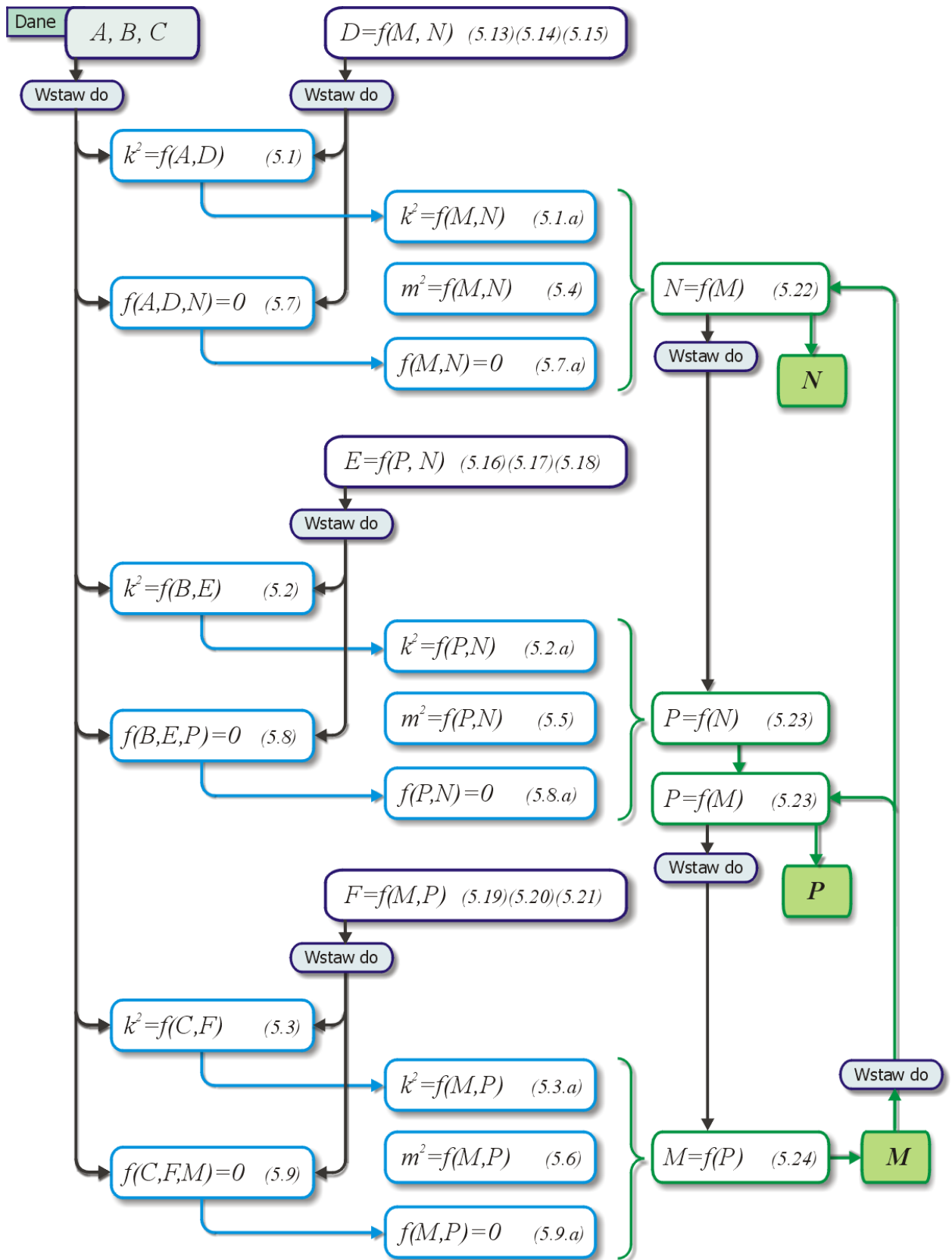
### 6.1. Położenie efektora w funkcji położenia podpór - rozwiązanie zadania prostego kinematyki

W zadaniu prostym kinematyki szukane jest położenie i orientacja efektora opisane przez współrzędne punktów M, N i P. Przy znanych współrzędnych punktów podpór manipulatora:  $A(x_A, y_A, 0)$ ,  $B(x_B, y_B, 0)$  i  $C(x_C, y_C, 0)$ , z równań modelu matematycznego przedstawionych w rozdziale 5 można wyznaczyć współrzędne punktów  $M(x_M, y_M, z_M)$ ,  $N(x_N, y_N, z_N)$  i  $P(x_P, y_P, z_P)$ . Jeśli wprowadzić dodatkowe ograniczenie geometryczne (6.1), wyznaczone punkty jednoznacznie opiszą położenie i orientację efektora w przestrzeni.

$$z_M > 0 \quad z_N > 0 \quad z_P > 0 \quad (6.1)$$

Na rysunku 6.1 przedstawiono algorytm wyznaczania położenia efektora. Zgodnie z rozdziałem 5 istnieje dziewięć niezależnych równań pozwalających na wyznaczenie dziewięciu szukanych współrzędnych trzech punktów leżących na rogach efektora.

Zgodnie z algorytmem z rysunku 6.1 dane współrzędnych punktów A, B i C wstawiane są do równań na kwadraty długości biernych gałęzi kinematycznych (5.1)-(5.3). Współrzędne z równań (5.13)-(5.21) po wstawieniu do iloczynów skalarnych wektorów AD, DN, BE, EP, CF, FM (5.7)-(5.9) i wzorów na długości gałęzi kinematycznych (5.1.a)-(5.3.a) zredukują te funkcje o współrzędne punktów D, E, F. Powstaną funkcje uzależnione od szukanych współrzędnych punktów M, N i P. Przy rozwiązaniu układu trzech równań zawierających równania (5.1.a), (5.7.a) i (5.4) zostaną wyznaczone współrzędne punktu N w funkcji danych współrzędnych punktów A, B, C i nieznanymi współrzędnych punktu M (równanie (5.22) z rysunku 6.1). Następnie, wykorzystując powstałe wzory (5.22) wstawione do i (5.2.a),(5.8.a) i (5.5), można zbudować układ równań, z którego da się wyznaczyć współrzędne punktu P. One również będą zależały od nieznanymi współrzędnych punktu M i znanych współrzędnych punktów A, B i C. ((5.23) na rysunku 6.1.)



Rys.6.1. Algorytm rozwiązania zadania prostego kinematyki

Analogiczne działanie z zastosowaniem równań (5.23), (5.3.a),(5.9.a) i (5.6) doprowadzi do wyznaczenia współrzędnych punktu M (5.24), tym razem uzależnionego tylko od danych A, B i C. Po wstawieniu tych równań (5.24) z powrotem do równań na N (5.22) i P (5.23) uzyskuje się rozwiązanie całego układu dziewięciu równań. Wyznaczone w ten sposób trzy punkty należące do platformy jednoznacznie określają pozycję i orientację efektora w przestrzeni trójwymiarowej.

Do celów realizacji zadania planowania trajektorii efektora mechanizmu i sterowania podporami bardziej celowe jest rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki. Dzięki temu będzie możliwe pełne sterowanie położeniem efektora.

## **6.2. Pozycja podpór w funkcji położenia efektora - rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki**

Położenie efektora w przestrzeni jednoznacznie determinuje pozycje podpór mechatronicznych manipulatora. Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki pozwala wyznaczyć położenia podpór w funkcji pozycji i orientacji efektora niezależnie od sposobu opisu położenia efektora. Przedstawione w pracy rozwiązanie umożliwia określenie położenia efektor na dwa sposoby:

- a) **Trzy punkty efektor** - poprzez podanie współrzędnych trzech punktów należących do powierzchni wyznaczonej przez płaszczyznę efektor. Ten sposób opisu efektor będzie wykorzystany w badaniach doświadczalnych w dalszej części pracy podczas pomiaru położenia płaszczyzny efektor w przestrzeni. Pomiar ten posłuży do weryfikacji realizacji zadanego położenia efektor,
- b) **Położenie lokalnego układu współrzędnych efektor** - poprzez podanie współrzędnych środka geometrycznego efektor i wektora normalnego do płaszczyzny efektor. Jest to jednoznaczne z podaniem wektora pozycji i wektora orientacji (kosinusy kierunkowe) lokalnego układu współrzędnych związanego z efektoem względem globalnego układu współrzędnych związanego z nieruchomą podstawą. Opis jest wygodniejszy, gdy na efektorze ma zostać zamocowane narzędzie (np. Laser). Opisując zadane położenie narzędzia w lokalnym układzie współrzędnych efektor i znając położenia układu efektor względem podstawy można bardzo łatwo przeliczyć położenie narzędzia

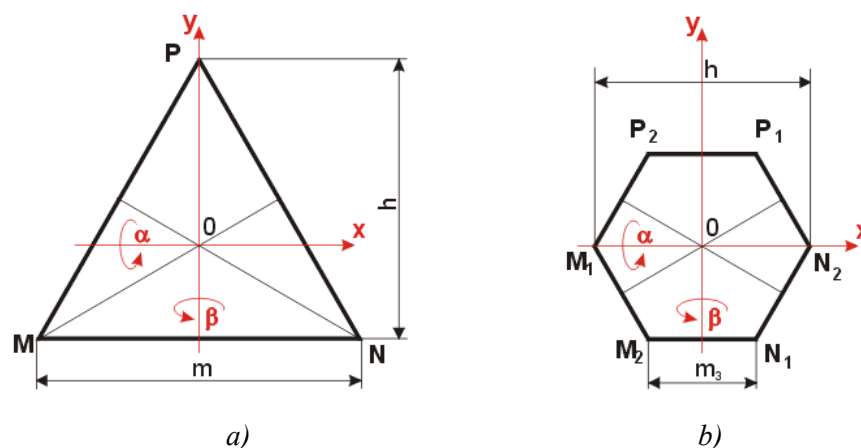
względem podstawy. Ten opis położenia obiektu wykorzystywany jest w opisie platformy w symulatorach lotniczych (pierwotne zastosowanie platformy D. Stewarta).

W rozdziale tym przedstawiono rozwiązanie zadania odwrotnej kinematyki metodą przekształceń wektorowych (wykorzystanie opisu (a) w postaci trzech punktów efektor) i metodą transformacji macierzowej (efektor opisany metodą (b) zadane położenie lokalnego układu współrzędnych związanego z efekтором) oraz algorytmy przejścia pomiędzy wymienionymi sposobami opisu położenia efektor.

Rozwiązując analitycznie zadanie odwrotne kinematyki na ogół uzyska się po dwa poprawne rozwiązania dla każdej z podpór. Opracowano więc algorytm pozwalający na wybór jednego z nich. W szczególnych przypadkach rozwiązanie zadania odwrotnego da po jednym możliwym rozwiązaniu dla każdej podpory (jeden prawidłowy punkt położenia pojedynczej podpory). Może oczywiście istnieć sytuacja, że dla podanego położenia efektor nie będzie rozwiązań zadania. Oznaczać to będzie przypadek, w którym konstrukcja manipulatora uniemożliwi uzyskanie podanego położenia przez efektor. Osiągnięcie tej pozycji powodowałoby oderwanie się od podstawy, jednej lub więcej podpór.

Do przekształcenia opisu efektor z postaci (b), czyli mając wektor pozycji (punkt środka efektor) i macierz orientacji w układzie lokalnym (kosinusy kierunkowe), do postaci (a) wyrażonej trzema punktami należącymi do efektor i zapisanymi w układzie globalnym wykorzystano równania transformacji macierzowej układów współrzędnych.

W manipulatorze typu Triplanar efektor może przyjmować różne kształty. W pracy przyjęto dwa rodzaje efektor: o kształcie trójkąta równobocznego i sześciokąta foremnego. Na rysunku 6.2 przedstawiono charakterystyczne wymiary i punkty efektor trójkątnego (6.2.a) i sześciokątnego (6.2.b).



Rys. 6.2. Oznaczenia charakterystycznych wymiarów efektor: a) trójkątnego b) sześciokątnego

Sposób (a) opisu to współrzędne punktów M, N i P w globalnym układzie współrzędnym związanym z nieruchomą podstawą. Sposób (b) to współrzędne pozycji i orientacji lokalnego układu współrzędnych związanego z ruchomym efekтором względem nieruchomego układu globalnego. Dla inżyniera planującego trajektorię, wzdłuż której ma się poruszać efektor, wygodniejszy jest sposób (b).

### 6.2.1. Algorytm przekształcenia opisu z postaci układu lokalnego efektora do opisu wyrażonego współrzędnymi trzech punktów

Do rozważań przyjęto oznaczenie {B} dla globalnego układu współrzędnych, związanego z nieruchomą podstawą manipulatora i oznaczenie {P} dla układu związanego z trójkątną platformą efektora.

Zgodnie z rysunkiem 6.2. punkt (0,0) lokalnego układu współrzędnych {P} pokrywa się z geometrycznym środkiem ciężkości efektora i jedna z osi jest równoległa do jednego boku efektora. (OX || MP). Położenie układu lokalnego determinuje pozycja środka efektora w układzie globalnym  ${}^B S(S_x, S_y, S_z)$  i kąty wychylenia efektora względem trzech osi układu ( $\alpha, \beta, \theta$ ). Aby opisać położenie dowolnego punktu efektora w układzie globalnym, dokonuje się mnożenia macierzy transformacji układów współrzędnych przez współrzędne punktów w układzie lokalnym zgodnie ze wzorem (6.2).

$${}^B r = {}^B T_P \cdot {}^P r \quad (6.2)$$

gdzie:

${}^B r$  – wektor położenia punktu w układzie globalnym podstawy,

${}^P r$  – wektor położenia punktu w układzie lokalnym efektora,

${}^B T_P$  – macierz transformacji współrzędnych układu efektora {P} do współrzędnych wyrażonych w układzie globalnym {B}

Przy czym:

$${}^B T_P = {}^B D(S_x, S_y, S_z) \cdot R_z(\theta) \cdot R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \quad (6.3)$$

Poszczególne macierze ze wzoru (6.3) przyjmą postać zgodnie ze wzorami (6.4)-(6.7).  
 ${}^B_P D(S_x \ S_y \ S_z)$  – macierz przesunięcia początku układu współrzędnych efektora {P} względem początku układu globalnego {B} o wartość  $S_x$  wzdłuż osi OX, o wartość  $S_y$  wzdłuż osi OY i wartość  $S_z$  wzdłuż osi OZ.

$${}^B_P D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & S_x \\ 0 & 1 & 0 & S_y \\ 0 & 0 & 1 & S_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

$R_x(\alpha)$  - macierz obrotu układu {P} o kąt  $\alpha$  wokół osi OX układu globalnego {B}

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$R_y(\beta)$  - macierz obrotu o kąt  $\beta$  wokół osi OY

$$R_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$R_z(\theta)$  - macierz obrotu o kąt  $\theta$  wokół osi OZ

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Po dokonaniu mnożenia macierzy zgodnie ze wzorem (6.3) macierz transformacji układów będzie miała postać jak w (6.8)

$${}_{P}^{B}T = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\beta & \cos\theta \cos\beta \sin\alpha - \sin\theta \cos\alpha & \cos\theta \sin\beta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha & S_x \\ \sin\theta \cos\beta & \sin\theta \sin\beta \sin\alpha + \cos\theta \cos\alpha & \sin\theta \sin\beta \cos\alpha - \cos\theta \sin\alpha & S_y \\ -\sin\beta & \cos\beta \sin\alpha & \cos\beta \cos\alpha & S_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

Jednorodne punkty  ${}^P M$ ,  ${}^P N$ ,  ${}^P P$  oraz  ${}^P M_1$ ,  ${}^P M_2$ ,  ${}^P N_1$ ,  ${}^P N_2$ ,  ${}^P P_1$ ,  ${}^P P_2$  w układzie lokalnym zależą od wymiarów geometrycznych efektora i przyjmują wartości zgodnie ze wzorami (6.9) dla platformy trójkątnej i (6.10) dla platformy sześciokątnej zgodnie z rysunkiem 6.2.

$${}^P M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m \\ -\frac{1}{3}h \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P N = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m \\ -\frac{1}{3}h \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P P = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{3}h \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

gdzie:

$m$  – długość boku efektora (trójkąt równoboczny)

$h$  – wysokość trójkąta zgodnie z oznaczeniem z rysunku 6.2

$${}^P M_1 = \begin{bmatrix} -m_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P M_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_3 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}m_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P N_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_3 \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}m_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$${}^P N_2 = \begin{bmatrix} m_3 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P P_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}m_3 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}m_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^P P_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}m_3 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}m_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

gdzie:

$m_3$  – długość boku efektora (sześciokąt foremny)

Te same punkty transponowane do układu globalnego  $\{B\}$  przyjmą dla platformy trójkątnej wartości  ${}^B M$ ,  ${}^B N$ ,  ${}^B P$  zgodnie z równaniem (6.11) i dla platformy o kształcie sześciokąta foremnego wartości  ${}^B M_1$ ,  ${}^B N_1$ ,  ${}^B P_1$ ,  ${}^B M_2$ ,  ${}^B N_2$ ,  ${}^B P_2$  jak we wzorach (6.12).

$${}^B M = {}^B T_P \cdot P M \quad {}^B N = {}^B T_P \cdot P N \quad {}^B P = {}^B T_P \cdot P P \quad (6.11)$$

$${}^B M_1 = {}^B T_P \cdot P M_1 \quad {}^B M_2 = {}^B T_P \cdot P M_2 \quad {}^B N_1 = {}^B T_P \cdot P N_1 \quad (6.12)$$

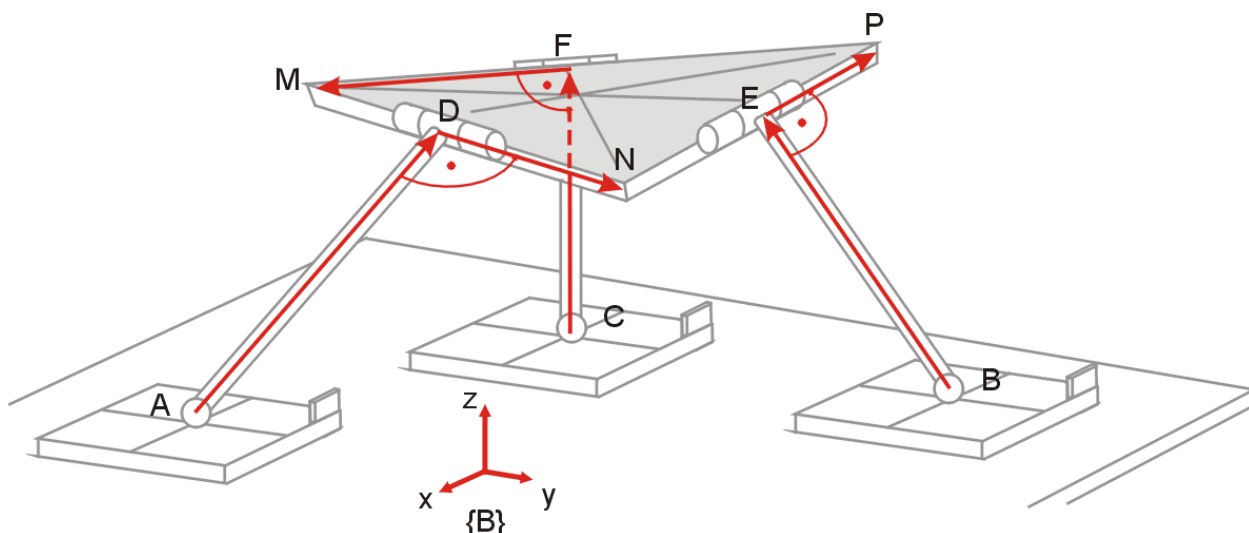
$${}^B N_2 = {}^B T_P \cdot P N_2 \quad {}^B P_1 = {}^B T_P \cdot P P_1 \quad {}^B P_2 = {}^B T_P \cdot P P_2$$

W zależności od sposobu opisu położenia efektora w przestrzeni zadanie odwrotne kinematyki można rozwiązać metodą przekształceń wektorowych z użyciem współrzędnych wyrażonych w układzie globalnym lub metodą transformacji macierzowej, stosując zapis punktów w układzie lokalnym. Poniżej przedstawiono obie metody.

### 6.2.2. Metoda przekształceń wektorowych rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki

W metodzie wektorowej mechanizm opisano sześcioma wektorami, których początki i końce pokrywają się z charakterystycznymi punktami mechanizmu. Usytuowanie tych wektorów przedstawiono na rysunku 6.3.

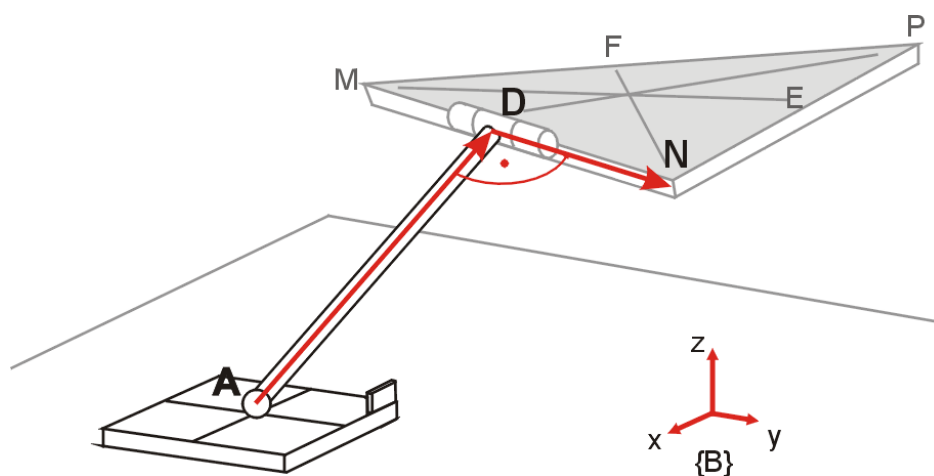
Do rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki wymagane jest wyznaczenie położenia podpór A, B i C przy znanym położeniu i orientacji efektora mechanizmu (M, N, P). Mając te dane, można wyznaczyć współrzędne punktów D, E, F korzystając z równań modelu matematycznego zapisanego w rozdziale 5.



*Rys. 6.3. Mechanizm z oznaczeniami przyjętymi do rozwiązań*

Przyjmując, że współrzędne Z punktów A, B i C wynoszą 0, należy znaleźć sześć współrzędnych  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$ ,  $C(x_C, y_C)$ . Należy więc napisać układ sześciu równań niezależnych; rozwiązanie tego układu da jednoznaczne rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki. W manipulatorze każda z podpór mechatronicznych ma możliwość poruszania się całkowicie niezależnie od pozostałych. Można więc napisać trzy zestawy układów dwóch równań z dwiema niewiadomymi dla każdej z podpór.

Rozpatrując podporę A można napisać równanie na długość odcinka AD – (6.13) oraz równanie na prostopadłość wektorów AD i DN (6.14). Tak więc, mając dane współrzędne punktów D i N oraz długość członu łączącego efektor z podporą –  $k$ , można wyznaczyć współrzędne punktu A. Niezbędne oznaczenia do wyznaczenia pozycji podpory A pokazano na rysunku 6.4.



*Rys. 6.4. Fragment manipulatora z oznaczeniami niezbędnymi do wyznaczenia pozycji podpory A*

Równania na długość  $k$  wektora AD:

$$k^2 = AD^2 = (x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2 + (z_A - z_D)^2 \quad (6.13)$$

Równanie na prostopadłość wektorów DA i DN (iloczyn skalarny wektorów):

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DN} &= 0; \\ (x_A - x_D)(x_D - x_N) + (y_A - y_D)(y_D - y_N) + (z_A - z_D)(z_D - z_N) &= 0 \end{aligned} \quad (6.14)$$

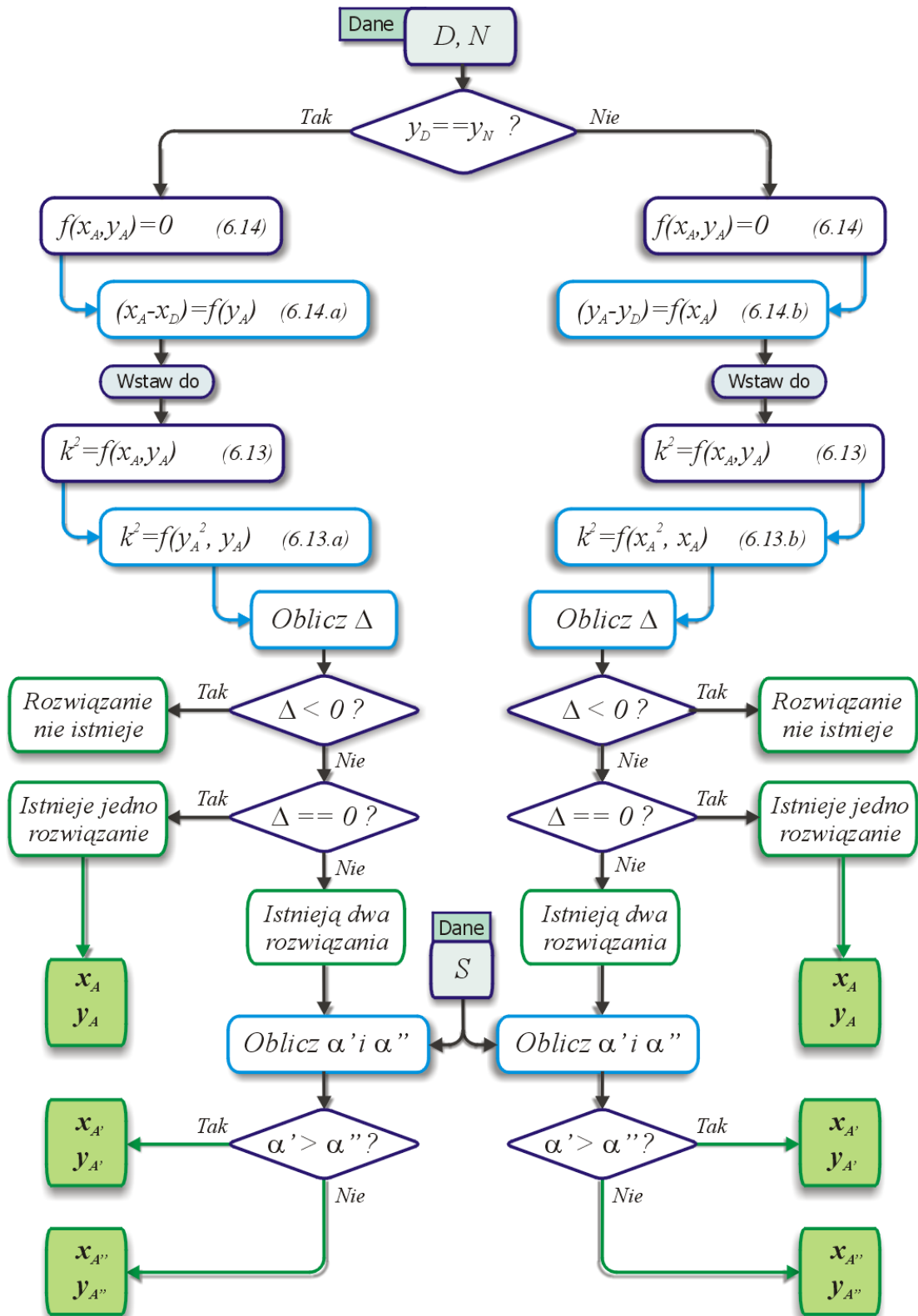
Po podstawieniu do równań (6.13) i (6.14) ograniczenia na współrzędną  $z_A = 0$ , otrzymamy układ równań (6.15), którego rozwiązanie przedstawia algorytm na rysunku 6.5.

$$\begin{cases} k^2 = (x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2 + z_D^2 \\ (x_A - x_D)(x_D - x_N) + (y_A - y_D)(y_D - y_N) + (-z_D)(z_D - z_N) = 0 \end{cases} \quad (6.15)$$

Zgodnie z algorytmem z rysunku 6.5, w zależności od współrzędnych punktów D i N, rozwiązanie będzie przebiegało według jednej z wersji. Dla jednakowych współrzędnych  $x_D$  oraz  $x_N$  algorytm będzie przebiegał według ścieżki 1. Gdy zaś współrzędne  $y_D$  oraz  $y_N$  będą jednakowe, obliczenia dokona się według wariantu 2. Wybór wariantu jest niezbędny, gdyż różnica współrzędnych  $x$  lub  $y$  znajduje się we wzorach w mianowniku.

Pierwszym krokiem w algorytmie jest wyznaczenie z równania na prostopadłość wektorów (6.14) różnicy współrzędnych  $(x_A - x_D)$ . Wyrażenie to, po wstawieniu do równania na długość członu  $k$  (6.13), pozwoli wyeliminować z niego zmienne  $x_A$ . Powstałe równanie zmiennej  $y_A$  jest wielomianem stopnia drugiego. Po uporządkowaniu wyrażeń obliczona zostaje delta równania kwadratowego. W zależności od wartości delty są trzy możliwości:

- układ nie ma rozwiązania w zakresie liczb rzeczywistych (delta ujemna), i oznacza to, że przy takich wartościach współrzędnych punktów D i N gałąź łącząca efektor z podstawą (w punkcie P) nie sięgnie podłoża,
- układ ma jedno rozwiązanie (delta równa zero),
- układ ma dwa rozwiązania (delta dodatnia), co oznacza, że dla danego położenia efektora podpora (punkt A) może zająć dwa alternatywne i poprawne położenia. W jednym rozwiązaniu wektor AD będzie tworzył z płaszczyzną kąt  $\alpha$ , a w drugim kąt  $90+\alpha$ .

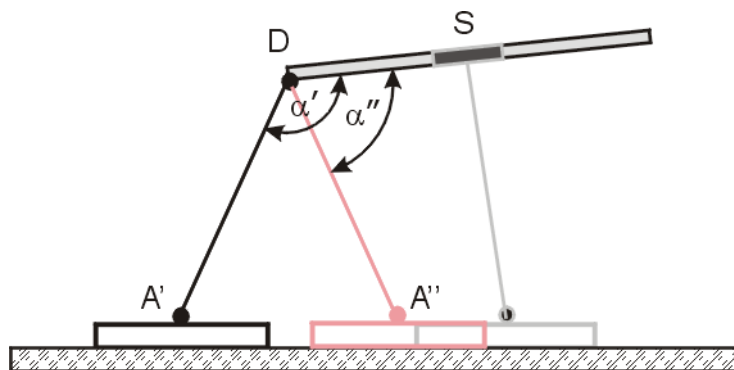


Rys. 6.5. Algorytm rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki

W zależności od wartości delty obliczana jest (lub nie jest) wartość współrzędnej  $y_A$ . Następnie wyrażenie na  $y_A$  podstawiane jest do równania na  $x_A$ .

Wariant drugim różni się tym, że z równania (6.13) wyznaczana jest współrzędna  $x_A$  a nie, jak to miało miejsce w wariantcie pierwszym,  $y_A$ , i ta współrzędna  $x_A$  jest następnie podstawiana do równania (6.14).

W wyniku rozwiązania układu równań, zgodnie z podanym algorytmem, zostaną wyznaczone współrzędne punktu  $A(x_A$  i  $y_A)$ . W wyniku rozwiązania układu (6.15) można uzyskać od 0 do 2 rozwiązań w zakresie zbioru liczb rzeczywistych. Nie będzie istniało rozwiązanie, gdy koniec członu łączącego efektor z podporą nie sięgnie podstawy  $AD > k$ . Układ będzie miał jedno rozwiązanie, gdy  $AD$  będzie prostopadłe do podstawy, oraz dwa rozwiązania w innym przypadku. W sytuacji gdy rozwiązanie układu zwróci dwie możliwe pozycje punktu  $A$ , należy wybrać jedno z rozwiązań. Dla poprawnej pracy mechanizmu oraz dla uniknięcia kolizji podpór na płaszczyźnie wybrane zostanie rozwiązanie, w którym człon łączący efektor z podporą będzie tworzył większy kąt (kąt między wektorami  $AD$  i  $SD$ , gdzie  $S$  to geometryczny środek efektor). Lepszym rozwiązaniem będzie to, dla którego podpora znajdzie się na zewnątrz rzutu efektor na płaszczyznę podstawy (cienia efektor). Sytuację alternatywnych rozwiązań przedstawia rysunek 6.6.



*Rys. 6.6. Alternatywne położenia podpory przy jednej konfiguracji efektor*

Wyboru optymalnej pozycji podpory dokonano poprzez obliczenie kątów jakie tworzą alternatywne gałęzie kinematyczne z płaszczyzną efektor ( $\alpha' = \angle(A'D, DS)$   $\alpha'' = \angle(A''D, DS)$ ) dla podpory  $A$ . Optymalnym rozwiązaniem będzie to, w którym powstaje większy kąt z platformą efektor. Dzięki takiemu rozwiązaniu uniknie się kolizji układów napędowych, które mają określone wymiary geometryczne, a tylko na użytek obliczeń sprowadzone są do punktów materialnych.

Dla pozostałych podpór  $B$  i  $C$  układy równań przyjmą postać (6.16) dla podpory  $B$  i (6.17) dla podpory  $C$ . Do ich rozwiązania można wykorzystać algorytm postępowania ten sam co dla podpory  $A$ .

$$\begin{cases} k^2 = (x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2 + z_E^2 \\ (x_B - x_E)(x_E - x_P) + (y_B - y_E)(y_E - y_P) + (-z_E)(z_E - z_P) = 0 \end{cases} \quad (6.16)$$

$$\begin{cases} k^2 = (x_C - x_F)^2 + (y_C - y_F)^2 + z_C^2 \\ (x_C - x_F)(x_F - x_M) + (y_C - y_F)(y_F - y_M) + (-z_F)(z_F - z_M) = 0 \end{cases} \quad (6.17)$$

Dla efektora o kształcie sześciokąta foremnego sposób rozwiązania będzie analogiczny. Aby jednak była możliwość użycia tych samych wzorów, dodatkowo muszą zostać wyliczone współrzędne wirtualnych punktów M, N i P, leżące na przecięciu się prostych będących przedłużeniem odpowiednich boków efektora sześciokątnego. Współrzędne punktów wirtualnych można wyliczyć z układów równań (6.18)-(6.20). Oznaczenia punktów zaznaczono na rysunku 6.7. W układach równań wykorzystuje się wzory na długości wektorów i wzór na kąt między wektorami, który dla trójkąta równobocznego wynosi  $60 [^\circ]$ .

Punkt M( $x_M, y_M, z_M$ ) – punkt przecięcia przedłużonych odcinków  $M_1N_1$  i  $M_2P_1$

$$\begin{cases} m_3^2 = (x_{M_1} - x_M)^2 + (y_{M_1} - y_M)^2 + (z_{M_1} - z_M)^2 \\ m_3^2 = (x_{M_2} - x_M)^2 + (y_{M_2} - y_M)^2 + (z_{M_2} - z_M)^2 \\ (x_{M_1} - x_M)(x_{M_2} - x_M) + (y_{M_1} - y_M)(y_{M_2} - y_M) + (z_{M_1} - z_M)(z_{M_2} - z_M) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (6.18)$$

Punkt N( $x_N, y_N, z_N$ ) – punkt przecięcia przedłużonych odcinków  $M_1N_1$  i  $N_2P_2$

$$\begin{cases} m_3^2 = (x_{N_1} - x_N)^2 + (y_{N_1} - y_N)^2 + (z_{N_1} - z_N)^2 \\ m_3^2 = (x_{N_2} - x_N)^2 + (y_{N_2} - y_N)^2 + (z_{N_2} - z_N)^2 \\ (x_{N_1} - x_N)(x_{N_2} - x_N) + (y_{N_1} - y_N)(y_{N_2} - y_N) + (z_{N_1} - z_N)(z_{N_2} - z_N) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (6.19)$$

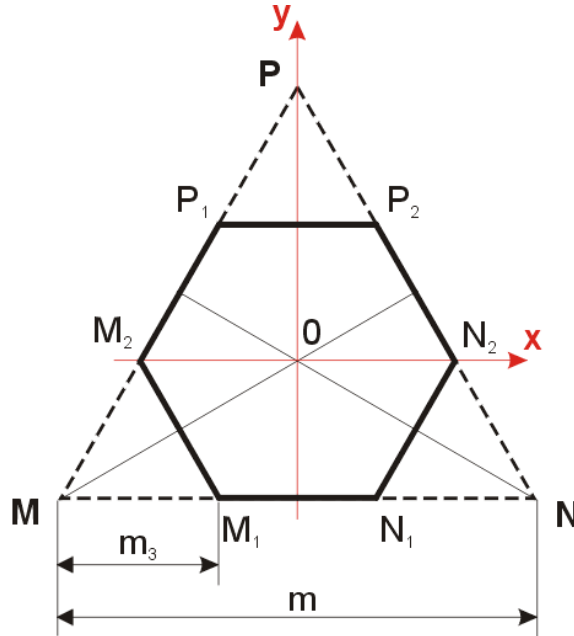
Punkt P( $x_P, y_P, z_P$ ) – punkt przecięcia przedłużonych odcinków  $M_2P_1$  i  $N_2P_2$

$$\begin{cases} m_3^2 = (x_{P_1} - x_P)^2 + (y_{P_1} - y_P)^2 + (z_{P_1} - z_P)^2 \\ m_3^2 = (x_{P_2} - x_P)^2 + (y_{P_2} - y_P)^2 + (z_{P_2} - z_P)^2 \\ (x_{P_1} - x_P)(x_{P_2} - x_P) + (y_{P_1} - y_P)(y_{P_2} - y_P) + (z_{P_1} - z_P)(z_{P_2} - z_P) = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (6.20)$$

gdzie:

$m_3 = 1/3 m$  – długość boku efektor sześciokątnego,

$m$  – długość boku efektor trójkątnego,



Rys. 6.7. Zaznaczenie punktów wirtualnych dla efektor sześciokątnego

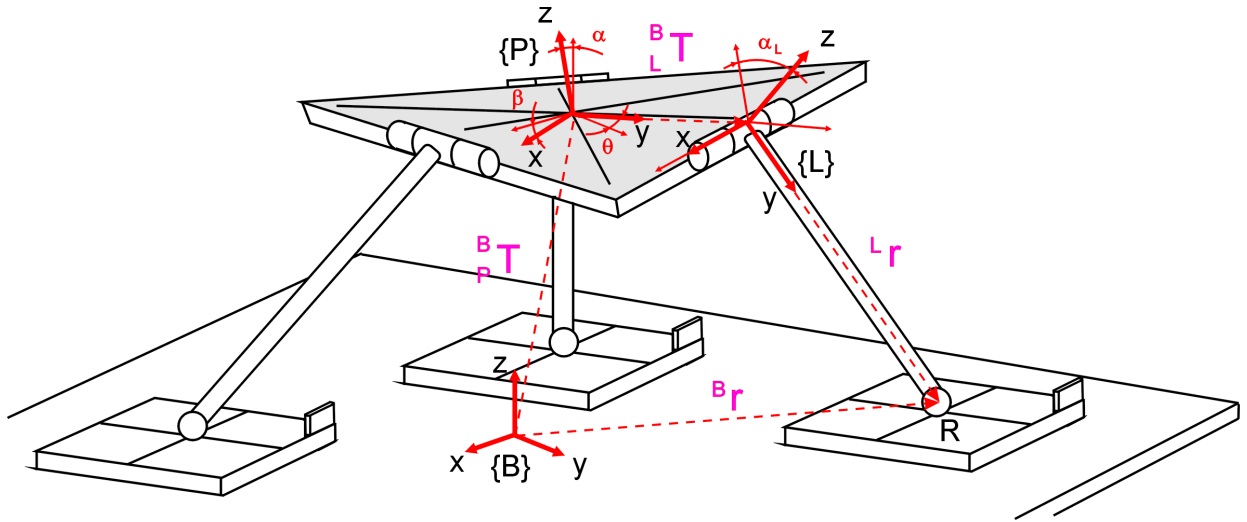
Wyznaczone, przez rozwiązanie powyższych układów równań, punkty wirtualne mogą być użyte bezpośrednio w algorytmie przedstawionym dla efektor trójkątnego.

### 6.2.3. Macierzowy zapis konfiguracji mechanizmu – metoda transformacji macierzowej rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki

Położenie i orientacja efektor opisana jest za pomocą sześciu parametrów konfiguracyjnych: trzech współrzędnych  $x_P, y_P, z_P$  położenia w przestrzeni środka efektor oraz trzech kątów obrotu efektor  $\alpha, \beta, \theta$  względem osi globalnego układu współrzędnych podstawy. Przedstawia to rysunek 6.8, na którym pokazano również przyjęte układy współrzędnych.

Z nieruchomą podstawą, po której przemieszczają się podpory, związane globalny układ współrzędnych  $\{B\}$ . Na środku efektor umieszczono lokalny układ współrzędnych oznaczony jako  $\{P\}$ . Każdy z członów łączących kolejne podpory z efektor posiada własny układ lokalny  $\{L_i\}$ . Przy tak przyjętych układach współrzędnych, wykorzystując zapis

we współrzędnych jednorodnych, położenie środków każdej z podpór ( $R_i$ ) w globalnym układzie współrzędnych można wyrazić wzorem na wektor  ${}^B r_i$  (6.21).



**Rys.6.8.** Układy współrzędnych przyjęte do transformacji macierzowej jednej podpory

$${}^B r_i = {}^B T_P \cdot {}^P T_{L_i} \cdot {}^L r \quad (6.21)$$

gdzie:

${}^B r$  – szukany wektor położenia podpory w układzie globalnym  $\{B\}$

$${}^B r = [x_i \quad y_i \quad 0 \quad 1]^T \quad (6.22)$$

${}^B T_P$  – macierz transformacji współrzędnych układu efektora  $\{P\}$  do współrzędnych wyrażonych w układzie globalnym  $\{B\}$

$${}^B T_P = {}^B D(x_P y_P z_P) \cdot R_z(\theta) \cdot R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \quad (6.23)$$

${}^P T_{L_i}$  – macierz transformacji współrzędnych układu lokalnego  $\{L_i\}$  do współrzędnych w układzie efektora  $\{P\}$

$${}^P T_{L_i} = R_z(\theta_{120,i}) \cdot {}^P D(h_3) \cdot R_x(\alpha_{L,i}) \quad (6.24)$$

${}^L r$  – wektor współrzędnych położenia podpory w układzie lokalnym  $\{L\}$

${}^L r = [0 \quad l \quad 0 \quad 1]^T$ ;  $l$  – długość członu łączącego podpore z efektem

${}^B D$  – macierz przesunięcia układu efektora  $\{P\}$  względem układu globalnego  $\{B\}$

$R_j(kat)$  – macierz obrotu układu wokół osi  $j$  o podany  $kat$

Przyjęte we wzorach (6.22), (6.23) i (6.24) symbole oznaczają kolejno :

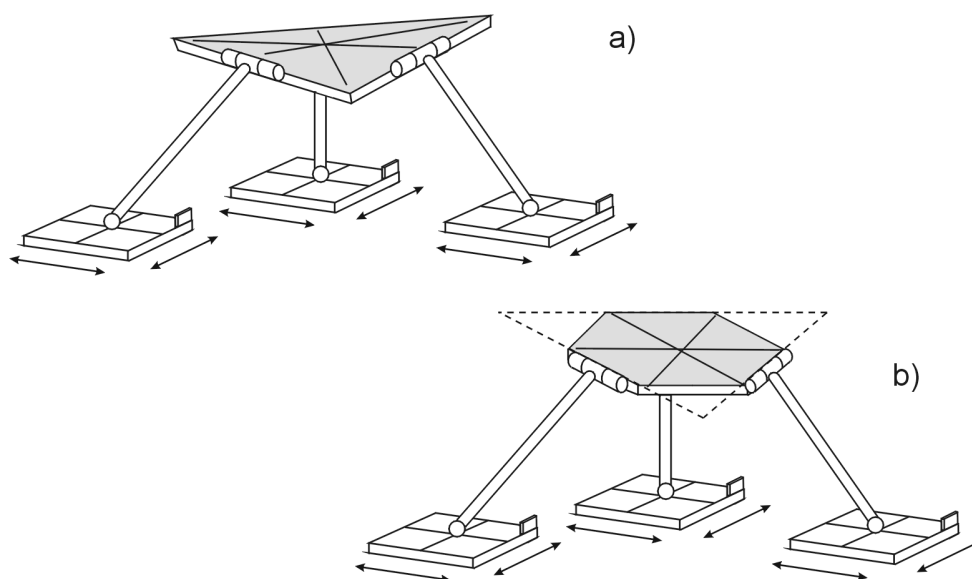
- $i$  – numer podpory aerostaticznej ( $i=1, 2$  lub  $3$ );
- $x_i, y_i$  – współrzędne środków podpór aerostaticznych w globalnym układzie współrzędnych;
- $\alpha$  – kąt obrotu efektora względem osi X globalnego układu współrzędnych;
- $\beta$  – kąt obrotu efektora względem osi Y globalnego układu współrzędnych;
- $\theta$  – kąt obrotu efektora względem osi Z globalnego układu współrzędnych;
- $x_P, y_P, z_P$  – współrzędne środka lokalnego układu współrzędnych efektora {P} w układzie globalnym {B};
- $\theta_{120,i}$  – kąt zależny od numeru podpory (dla pierwszej  $\theta_{120}=0^\circ$ , dla drugiej  $\theta_{120}=120^\circ$ , dla trzeciej  $\theta_{120}=240^\circ$ );
- $\alpha_{Li}$  – kąt między osią Z układu efektora {P} i osią Z układu lokalnego {L<sub>i</sub>}
- $h_3$  – odległość punktu łączenia gałęzi z efekтором od jego środka. Jedna trzecia wysokości trójkąta tworzącego efektor.

Zgodnie z podanym wzorem (6.21) można wyliczyć współrzędne trzech podpór manipulatora A, B i C, używając innych danych przy wypełnianiu macierzy transformacji  ${}^P_L T_i$  opisującej orientację układu i-tej gałęzi kinematycznej względem efektor. Pozostałe macierze są niezmiennie dla każdej z trzech podpór.

### 6.3. Strefa robocza efektor manipulatora Triplanar

W manipulatorze typu Triplanar strefę roboczą efektor należy rozpatrywać jako strefę złożoną przez superpozycję z dwóch stref. Jedna strefa jest wyznaczona, gdy ruchliwość efektor ograniczona jest do zmian orientacji. Przy unieruchomionym punkcie środka efektor może on dokonywać zmian wychylenia względem trzech osi układu bazowego. Efektor ma wtedy trzy stopnie swobody. Ograniczenie strefy wynika z konstrukcji efektor i długości gałęzi łączących efektor z napędami.. Druga strefa wynika z możliwości poruszania się manipulatora po płaszczyźnie XY w dwóch osiach i ze zmiany wysokości położenia efektor w osi Z bez zmian orientacji efektor. Wtedy strefa robocza jest zdefiniowana wielkością płaszczyzny, po której poruszają się napędy, i wymiarami geometrycznymi samego manipulatora. Złożenie tych

dwóch stref pozwala wyznaczyć całkowitą strefy roboczej manipulatora z efektorom o sześciu stopniach swobody.



**Rys. 6.9.** Manipulator z efektorom o kształcie a) trójkąta równobocznego b) sześciokąta foremnego

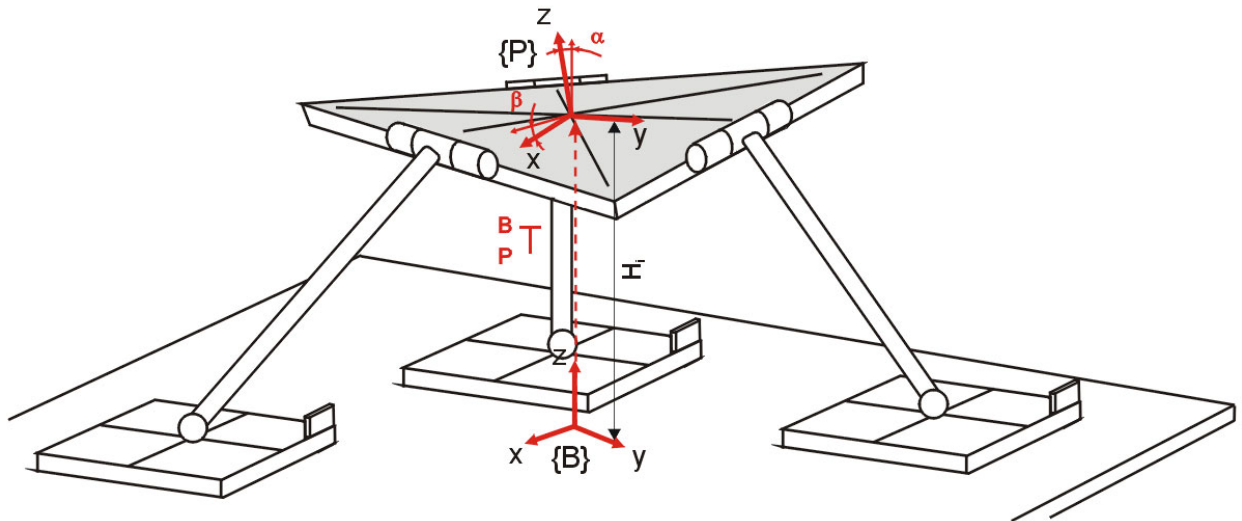
Badanie strefy roboczej efektorom przeprowadzono dla efektorom o kształcie trójkątnym i sześciokątnym. Na rysunku 6.9 pokazano manipulatory z dwoma różnymi efektorami. Jak widać, efektor o kształcie sześciokąta foremnego stworzono poprzez ścięcie rogów efektorom trójkątnego. Badania pozwoliły zbadać wpływ kształtu efektorom na wielkość jego strefy roboczej.

### 6.3.1. Strefa robocza wynikająca ze zmian orientacji efektorom

Dla określonej wysokości  $H_i$  punktu środka efektorom możliwy jest pewien określony zakres zmian pochylenia efektorom względem osi X o kąt  $\alpha$  i osi Y o kąt  $\beta$ . Zakres możliwych zmian pochylenia nazwano strefą roboczą efektorom dla zadanej wysokości  $H$  i oznaczono przez  $S_{(H=H_i)}$ . Przez całkowitą strefę roboczą efektorom rozumie się zbiór stref roboczych dla całego zakresu zmian wysokości  $H$  ( $H_i \in (0, H_{\max})$ ). Całkowitą strefę roboczą będziemy oznaczali symbolem  $S_{3D}$  i wyliczali ze wzoru (6.25).

$$S_{3D} = \sum_{H_i=0}^{H_{\max}} S_{H_i} \quad (6.25)$$

Do wyznaczenia położenia i orientacji efektora w globalnym układzie współrzędnych wykorzystano metodę transformacji macierzowej układów współrzędnych. Rysunek 6.10 przedstawia układy współrzędnych przyjętych do rozważań.



**Rys.6.10.** Lokalizacja układów współrzędnych przyjętych do wyznaczenia strefy roboczej

Z nieruchomą podstawą, po której przemieszczają się napędy planarne, związane globalny układ współrzędnych  $\{B\}$ . Na środku efektora umieszczono lokalny układ współrzędnych, oznaczony jako  $\{P\}$ . Przy tak przyjętych układach współrzędne charakterystycznych punktów efektora można wyliczyć przez wymnożenie ich wartości określonych w układzie lokalnym efektora  $\{P\}$  przez wyznaczoną macierz transformacji  ${}^B_P T$  zgodnie ze wzorem (6.26). Macierz transformacji jest macierzą przekształcenia lokalnego układu efektora  $\{P\}$  do układu globalnego podstawy  $\{B\}$ .

$${}^B P = {}^B_P T \cdot {}^P P \quad (6.26)$$

gdzie:

${}^B P$  – wektor położenia punktu efektora w układzie globalnym podstawy  $\{B\}$

${}^P P$  – wektor położenia punktu w układzie lokalnym efektora  $\{P\}$

${}^B_P T$  – macierz transformacji współrzędnych układu efektora  $\{P\}$  do współrzędnych wyrażonych w układzie globalnym  $\{B\}$

Do obliczenia strefy roboczej efektora przyjęto środek globalnego układu współrzędnych bezpośrednio pod środkiem układu współrzędnych platformy. Zmiana wysokości punktu pracy

jest jednoznaczna ze zmianą współrzędnej  $z_P$  przesunięcia wzdłuż osi  $Z$  o wartość  $H_i$ , przy zachowaniu współrzędnych  $x_P = 0$  i  $y_P = 0$ .

Zgodnie z przyjętymi uproszczeniami macierz transformacji układów współrzędnych  ${}^B_P T$  przyjmie postać (6.27).

$${}^B_P T = D(H) \cdot R_X(\alpha) \cdot R_Y(\beta) \quad (6.27)$$

gdzie:

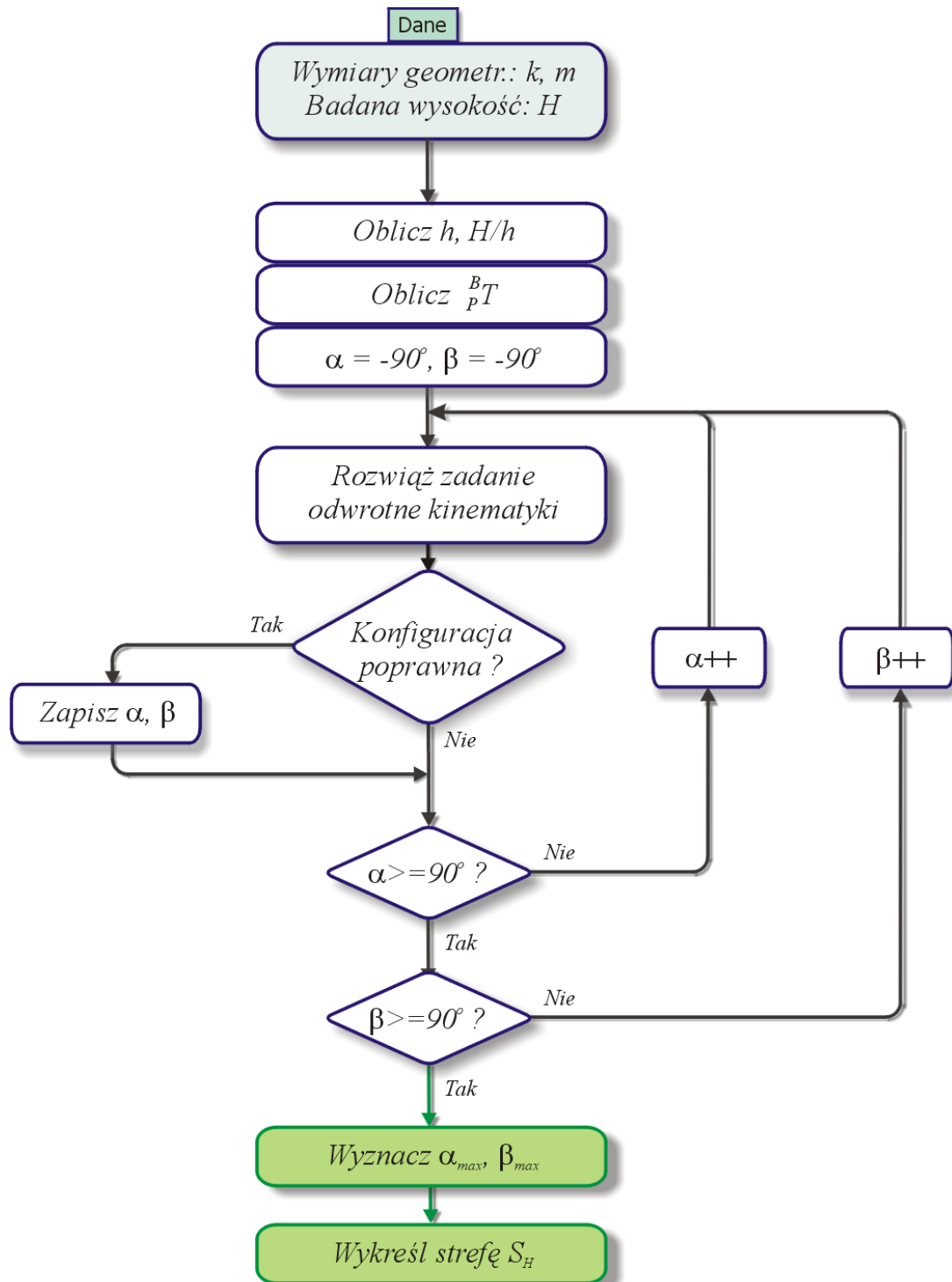
$D(H)$  – macierz przesunięcia układu efektora  $\{P\}$  wzdłuż osi  $Z$  układu globalnego  $\{B\}$  o wartość  $H = z_P$ . Wysokość, na której badana jest strefa robocza efektora.

$R_X(\alpha)$  – macierz obrotu o kąt  $\alpha$  układu efektora  $\{E\}$  wokół osi  $x$  układu globalnego  $\{0\}$

$R_Y(\beta)$  – macierz obrotu o kąt  $\beta$  układu efektora  $\{E\}$  wokół osi  $y$  układu globalnego  $\{0\}$

Opierając się na powyższych równaniach oraz algorytmie rozwiązywania zadania odwrotnego kinematyki opracowano przedstawiony na rysunku 6.11 algorytm wyznaczania strefy roboczej efektora  $S_H$  dla określonej wysokości  $H$ . Powtarzając zawarte w algorytmie instrukcje dla całego zakresu  $H$  od 0 do  $H_{\max}$  wyznaczona zostaje całkowita strefa robocza  $S_{3D}$ .

Zgodnie z przedstawionym algorytmem na początku dla podanych wymiarów geometrycznych efektora wyznaczany jest jego największy wymiar  $h$  (wysokość trójkąta równobocznego lub średnica okręgu opisującego sześciokąt foremny) oraz współczynnik  $h/H$ . Dla zadanej wysokości  $H_i$  wykonywane są dwie pętle, w których następuje przejście po całym zakresie zmian kątów  $\alpha$  i  $\beta$  od  $-90^\circ$  do  $+90^\circ$ . Dla każdej wartości kątów rozwiązywane jest zadanie odwrotne kinematyki. Jeśli podana konfiguracja jest poprawna, tzn. istnieje poprawne rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki, to kąty  $\alpha$  i  $\beta$  są zapamiętywane jako poprawne, i powiększa się w ten sposób strefa robocza  $S_{H_i}$ . Na koniec wyznaczane są wartości minimalne i maksymalne kątów oraz wykreślana jest strefa robocza dla zadanej wysokości  $H_i$ .



Rys 6.11. Algorytm wyznaczania strefy roboczej  $S_H$

### 6.3.2. Wielkość powierzchni podstawy zapewniająca pełną strefę roboczą efektora

Płaszczyzna podstawy, po której poruszają się układy napędowe może mieć dowolnie duże wymiary. Aby jednak było możliwe osiągnięcie przez manipulator pełnej strefy roboczej

$S_{3D}$ , wymagane jest zapewnienie minimalnej powierzchni, po której poruszają się napędy. Manipulator potrzebuje najwięcej miejsca w sytuacji, gdy efektor jest w najniższym położeniu (gdy platforma członu biernego jest równoległa do podstawy i znajduje się na wysokości  $H = 0$  [mm]). Na podstawie schematu z rysunku 6.12 wyznaczono wzór opisujący minimalny wartość szerokości powierzchni bazowej. Szerokość minimalnej powierzchni można opisać wzorem:

$$c \geq 2(a + k + b) \quad (6.28)$$

gdzie:

$a = \frac{h}{3}$  – jedna trzecia wysokości trójkąta równobocznego,

$h = m \frac{\sqrt{3}}{2}$  – wysokość trójkąta równobocznego,

$m$  – długość boku efektora,

$k$  – długość gałęzi kinematycznej łączącej efektor z napędem mechatronicznym,

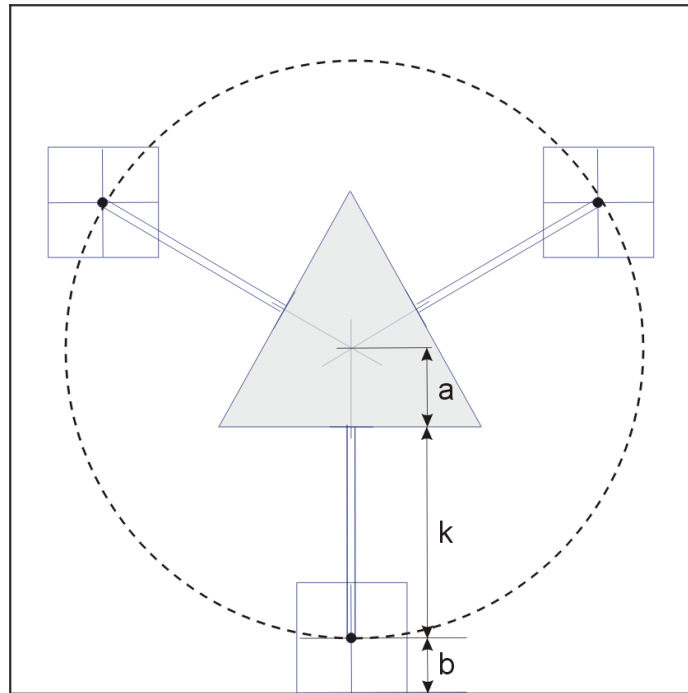
$b$  – połowa szerokości podpory mechatronicznej,

Ostatecznie równanie na minimalną szerokość powierzchni podstawy zapewniającą pracę manipulatora z pełną strefą roboczą efektora przyjmie postać:

$$c \geq 2 \cdot \left( \frac{m\sqrt{3}}{6} + k + b \right)$$

Wyznaczona wartość szerokości  $c$  zapewnia pełną strefę roboczą efektora przy stałych współrzędnych  $x$  i  $y$  punktu środka efektora. Aby efektor mógł pracować w pełnej strefie roboczej, zwiększonej o możliwość zmiany współrzędnych  $x$  i  $y$  o wartości odpowiednio  $\Delta x$  i  $\Delta y$ , wielkość minimalnej powierzchni podstawy należy wyznaczyć ze wzorów 6.29.

$$c_x \geq 2 \cdot \left( \frac{m\sqrt{3}}{6} + k + b \right) + \Delta x \quad c_y \geq 2 \cdot \left( \frac{m\sqrt{3}}{6} + k + b \right) + \Delta y \quad (6.29)$$



*Rys. 6.12. Położenie manipulatora przy współrzędnej Z środka efektora równej zero*

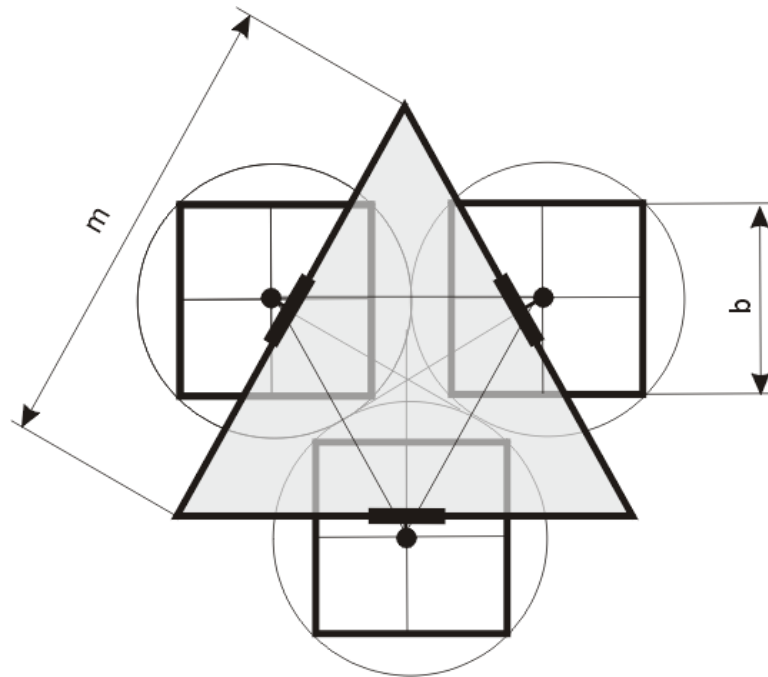
### 6.3.3. Minimalne wymiary efektora eliminujące położenia osobliwe

Aby uniknąć położen osobliwych manipulatora, w których napędy ulegają kolizji, oprócz przedstawionego algorytmu wyboru alternatywnego położenia z rysunku 6.6, należy na podstawie wymiarów geometrycznych napędów wyznaczyć minimalne wymiary efektora manipulatora. Zachowując te wymiary i stosując algorytm optymalnej pozycji wyeliminuje się możliwość wzajemnej kolizji podpór manipulatora na płaszczyźnie. Wzór (6.30) zawiera równanie na minimalną długość boku efektora, zapewniającą bezkolizyjną pracę podpór napędowych. Graficzne wyjaśnienie wyprowadzonego wzoru i oznaczenia użytych wymiarów przedstawia rysunkiem 6.13. Z rysunku widać, że minimalna odległość podpór powinna być dwukrotnie większa niż promienie opisujących je okręgów (przekątnych podpór). Można również zauważyć, że odległość ta jest połową długości boku efektora.

$$m \geq 4 \cdot b\sqrt{2} \quad (6.30)$$

gdzie:

- $m$  – długość boku efektora,
- $b$  – szerokość podpory napędowej.



*Rys.6.13. Oznaczenia do wyliczenia minimalnych wymiarów efektora*

#### **6.4. Analiza dokładności pozycjonowania efektora**

Dokładność jest miarą zdolności manipulatora do osiągnięcia zaprogramowanego położenia członu roboczego. Jest to różnica między zaprogramowaną a rzeczywistą pozycją efektora. Ilościową ocenę zdolności manipulatora do pozycjonowania efektora przy kolejnych próbach nazywa się powtarzalnością, czyli zdolnością do wielokrotnego powtórzenia położenia rzeczywistego. Z reguły powtarzalność jest większa od dokładności.

Analiza dokładności pozycjonowania podpór napędowych sprowadza się do określenia wpływu zmian efektora na zmianę pozycji podpory na płaszczyźnie w zależności od miejsca w strefie roboczej. Dokładność zmian położenia podpór napędowych jest funkcją minimalnej zmiany położenia efektora i parametrów geometrycznych manipulatora.

W wyniku rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki położenie wybranej podpory napędowej, wyrażone w funkcji współrzędnych charakterystycznych punktów efektora, rozwiązane z użyciem programu do obliczeń analitycznych Maple 8, przyjmie postać równania (6.31) dla współrzędnej w osi x podpory A oraz (6.32) dla współrzędnej w osi y tej podpory.

$$\begin{aligned}
xa(xd, yd, zd, xn, yn, zn) = & (xd^2 - xd xn - (2 yn^2 yd - 4 yd^2 yn + 2 yd xn^2 - 2 zd^2 yn \\
& + 2 yd^3 - 4 xd xn yd - 2 yd zd zn + 2 zn zd yn + 2 yd zd^2 + 2 xd^2 yd + 2 (xd^4 k^2 \\
& - xd^2 zd^4 - xd^4 zd^2 - xn^2 zd^4 + xn^4 k^2 - xn^4 zd^2 + 2 yd xn^2 zd^2 yn + 2 zd^2 yn xd^2 yd \\
& + 2 xd xn yd^2 zd^2 - 2 yd yn k^2 xd^2 - 2 yd yn k^2 xn^2 - 4 xd xn zd^3 zn + 2 xd xn zd^2 zn^2 \\
& - 2 yd^2 k^2 xd xn - 2 yn^2 k^2 xd xn + 2 yn^2 xd xn zd^2 - yd^2 zd^2 xd^2 + yd^2 k^2 xd^2 \\
& + yd^2 k^2 xn^2 + yn^2 k^2 xd^2 + yn^2 k^2 xn^2 - yn^2 xd^2 zd^2 - yn^2 zd^2 xn^2 - xd^2 zd^2 zn^2 \\
& - xn^2 zd^2 zn^2 - yd^2 xn^2 zd^2 - 6 xd^2 xn^2 zd^2 + 6 xd^2 xn^2 k^2 - 4 xd^3 xn k^2 + 2 xd xn zd^4 \\
& - 4 xd xn^3 k^2 + 4 xd^3 xn zd^2 + 4 xd xn^3 zd^2 + 2 xd^2 zd^3 zn + 2 xn^2 zd^3 zn \\
& + 4 yd yn k^2 xd xn - 4 zd^2 yn xd xn yd)^{(1/2)} yd / (2 \\
& (-2 yd yn - 2 xd xn + yd^2 + yn^2 + xd^2 + xn^2)) + (2 yn^2 yd - 4 yd^2 yn + 2 yd xn^2 \\
& - 2 zd^2 yn + 2 yd^3 - 4 xd xn yd - 2 yd zd zn + 2 zn zd yn + 2 yd zd^2 + 2 xd^2 yd + 2 ( \\
& xd^4 k^2 - xd^2 zd^4 - xd^4 zd^2 - xn^2 zd^4 + xn^4 k^2 - xn^4 zd^2 + 2 yd xn^2 zd^2 yn \\
& + 2 zd^2 yn xd^2 yd + 2 xd xn yd^2 zd^2 - 2 yd yn k^2 xd^2 - 2 yd yn k^2 xn^2 - 4 xd xn zd^3 zn \\
& + 2 xd xn zd^2 zn^2 - 2 yd^2 k^2 xd xn - 2 yn^2 k^2 xd xn + 2 yn^2 xd xn zd^2 - yd^2 zd^2 xd^2 \\
& + yd^2 k^2 xd^2 + yd^2 k^2 xn^2 + yn^2 k^2 xd^2 + yn^2 k^2 xn^2 - yn^2 xd^2 zd^2 - yn^2 zd^2 xn^2 \\
& - xd^2 zd^2 zn^2 - xn^2 zd^2 zn^2 - yd^2 xn^2 zd^2 - 6 xd^2 xn^2 zd^2 + 6 xd^2 xn^2 k^2 - 4 xd^3 xn k^2 \\
& + 2 xd xn zd^4 - 4 xd xn^3 k^2 + 4 xd^3 xn zd^2 + 4 xd xn^3 zd^2 + 2 xd^2 zd^3 zn + 2 xn^2 zd^3 zn \\
& + 4 yd yn k^2 xd xn - 4 zd^2 yn xd xn yd)^{(1/2)} yn / (2 \\
& (-2 yd yn - 2 xd xn + yd^2 + yn^2 + xd^2 + xn^2)) + yd^2 - yd yn + zd^2 - zd zn)/(xd - xn)
\end{aligned} \tag{6.32}$$

$$\begin{aligned}
ya(xd, yd, zd, xn, yn, zn) = & (2 yn^2 yd - 4 yd^2 yn + 2 yd xn^2 - 2 zd^2 yn + 2 yd^3 \\
& - 4 xd xn yd - 2 yd zd zn + 2 zn zd yn + 2 yd zd^2 + 2 xd^2 yd + 2 (xd^4 k^2 - xd^2 zd^4 \\
& - xd^4 zd^2 - xn^2 zd^4 + xn^4 k^2 - xn^4 zd^2 + 2 yd xn^2 zd^2 yn + 2 zd^2 yn xd^2 yd \\
& + 2 xd xn yd^2 zd^2 - 2 yd yn k^2 xd^2 - 2 yd yn k^2 xn^2 - 4 xd xn zd^3 zn + 2 xd xn zd^2 zn^2 \\
& - 2 yd^2 k^2 xd xn - 2 yn^2 k^2 xd xn + 2 yn^2 xd xn zd^2 - yd^2 zd^2 xd^2 + yd^2 k^2 xd^2 \\
& + yd^2 k^2 xn^2 + yn^2 k^2 xd^2 + yn^2 k^2 xn^2 - yn^2 xd^2 zd^2 - yn^2 zd^2 xn^2 - xd^2 zd^2 zn^2 \\
& - xn^2 zd^2 zn^2 - yd^2 xn^2 zd^2 - 6 xd^2 xn^2 zd^2 + 6 xd^2 xn^2 k^2 - 4 xd^3 xn k^2 + 2 xd xn zd^4 \\
& - 4 xd xn^3 k^2 + 4 xd^3 xn zd^2 + 4 xd xn^3 zd^2 + 2 xd^2 zd^3 zn + 2 xn^2 zd^3 zn \\
& + 4 yd yn k^2 xd xn - 4 zd^2 yn xd xn yd)^{(1/2)} / (2 \\
& (-2 yd yn - 2 xd xn + yd^2 + yn^2 + xd^2 + xn^2))
\end{aligned} \tag{6.33}$$

Wartość błędów położenia w osi X i w osi Y wyznaczona metodą różniczkowania cząstkowego dla podpory A przyjmie postać:

$$\Delta x_A = \frac{\partial x_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial x_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial x_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial x_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial x_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial x_A}{\partial z_N} \Delta z_N \tag{6.32}$$

$$\Delta y_A = \frac{\partial y_A}{\partial x_D} \Delta x_D + \frac{\partial y_A}{\partial y_D} \Delta y_D + \frac{\partial y_A}{\partial z_D} \Delta z_D + \frac{\partial y_A}{\partial x_N} \Delta x_N + \frac{\partial y_A}{\partial y_N} \Delta y_N + \frac{\partial y_A}{\partial z_N} \Delta z_N \quad (6.33)$$

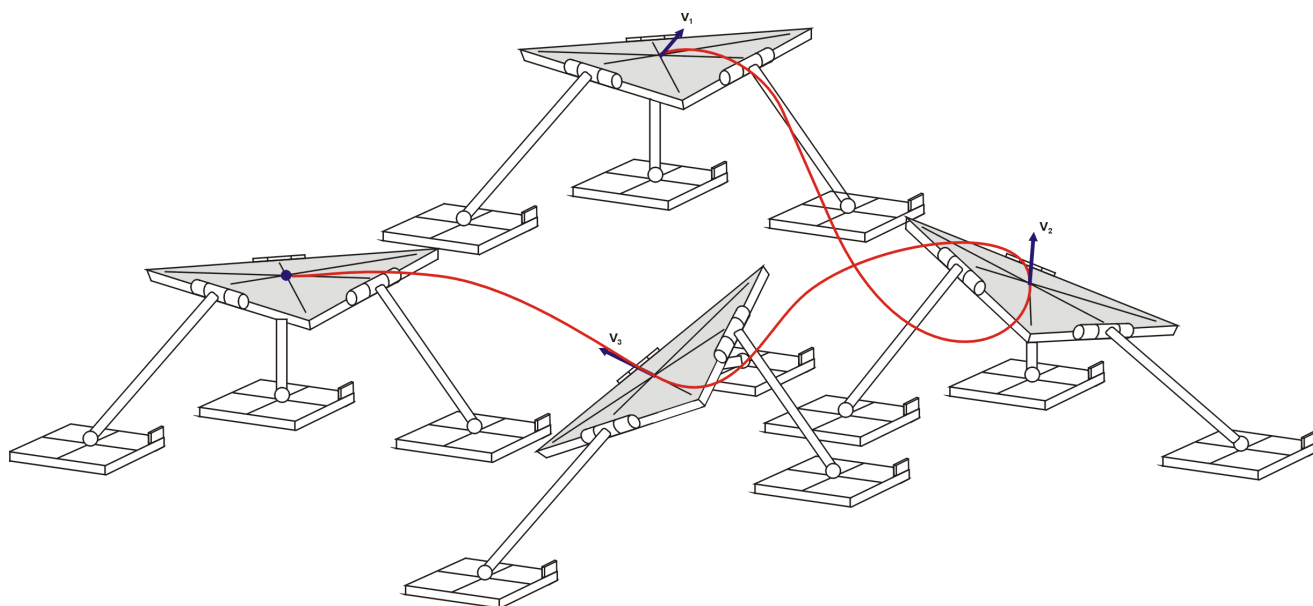
Znając wymagane dopuszczalne wartości błędów położenia punktów efektora można wyznaczyć błąd położenia podpory, a więc określić dokładność z jaką musi być pozycjonowana dla danej konfiguracji manipulatora.

Przykładowo różniczka cząstkowa funkcji położenia  $y_A$  po zmiennej  $z_D$  przyjmie postać:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y_A}{\partial z_D} = & \\ & (-4 zd yn - 2 yd zn + 2 zn yn + 4 yd zd + (-4 xd^2 zd^3 - 2 xd^4 zd - 4 xn^2 zd^3 - 2 xn^4 zd \\ & + 4 yd xn^2 zd yn + 4 zd yn xd^2 yd + 4 xd xn yd^2 zd - 12 xd xn zd^2 zn + 4 xd xn zd zn^2 \\ & + 4 yn^2 xd xn zd - 2 yd^2 zd xd^2 - 2 yn^2 xd^2 zd - 2 yn^2 zd xn^2 - 2 xd^2 zd zn^2 \\ & - 2 xn^2 zd zn^2 - 2 yd^2 xn^2 zd - 12 xd^2 xn^2 zd + 8 xd xn zd^3 + 8 xd^3 xn zd \\ & + 8 xd xn^3 zd + 6 xd^2 zd^2 zn + 6 xn^2 zd^2 zn - 8 zd yn xd xn yd) / (xd^4 k^2 - xd^2 zd^4 \\ & - xd^4 zd^2 - xn^2 zd^4 + xn^4 k^2 - xn^4 zd^2 + 2 yd xn^2 zd^2 yn + 2 zd^2 yn xd^2 yd \\ & + 2 xd xn yd^2 zd^2 - 2 yd yn k^2 xd^2 - 2 yd yn k^2 xn^2 - 4 xd xn zd^3 zn + 2 xd xn zd^2 zn^2 \\ & - 2 yd^2 k^2 xd xn - 2 yn^2 k^2 xd xn + 2 yn^2 xd xn zd^2 - yd^2 zd^2 xd^2 + yd^2 k^2 xd^2 \\ & + yd^2 k^2 xn^2 + yn^2 k^2 xd^2 + yn^2 k^2 xn^2 - yn^2 xd^2 zd^2 - yn^2 zd^2 xn^2 - xd^2 zd^2 zn^2 \\ & - xn^2 zd^2 zn^2 - yd^2 xn^2 zd^2 - 6 xd^2 xn^2 zd^2 + 6 xd^2 xn^2 k^2 - 4 xd^3 xn k^2 + 2 xd xn zd^4 \\ & - 4 xd xn^3 k^2 + 4 xd^3 xn zd^2 + 4 xd xn^3 zd^2 + 2 xd^2 zd^3 zn + 2 xn^2 zd^3 zn \\ & + 4 yd yn k^2 xd xn - 4 zd^2 yn xd xn yd)^{(1/2)} / (2 \\ & (-2 yd yn - 2 xd xn + yd^2 + yn^2 + xd^2 + xn^2)) \end{aligned} \quad (6.34)$$

## 6.5. Zadanie planowania trajektorii i wyznaczania parametrów ruchu efektor manipulatora typu Triplanar

Docelowo manipulator ma wykonywać pewne zadania technologiczne (np. pozycjonować element obrabiany), stąd będą narzucone warunki brzegowe jego pracy. Efektor będzie miał za zadanie zmienić swoje położenie i orientację w ściśle określonych momentach. Niejednokrotnie, oprócz określenia czasu zmiany położenia, będzie wymagana określona prędkość ruchu efektora w zadanych punktach lub odcinkach toru. Przykładowe zadanie stawiane efektorowi podczas pracy przedstawiono na rysunku 6.14.



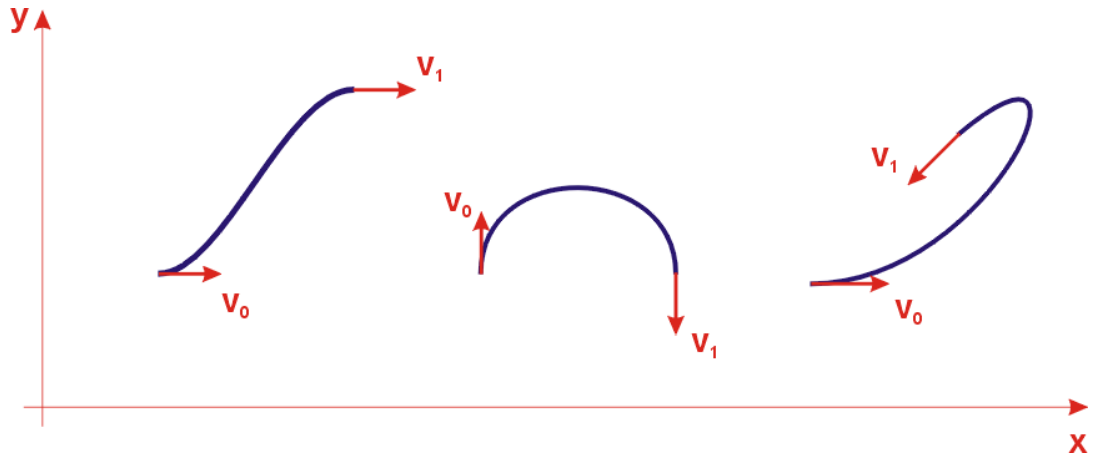
**Rys.6.14.** Przykładowe zadanie stawiane efektorowi mechanizmu

Planując pracę efektora należy:

- określić trajektorię jego środka przez podanie pozycji w punktach kontrolnych, przez które ma przejść,
- określić orientację efektora w układzie globalnym w punktach kontrolnych,
- określić nachylenie wektora prędkości oraz jego wartość w punktach kontrolnych,
- podać czasy przejścia pomiędzy tymi punktami.

Aby spełnić podane parametry, trajektorię opisano przy użyciu krzywych sklejanych o ciągłości  $C^0$ ,  $C^1$  i  $C^2$  w punktach łączenia kolejnych segmentów krzywej. Z tego względu każdy z segmentów musi być opisany krzywą stopnia co najmniej trzeciego.

Do opisu segmentu krzywej łączącej dwa punkty kontrolne toru środka efektoru wybrano zapis parametryczny w postaci krzywej Hermite'a. Krzywe tego typu są bardzo wygodne w opisie inżynierskim. Do jednoznacznego opisu wystarczą cztery parametry: współrzędne punktu początkowego, wektor prędkości w punkcie początkowym, współrzędne punktu końcowego i wektor prędkości w tym punkcie. Dodatkowo krzywe są odpowiednie do opisu segmentów krzywych sklejanych. Przykładowe przebiegi prezentujące różne kształty krzywych Hermite'a, zależnych od podanych parametrów, przedstawiono na rysunku 6.15.



*Rys.6.15. Przykładowe przebiegi krzywych Hermite'a dla różnych parametrów prędkości*

Zmiana orientacji efektora między kolejnymi pozycjami jest opisana poprzez przebiegi parametryczne zmian kątów nachylenia efektora do każdej z osi układu globalnego. Prędkości zmian kątów są przebiegami liniowymi i zależą od przebiegów prędkości trajektorii punktu środka efektora.

Całe zadanie planowania pracy efektora można podzielić na kilka mniejszych zadań realizacji kolejnych etapów jego pracy. Każdy etap będzie miał za zadanie wyznaczenie parametrów trajektorii pomiędzy kolejnymi punktami kontrolnymi. Każde zadanie będzie miało ten sam algorytm postępowania, aby możliwe było jego rekurencyjne wykorzystanie. Najpierw wyznaczana będzie trajektoria ruchu środka efektora w postaci krzywej Hermite'a, następnie wyznaczane będą przebiegi zmian jego orientacji z wykorzystaniem macierzy transformacji współrzędnych z lokalnego układu efektora do globalnego układu podstawy. W kolejnym kroku, na podstawie czasu przejścia między punktami kontrolnymi, będzie wyznaczana krzywa prędkości i przyspieszeń. Kolejnym etapem będzie odpowiednie o cechowanie trajektorii w czasie, czyli podział trajektorii na odcinki pokonywane w tym samym czasie. W kolejnym kroku poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla każdego o cechowanego punktu wyznaczone będą położenia napędów manipulatora. Kolejne położenia napędów planarnych na płaszczyźnie wyznaczą ich trajektorie. Po wyznaczeniu trajektorii będzie można obliczyć prędkość i przyspieszenie każdej podpory manipulatora, a zatem również napisać algorytm sterowania napędami.

Przebieg krzywej Hermite'a między dwoma punktami kontrolnymi w zapisie macierzowym będzie miał postać jak w równaniu (6.35)

$$P(t) = G \times M \times T(t) \quad (6.35)$$

gdzie:

$P(t)$  - wektor położenia środka efektora w globalnym układzie współrzędnych w funkcji parametru  $t$

$$P(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

$G$  - macierz ograniczeń geometrycznych Hermite'a

$M$  – macierz współczynników funkcji bazowych Hermite'a

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

$T(t)$  – macierz parametryczna zmiennej  $t \in \langle 0, 1 \rangle$

$$T(t) = \begin{bmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

Macierz  $G$  przyjmuje postać (6.39). Elementami składowymi macierzy ograniczeń geometrycznych Hermite'a są wartości współrzędnych punktów (początkowego i końcowego) i wektorów prędkości w tych punktach.

$$G = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \\ G_z \end{bmatrix} = [P_0 \quad P_1 \quad V_0 \quad V_1] \quad (6.39)$$

gdzie:

$P_0 = [P_{0x}, P_{0y}, P_{0z}]^T$  – punkt początkowy krzywej

$P_1 = [P_{1x}, P_{1y}, P_{1z}]^T$  – punkt końcowy krzywej

$V_0 = [V_{0x}, V_{0y}, V_{0z}]^T$  – współrzędne wektora prędkości w punkcie  $P_0$

$V_1 = [V_{1x}, V_{1y}, V_{1z}]^T$  - współrzędne wektora prędkości w punkcie  $P_1$

$G_x = [P_{0x}, P_{1x}, V_{0x}, V_{1x}]$ ,  $G_y = [P_{0y}, P_{1y}, V_{0y}, V_{1y}]$ ,  $G_z = [P_{0z}, P_{1z}, V_{0z}, V_{1z}]$  – wektory ograniczeń Hermite'a

Iloczyn macierzy  $M \times T$  określa tak zwane funkcje bazowe Hermite'a (6.40). Opisują one wagowy wpływ położenia punktów (początkowego i końcowego) oraz prędkości w tych punktach na kształt krzywej.

$$M \cdot T = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t^3 \\ t^2 \\ t \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0(t) \\ H_1(t) \\ H_2(t) \\ H_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2t^3 - 3t^2 + 1 \\ -2t^3 + 3t^2 \\ t^3 - 2t^2 + t \\ t^3 - t^2 \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

Po podstawieniu za  $G$  znanych wartości, wynikających z założeń pracy efektora, oraz po wymnożeniu równania (6.35) otrzymamy przebiegi parametryczne w poszczególnych osiach trajektorii, uzależnione od parametru  $t$ . Funkcje  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  (6.41), wyznaczające trajektorię środka efektora, są iloczynem parametrów macierzy  $G$  i funkcji bazowych Hermite'a.

$$\begin{aligned} x(t) &= P_{0x} \cdot H_0(t) + P_{1x} \cdot H_1(t) + V_{0x} \cdot H_2(t) + V_{1x} \cdot H_3(t) \\ y(t) &= P_{0y} \cdot H_0(t) + P_{1y} \cdot H_1(t) + V_{0y} \cdot H_2(t) + V_{1y} \cdot H_3(t) \\ z(t) &= P_{0z} \cdot H_0(t) + P_{1z} \cdot H_1(t) + V_{0z} \cdot H_2(t) + V_{1z} \cdot H_3(t) \end{aligned} \quad (6.41)$$

Różniczkując równania (6.35) po  $t$  otrzymamy prędkość efektora. Równanie w postaci macierzowej przedstawia (6.42)

$$V = dP/dt = G \times M \times dT/dt \quad (6.42)$$

Równania dla poszczególnych osi przyjmą postać (6.43). Zróżniczkowane zostały funkcje bazowe Hermite'a

$$\begin{aligned} V_x(t) &= P_{0x} \cdot H'_0(t) + P_{1x} \cdot H'_1(t) + V_{0x} \cdot H'_2(t) + V_{1x} \cdot H'_3(t) \\ V_y(t) &= P_{0y} \cdot H'_0(t) + P_{1y} \cdot H'_1(t) + V_{0y} \cdot H'_2(t) + V_{1y} \cdot H'_3(t) \\ V_z(t) &= P_{0z} \cdot H'_0(t) + P_{1z} \cdot H'_1(t) + V_{0z} \cdot H'_2(t) + V_{1z} \cdot H'_3(t) \end{aligned} \quad (6.43)$$

gdzie:

$$H'_0(t) = \frac{dH_0(t)}{dt} = 6t^2 - 6t$$

$$H'_1(t) = \frac{dH_1(t)}{dt} = -6t^2 + 6t$$

$$H'_2(t) = \frac{dH_2(t)}{dt} = 3t^2 - 4t + 1$$

$$H'_3(t) = \frac{dH_3(t)}{dt} = 3t^2 - 2t$$

Aby uzyskać przyspieszenie punktu na krzywej Hermite'a, należy zróżniczkować równanie macierzowe na prędkość (6.42) po zmiennej  $t$ . Wzory na przyspieszenie przedstawiono w postaci macierzowej (6.44) i po rozłożeniu na poszczególne osie (6.45).

$$A = d^2P/dt^2 = G \times M \times d^2T/dt^2 \quad (6.44)$$

$$A_x(t) = P_{0x} \cdot H''_0(t) + P_{1x} \cdot H''_1(t) + V_{0x} \cdot H''_2(t) + V_{1x} \cdot H''_3(t)$$

$$A_y(t) = P_{0y} \cdot H''_0(t) + P_{1y} \cdot H''_1(t) + V_{0y} \cdot H''_2(t) + V_{1y} \cdot H''_3(t) \quad (6.45)$$

$$A_z(t) = P_{0z} \cdot H''_0(t) + P_{1z} \cdot H''_1(t) + V_{0z} \cdot H''_2(t) + V_{1z} \cdot H''_3(t)$$

gdzie:

$$H''_0(t) = \frac{d^2H_0(t)}{dt^2} = 12t - 6$$

$$H''_1(t) = \frac{d^2H_1(t)}{dt^2} = -12t + 6$$

$$H''_2(t) = \frac{d^2H_2(t)}{dt^2} = 6t - 4$$

$$H''_3(t) = \frac{d^2H_3(t)}{dt^2} = 6t - 2$$

Równania te są prawdziwe dla  $t$  należącego do zakresu od zera do jednego  $t \in \langle 0, 1 \rangle$ . Jeśli za  $t$  przyjmiemy czas, to z punktu widzenia inżynierskiego oznacza to, że czas przejścia między kolejnymi punktami wynosi jedną sekundę. Gdy podany jest czas przejścia równy  $T_S \neq 1$  [s], aby powyższe równania były prawdziwe, należy wprowadzić dodatkowy parametr  $u(t) = t \cdot T_S$  i od niego uzależnić wektor parametrów geometrycznych Hermite'a.

Przy zadanym czasie przejścia  $T_S$  parametry  $P_0, P_1, V_0, V_1$  w funkcjach bazowych Hermite'a muszą zależeć od parametru  $u$  oraz pośrednio i od czasu  $T_S$ .

W pracy przedstawiono własną autorską modyfikację zapisu Hermite'a, uwzględniającą zależność kształtu krzywej i przebiegów prędkości oraz przyspieszenia od parametru  $u \in \langle 0, T_S \rangle$ .

Jeśli prędkości punktów trajektorii opartych na krzywych Hermite'a mają uwzględniać czas przejścia między zadanymi punktami, to wzory Hermite'a na prędkość punktu należy zmodyfikować do postaci (6.46).

$$\begin{aligned}
 V_x(t) &= \frac{P_{0x}}{T_S} \cdot H'_0(t) + \frac{P_{1x}}{T_S} \cdot H'_1(t) + V_{0x} \cdot H'_2(t) + V_{1x} \cdot H'_3(t) \\
 V_y(t) &= \frac{P_{0y}}{T_S} \cdot H'_0(t) + \frac{P_{1y}}{T_S} \cdot H'_1(t) + V_{0y} \cdot H'_2(t) + V_{1y} \cdot H'_3(t) \\
 V_z(t) &= \frac{P_{0z}}{T_S} \cdot H'_0(t) + \frac{P_{1z}}{T_S} \cdot H'_1(t) + V_{0z} \cdot H'_2(t) + V_{1z} \cdot H'_3(t)
 \end{aligned} \tag{6.46}$$

Analogicznie wzory na przyspieszenie zmodyfikowano do postaci (6.47)

$$\begin{aligned}
 A_x(t) &= \frac{P_{0x}}{T_S^2} \cdot H''_0(t) + \frac{P_{1x}}{T_S^2} \cdot H''_1(t) + \frac{V_{0x}}{T_S} \cdot H''_2(t) + \frac{V_{1x}}{T_S} \cdot H''_3(t) \\
 A_y(t) &= \frac{P_{0y}}{T_S^2} \cdot H''_0(t) + \frac{P_{1y}}{T_S^2} \cdot H''_1(t) + \frac{V_{0y}}{T_S} \cdot H''_2(t) + \frac{V_{1y}}{T_S} \cdot H''_3(t) \\
 A_z(t) &= \frac{P_{0z}}{T_S^2} \cdot H''_0(t) + \frac{P_{1z}}{T_S^2} \cdot H''_1(t) + \frac{V_{0z}}{T_S} \cdot H''_2(t) + \frac{V_{1z}}{T_S} \cdot H''_3(t)
 \end{aligned} \tag{6.47}$$

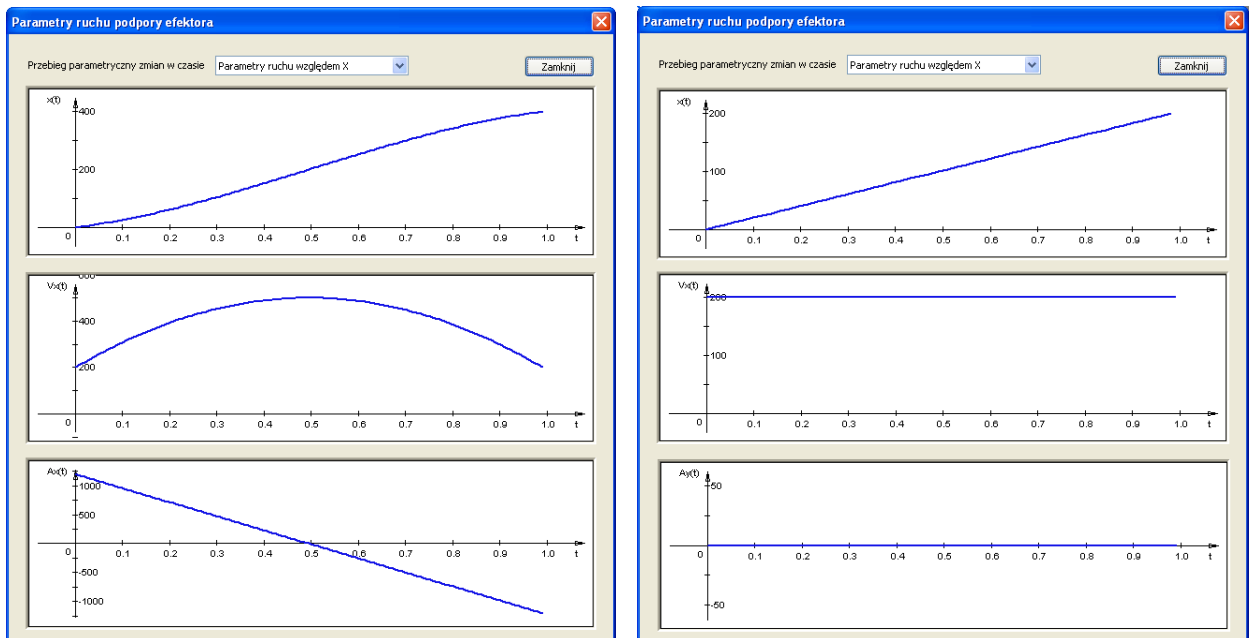
Wzory na drogę przyjmują postać (6.48)

$$\begin{aligned}
 x(t) &= P_{0x} \cdot H_0(t) + P_{1x} \cdot H_1(t) + V_{0x} \cdot T_S \cdot H_2(t) + V_{1x} \cdot T_S \cdot H_3(t) \\
 y(t) &= P_{0y} \cdot H_0(t) + P_{1y} \cdot H_1(t) + V_{0y} \cdot T_S \cdot H_2(t) + V_{1y} \cdot T_S \cdot H_3(t) \\
 z(t) &= P_{0z} \cdot H_0(t) + P_{1z} \cdot H_1(t) + V_{0z} \cdot T_S \cdot H_2(t) + V_{1z} \cdot T_S \cdot H_3(t)
 \end{aligned} \tag{6.48}$$

Przedstawione wzory (6.46), (6.47) i (6.48) sprawdzono eksperymentalnie poprzez symulację komputerową. Przeprowadzone badania potwierdziły poprawność opracowanych

wzorów. Opracowane wzory ogólne, po podstawieniu za  $T_S$  wartości 1, przyjmą postać wzorów Hermite'a. Można więc postawić tezę, że wzory zaproponowane przez Hermite'a są postacią szczególną wzorów ogólnych przedstawionych przez autora pracy.

Na rysunku 6.62 przedstawiono przebiegi położenia, prędkości i przyspieszenia punktu poruszającego się po krzywej Hermite'a przy zadanej prędkości początkowej i końcowej, równej 200 [mm/s] i całkowitej drodze (odległości między punktem początkowym i końcowym), równej 400 [mm]. Zakładany czas przejścia z punktu początkowego do końcowego  $T_S$  wynosi 2[s]. Rysunek 6.62a pokazuje wykresy przy użyciu oryginalnych funkcji bazowych Hermite'a (6.43), (6.44), natomiast 6.62b – przy zastosowaniu funkcji zmodyfikowanych przez autora pracy do postaci (6.46) i (6.47).



a)

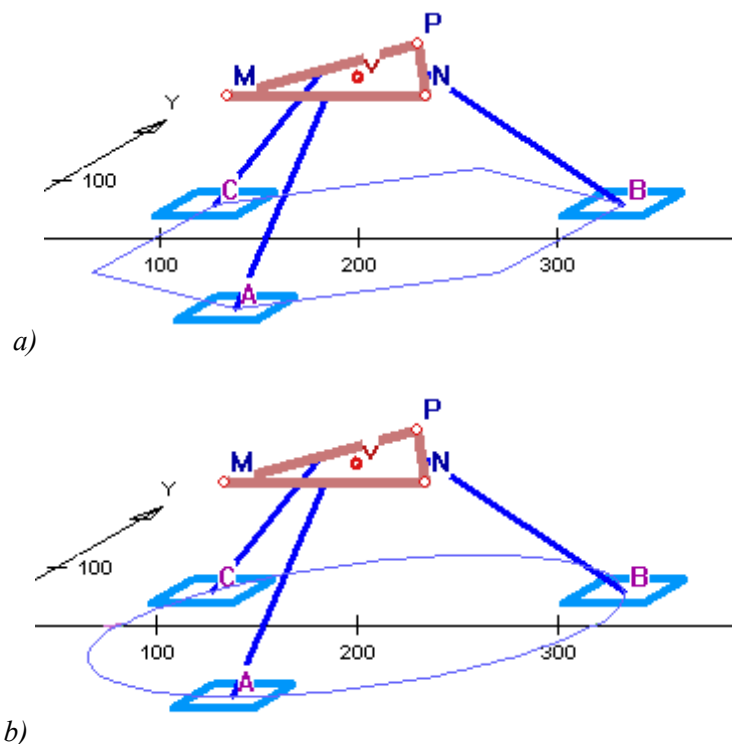
b)

**Rys. 6.62.** Przebiegi prędkości i przyspieszenia punktu: a) według funkcji Hermite'a  
b) według funkcji zmodyfikowanych przez autora pracy

Oryginalne funkcje przebiegów prędkości i przyspieszenia nie zależą od parametru  $T_S$  i prezentują w jaki sposób powinna się zmieniać prędkość, a co za tym idzie i przyspieszenie, gdy czas przejścia całej drogi wynosiłby 1 [s], natomiast autorskie funkcje zmodyfikowane uwzględniające parametr  $T_S$  pokazują rzeczywiste przebiegi punktu.

## 6.7. Trajektorie podpór napędowych i ich parametry ruchu

Trajektorie każdej podpory napędowej manipulatora są zbiorem geometrycznych punktów będących wynikiem rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki dla poszczególnych położzeń efektora. Wielkość zbioru punktów zależy od wartości zmiennej z jaką odciekowano trajektorię efektora. Trajektorie dla każdej z podpór napędowych wyznaczono poprzez interpolację liniową zbioru punktów. Dzięki dużemu zagęszczeniu punktów (dużej liczbie podziałów toru efektora) krzywa łamana składająca się z odcinków prostych tworzy krzywą wyższego stopnia. Można stwierdzić, że stopień wygładzenia trajektorii podpór napędowych zależy od stopnia dyskretyzacji trajektorii efektora. Na rysunku 6.63 przedstawiono przykładowe tory punktów A, B i C manipulatora. Rysunek 6.63.a przedstawia przypadek, w którym trajektorię efektora zdyskretyzowano małą liczbą podziałów, natomiast na rysunku 6.63.b. pokazano tory uzyskane przy wysokim stopniu dyskretyzacji.



**Rys. 6.63.** Przykłady stopnia dyskretyzacji krzywej toru efektora.

*Podział krzywej na 6 odcinków (a) i 120 odcinków (b)*

Prędkość i przyspieszenie układów napędowych w punktach obliczeniowych jest wynikiem różniczkowania wzorów (6.21)-(6.24) na położenie każdej podpory wyznaczonej z rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki metodą transformacji macierzowej. Wzory

(6.701)-(6.704) prezentują sposób wyliczania prędkości każdej z trzech podpór. Zmienna  $i$  oznacza numer podpory;  $i = 0$  dla podpory A,  $i = 1$  dla B oraz  $i = 2$  dla C.

$${}^B V_i = \frac{d}{dt} {}^B r_i = J(q) \cdot \frac{d}{d\alpha_{L_i}} {}^P T_i \cdot {}^L r \quad (6.49)$$

gdzie:

${}^L r = [0 \quad k \quad 0 \quad 1]^T$ ; – wektor współrzędnych położenia podpory w układzie lokalnym  $\{L\}$ ,  $k$  – długość członu łączącego podporę z efekтором

$J(q) = \frac{\partial {}^P T}{\partial q} \cdot dq$  – jest jakobianem macierzy transformacji  ${}^B T$ , a zmienna uogólniona  $q$  przyjmuje wartości parametrów  $(x, y, z, \alpha, \beta, \theta)$

${}^B V_i$  – wektor prędkości  $i$ -tej podpory w układzie globalnym  $\{B\}$

$${}^B V_i = [V_{xi} \quad V_{yi} \quad 0 \quad 1]^T \quad (6.50)$$

${}^B P T$  – macierz transformacji współrzędnych układu efektora  $\{P\}$  do współrzędnych wyrażonych w układzie globalnym  $\{B\}$

$${}^B P T = {}^B P D(x_P y_P z_P) \cdot R_z(\theta) \cdot R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \quad (6.51)$$

${}^P L T_i$  – macierz transformacji współrzędnych układu lokalnego  $\{L_i\}$  do współrzędnych w układzie efektora  $\{P\}$

$${}^P L T_i = R_z(\theta_{120,i}) \cdot {}^P L D(h_3) \cdot R_x(\alpha_{L,i}) \quad (6.52)$$

$\theta_{120,i} = i \cdot 120^\circ$  - dla podpory A wynosi  $0^\circ$ , dla podpory B –  $120^\circ$ , dla podpory C –  $240^\circ$

## **7. PROGRAMY DO BADAŃ SYMULACYJNYCH PARAMETRÓW MANIPULATORA**

Stworzone przez autora pracy i przedstawione w tym rozdziale programy komputerowe oparto na algorytmach przytoczonych w rozdziale 5 i 6. Stworzone programy zostały napisane w języku C++ w środowisku programistycznym Visual C++.NET 2002 firmy Microsoft. Wykorzystując obiektowe właściwości języka C++ autor stworzył uniwersalne moduły (klasy C++), które wykorzystał we wszystkich przedstawionych programach, i które posłużą mu w dalszych badaniach do budowy innych programów z zakresu przestrzennych manipulatorów równoległych. Opracowanych programów użyto do badań symulacyjnych. Wyniki symulacji komputerowej przedstawiono w rozdziale 8. Wyniki te porównano z wynikami uzyskanymi z badań stanowiskowych (rozdział 9), a interpretację zaprezentowano w rozdziale 10.

### **7.1. Wyznaczanie pozycji podpór – program „Triplanar – położenie”**

Do wyznaczania pozycji podpór napędowych manipulatora, opierając się na rozwiązaniu zadania odwrotnego kinematyki, autor stworzył program o nazwie „*Triplanar – położenie*”. Z użyciem tego programu można wyznaczyć i wykreślić położenie manipulatora oraz pozycje mechatronicznych podpór napędowych. Jako dane wejściowe do obliczeń przyjęto wymiary geometryczne manipulatora (długość boku efektora, długość gałęzi łączącej efektor z podporą napędową, wymiary geometryczne podpór) oraz pozycję i orientację efektora.

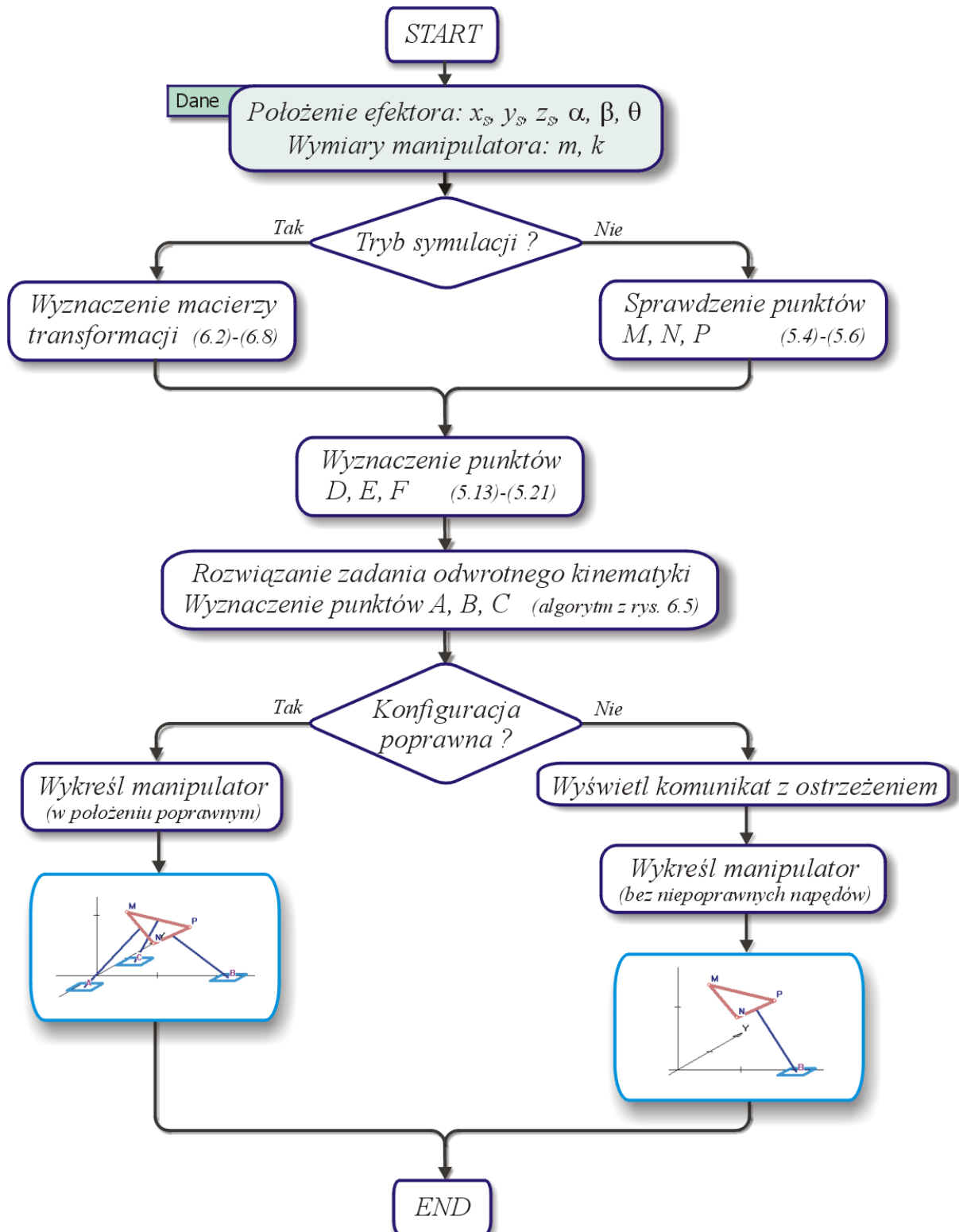
Podstawowe założenia programu były następujące:

1. Wyznaczenie dokładnych pozycji podpór napędowych manipulatora w globalnym układzie współrzędnych. Dane wejściowe to pozycja i orientacja efektora.
2. Możliwość wykorzystania programu do badań symulacyjnych i weryfikacji otrzymanych wyników z badań stanowiskowych.
3. Możliwość dwojakiego sposobu podania położenia efektora, zgodnie z opisem w rozdziale 6.2. Położenie efektora w przestrzeni można opisać w postaci pozycji początku lokalnego

układu współrzędnych efektora oraz jego orientacji względem układu globalnego. Sposób ten będzie wykorzystywany podczas symulacji i opisu położenia kontrolnego planowanej trajektorii. Drugi sposób polegający na podaniu współrzędnych trzech punktów efektora w układzie globalnym będzie wykorzystany w badaniach stanowiskowych do weryfikacji wyznaczonego położenia i określenia dokładności osiągnięcia zaplanowanego położenia manipulatora.

4. Wyznaczenie i wyświetlenie wyliczonych wartości liczbowych współczynników kolejnych macierzy przekształcenia oraz ostatecznej macierzy transformacji układów współrzędnych, zgodnie ze wzorami (6.2)-(6.8).
5. Wyznaczenie współrzędnych punktów M, N i P należących do efektora na podstawie wzorów (6.9) i (6.11), ewentualnie sprawdzenie odległości między tymi punktami podczas pracy programu w trybie pomiarów stanowiskowych na podstawie wzorów (5.4)-(5.6).
6. Rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki, a przez to i wyznaczenie współrzędnych podpór napędowych z wykorzystaniem rozwiązania układu równań (6.15) i zgodnie z algorytmem rozwiązania z rysunku 6.5 z rozdziału 6.2. dla każdego silnika mechatronicznego.
7. Możliwość graficznej reprezentacji położenia manipulatora z oznaczeniem wyliczonych punktów efektora i podpór.
8. Zasygnalizowanie przez program niepoprawnych konfiguracji manipulatora i odpowiednie oznaczenie tego faktu w postaci graficznej.
9. Modułowość kodu źródłowego programu i przez to możliwość wykorzystania funkcji pisanych na potrzeby tego programu w innych programach, w których zajdzie potrzeba rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki (np.: „*Triplanar - strefa*”) i wykreślenia pozycji manipulatora w przestrzennym układzie współrzędnych (np.: „*Triplanar - Hermite*”).

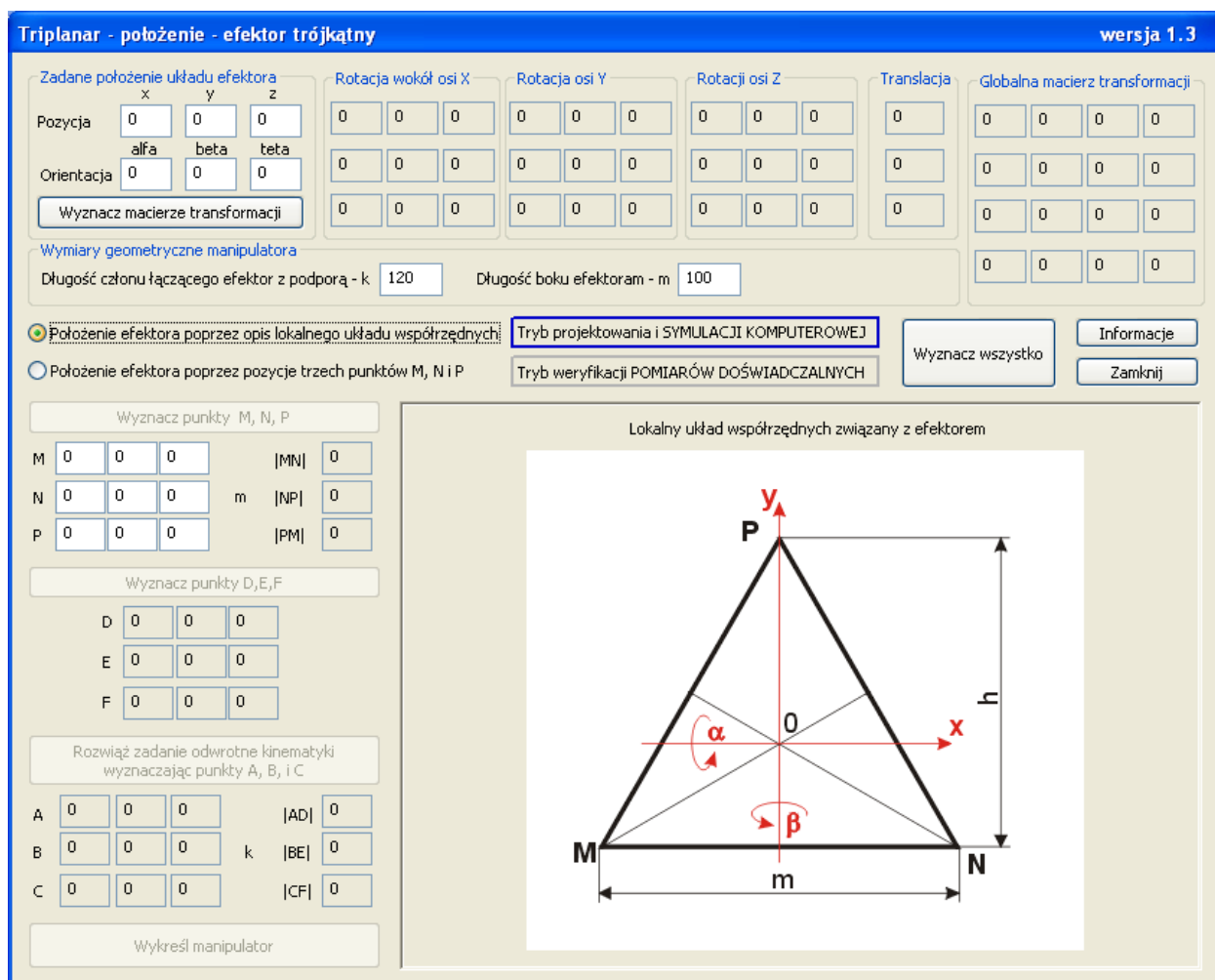
Stworzony program działa według algorytmu przedstawionego na rysunku 7.1. Pokazano na nim kolejność wykonywania działań i podano wzory z jakich korzysta program podczas wyznaczania jednej konfiguracji manipulatora dla podanych parametrów wejściowych. W programie można dowolnie zmieniać dane i wielokrotnie powtarzać obliczenia.



Rys. 7.1. Algorytm działania programu „Triplanar – położenie”

Po uruchomieniu programu „Triplanar – położenie” na ekranie pojawi się okno przedstawione na rysunku 7.2. Pierwszą czynnością, którą należy wykonać jest określenie czy program ma działać w trybie symulacji komputerowej, czy w trybie weryfikacji pomiarów

stanowiskowych. Dokonuje się tego za pomocą przycisków alternatywnego wyboru : „*Położenie efektora poprzez opis układu współrzędnych*” lub „*Położenie efektora poprzez pozycje trzech punktów M, N i P*”. Te dwie możliwości wynikają z analizy przedstawionej w rozdziale 6.2.

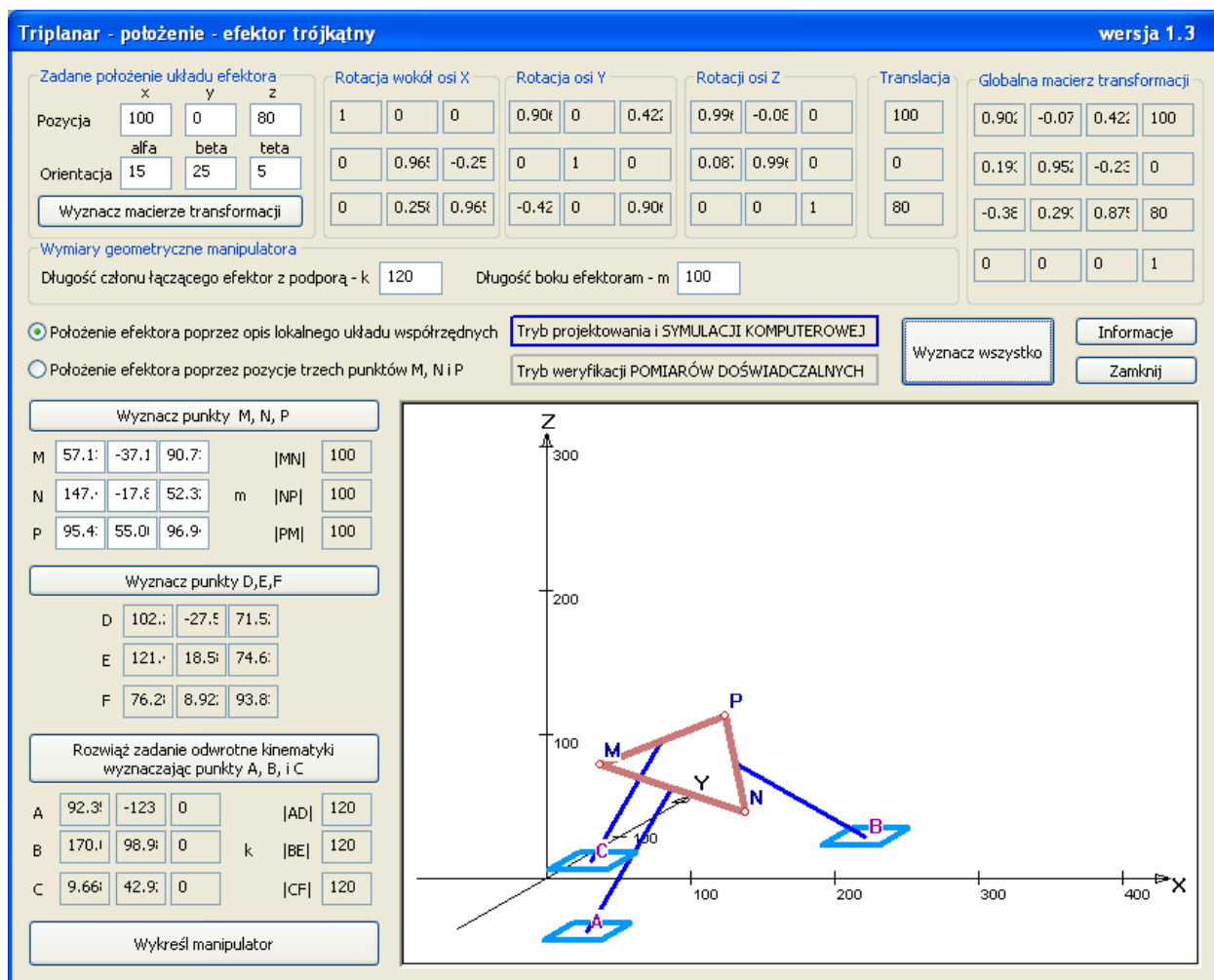


**Rys. 7.2.** Okno programu „Triplanar – położenie” przed rozpoczęciem pracy

Jeśli program ustawiono do pracy symulacyjnej (wybór „*Położenie efektora poprzez opis układu współrzędnych*”), należy określić położenie efektora poprzez podanie współrzędnych jego środka względem początku globalnego układu współrzędnych oraz podanie orientacji, czyli kątów nachylenia efektora i związanego z nim układu lokalnego do każdej osi układu globalnego. Wszystkie wymiary liniowe w programie podaje się w [mm], a wymiary kątowe w [°]. Dodatkowo należy również podać parametry geometryczne manipulatora ( $m$  - długość boku trójkątnego efektora oraz  $k$  - długość członu łączącego efektor z podporą napędową). Następnie, po naciśnięciu przycisku „*Wyznacz macierze transformacji*”, program wyznacza wszystkie macierze obrotów, wektor przesunięcia i całkowitą macierz transformacji układów współrzędnych. Naciśnięcie przycisków „*Wyznacz M, N, P*” a następnie „*Wyznacz D, E, F*”

powoduje wyznaczenie współrzędnych punktów charakterystycznych efektora i weryfikację jego wymiarów geometrycznych.

Zainicjowanie rozwiązania zadania odwrotnego i wyznaczenia współrzędnych podpór A, B i C odbywa się poprzez naciśnięcie przycisku „Rozwiąż zadanie odwrotne kinematyki wyznaczając punkty A, B i C”. Następuje wtedy wyznaczenie współrzędnych punktów A, B i C oraz długości odcinków  $|AD|$ ,  $|BE|$  i  $|CF|$  dla sprawdzenia czy zachowany jest wymiar  $k$  manipulatora. Po zakończeniu obliczeń istnieje możliwość przedstawienia graficznego położenia manipulatora w przestrzeni kartezjańskiej z oznaczeniem wyznaczonych punktów manipulatora. Następuje to po naciśnięciu przycisku „Wykreśl manipulator”. Efekt działania funkcji graficznych wywołanych przez ten przycisk pokazano na rysunku 7.3. Wywoływane kolejno kroki obliczeniowe można wykonać automatycznie przez naciśnięcie przycisku „Wyznacz wszystko”.



Rys. 7.3. Okno programu „Triplanar – położenie” z narysowanym manipulatorem

Podczas pracy programu w trybie weryfikacji pomiarów doświadczalnych położenie

efektora zadaje się poprzez podanie współrzędnych punktów M, N i P w globalnym układzie współrzędnych. Współrzędne te pochodzą z układów pomiarowych stanowiska do badań doświadczalnych. Po podaniu punktów M, N, P należy nacisnąć przycisk „Sprawdź M, N, P i wyznacz D, E, F”. Spowoduje to wyznaczenie długości odcinków |MN|, |NP|, |PM|. Długość tych odcinków powinna odpowiadać długości boku efektora (wymiar  $m$ ). Kolejne działania są analogiczne do trybu symulacji. Naciśnięcie kolejno przycisków „Rozwiąż zadanie odwrotne kinematyki wyznaczając punkty A, B i C” oraz „Wykreśl manipulator” uruchomi funkcje rozwiązywania zadania odwrotnego, wyznaczania współrzędnych punktów A, B, C i graficzną reprezentację manipulatora. W trybie weryfikacji pomiarów przycisk „Wyznacz wszystko” jest nieaktywny.

**Triplanar - położenie - efektor trójkątny** wersja 1.3

Zadane położenie układu efektora

Pozycja	x: 100	y: 0	z: 100
Orientacja	alfa: 22	beta: 44	teta: 5

Rotacja wokół osi X

1	0	0
0	0.92	-0.37
0	0.37	0.92

Rotacja osi Y

0.71	0	0.69
0	1	0
-0.69	0	0.71

Rotacji osi Z

0.99	-0.06	0
0.08	0.99	0
0	0	1

Translacja

100
0
100

Globalna macierz transformacji

0.71	-0.06	0.69	100
0.34	0.90	-0.26	0
-0.60	0.42	0.66	100
0	0	0	1

Wymiary geometryczne manipulatora

Długość członu łączącego efektor z podporą - k: 120      Długość boku efektorom - m: 100

Położenie efektora poprzez opis lokalnego układu współrzędnych      Tryb projektowania i SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Położenie efektora poprzez pozycje trzech punktów M, N i P      Tryb weryfikacji POMIARÓW DOŚWIADCZALNYCH

Wyznacz punkty M, N, P

M	65.9°	-43.0	118.1	MP
N	137.1	-9.0	57.1	m  NP
P	96.3	52.0	124.7	PM

Wyznacz punkty D, E, F

D	101.1	-26.0	87.6
E	117.1	21.5	90.9
F	81.1	4.5	121.7

Rozwiąż zadanie odwrotne kinematyki wyznaczając punkty A, B, i C

A	61.1°	-97.2	0	AD	120
B	0	0	-1	k  BE	130.7
C	0	0	-1	CF	146.1

Wykreśl manipulator

**Mechanizm niezwyznaczalny**

⚠ Dla podanego położenia efektora nie można poprawnie wykreślić mechanizmu, gdyż długość elementu łączącego efektor z podporą - k jest zbyt mała.

OK

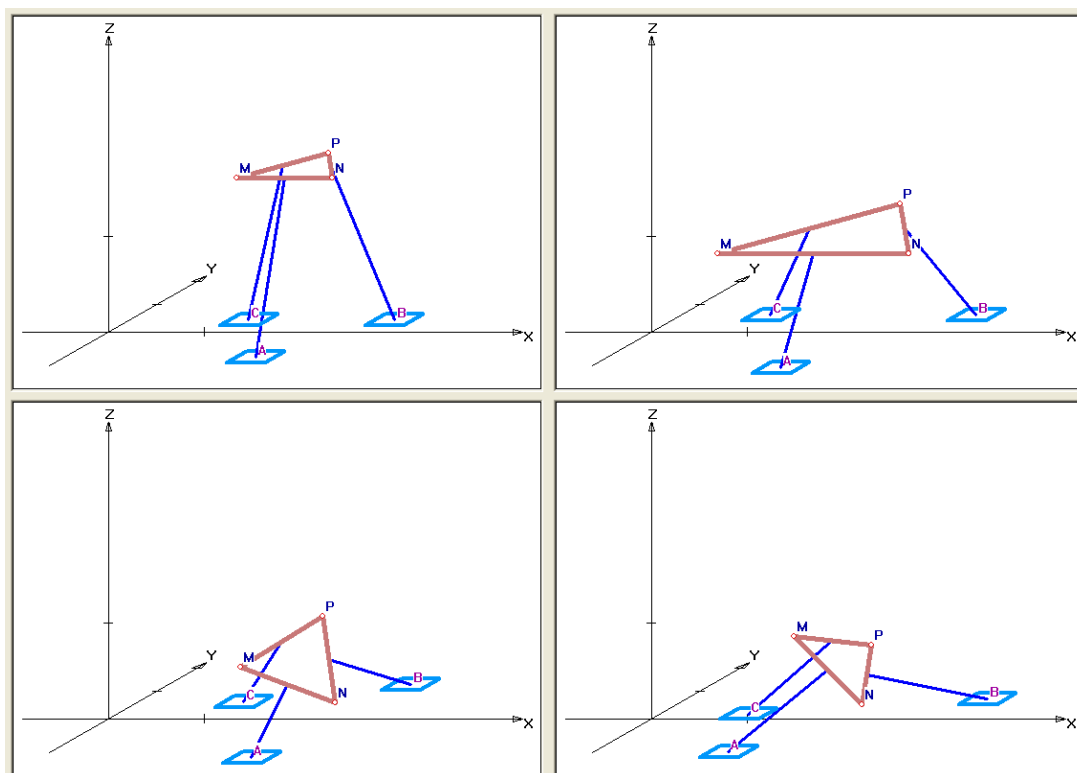
Rys. 7.4. Ekran programu "Triplanar – położenie" z nieprawidłową konfiguracją manipulatora

Prezentowany program pozwolił na sprawdzenie działania wyznaczonych wzorów rozwiązywania zadania odwrotnego kinematyki oraz wizualizację położenia manipulatora dla przykładowych pozycji i orientacji efektora w przestrzeni. Dzięki niemu można sprawdzić

wpływ wymiarów geometrycznych na różne konfiguracje manipulatora (różne położenie efektor).

Program pozwala sprawdzić czy konkretne położenie efektor nie spowoduje wprowadzenia manipulatora w położenie osobliwe lub czy nie spowoduje ono próby wyjścia poza dopuszczalną strefę roboczą. Gdy podane parametry wejściowe mogą spowodować uzyskanie nieprawidłowej konfiguracji manipulatora, program wyświetla odpowiednie ostrzeżenie. Gdy planowane położenie efektor ustawia manipulator w położeniu, w którym jedna lub więcej gałęzi kinematycznych powodowałyby oderwanie się podpory do podstawy lub zniszczenie konstrukcji, program pokazuje to poprzez nienarysowanie danej gałęzi i układu napędowego w obszarze rysowania. Taki przypadek pokazano na rysunku 7.4.

Na rysunku 7.5. pokazano kilka przykładowych poprawnych konfiguracji manipulatora przy różnych położeniach efektor, wykreślonych przez program „Triplanar – położenie”.



Rys. 7.5. Przykładowe położenia manipulatora uzyskane w programie „Triplanar – położenie”

Przedstawiony program „Triplanar - położenie” został wykorzystany do badania możliwości ruchowych manipulatora typu Triplanar. Dzięki niemu oceniono zakresy możliwych zmian położenia i orientacji efektor. Wykryto konfiguracje powodujące wprowadzenie manipulatora w położenia osobliwe. Zbadano wpływ wymiarów geometrycznych na możliwości osiągnięcia przez manipulator wymaganych położeni. Program pozwolił również określić wstępne

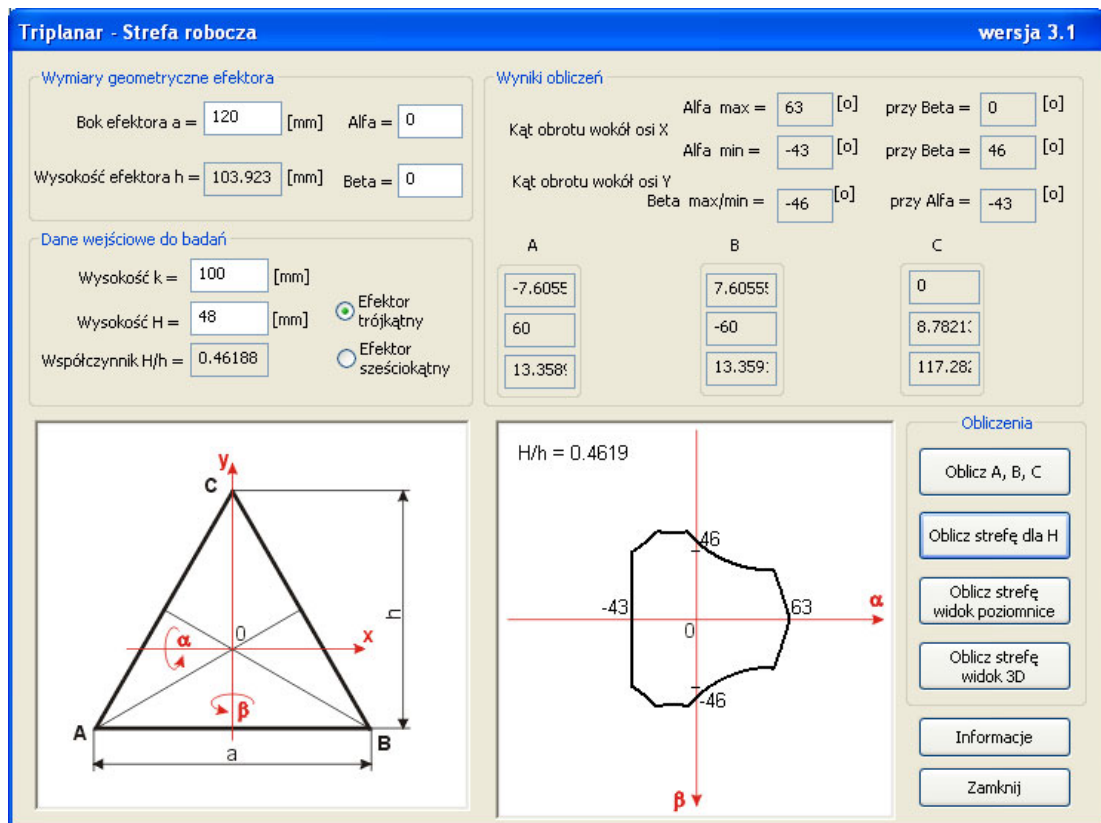
wymiary efektora i członów łączących go z układami napędowymi do budowy modelu użytego w badaniach stanowiskowych.

## **7.2. Wyznaczenia strefy roboczej efektora – program „Triplanar – strefa robocza”**

Na podstawie przedstawionego w rozdziale 6.3. algorytmu z rysunku 6.11 autor pracy stworzył program komputerowy „*Triplanar – strefa robocza*”, którego okno główne przedstawia rysunek 7.5. Program ten pozwala wyznaczyć położenia charakterystycznych punktów efektora w przestrzeni, wyliczyć i wykreślić strefę roboczą dla zadanej wysokości pracy  $S_H$  i strefę całkowitą  $S_{3D}$ , wyznaczyć maksymalne kąty wychylenia w każdej z osi oraz opracować wykres przestrzenny strefy roboczej  $S_{3D}$  efektora w funkcji wysokości odniesionej do charakterystycznego wymiaru konstrukcji efektora  $S_{3D} = f(H/h)$ , zgodnie ze wzorem (6.25). Program pozwala wykonać obliczenia dla manipulatora z efektem o kształcie trójkąta równobocznego oraz sześciokąta foremego. W zależności od wybranego kształtu efektora podawane są jego wymiary geometryczne. Długość członu łączącego efektor z układami napędowymi nie zależy od jego kształtu. Wyznaczona strefa może być przedstawiona w widoku płaskim (z góry) i przestrzennym (aksonometrycznym).

Podstawowe założenia i zadania postawione przed programem są następujące:

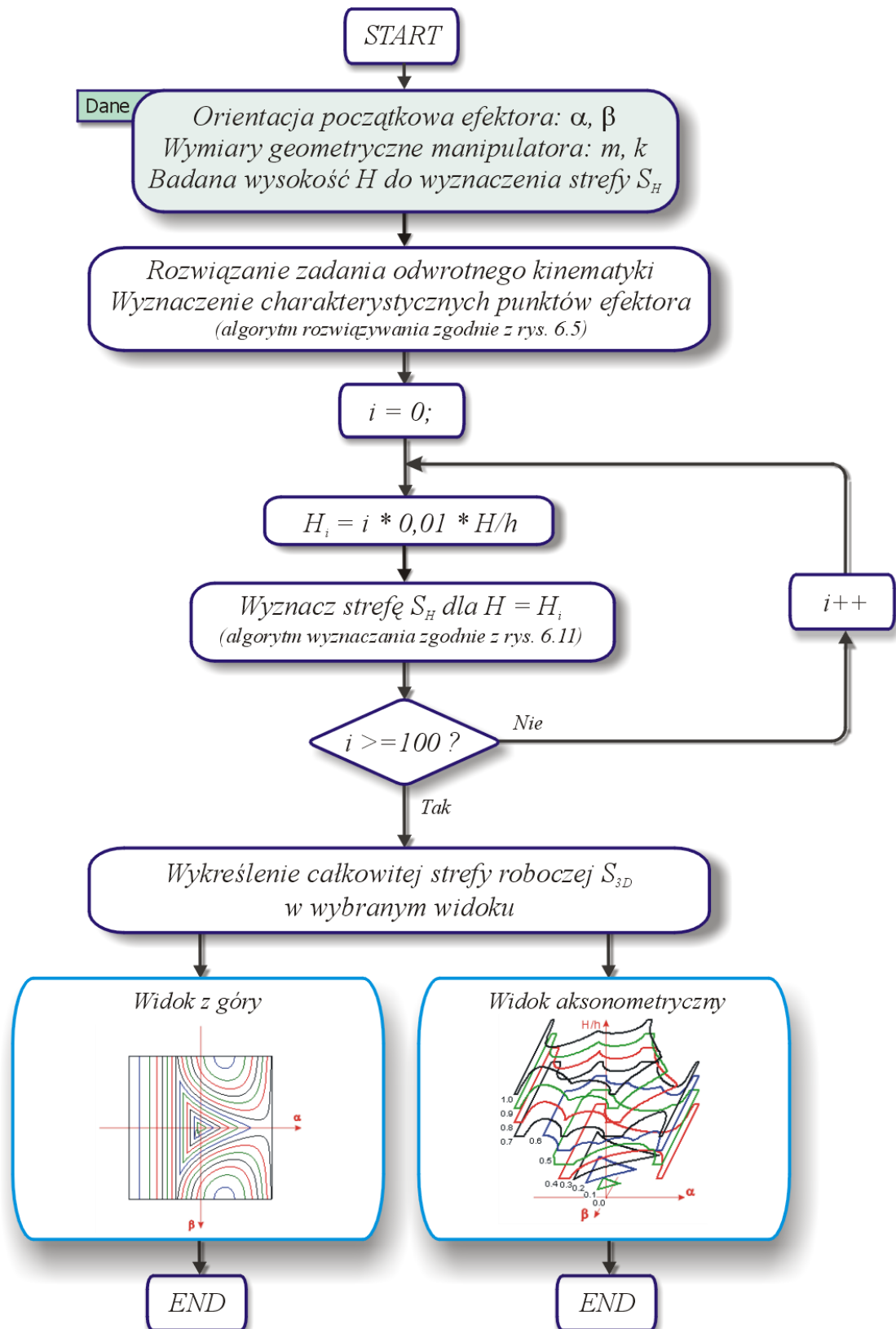
- wyznaczenie strefy roboczej dla zadanej wysokości pracy efektora,
- współrzędne  $x$  i  $y$  środka efektora pokrywają się z punktem  $(0,0)$  układu globalnego,
- graficzne wykreślenie strefy roboczej  $S_H$ ,
- wyznaczenie całkowitej strefy roboczej  $S_{3D}$  w funkcji największego wymiaru efektora,
- wykreślenie strefy  $S_{3D}$  w widoku aksonometrycznym i z góry (poziomnie),
- możliwość wykonania obliczeń dla efektora o kształcie trójkąta i sześciokąta,
- możliwość dowolnego określenia wymiarów geometrycznych efektora,
- wyznaczenie współrzędnych charakterystycznych punktów efektora w przestrzeni globalnego układu współrzędnych,
- podanie wartości maksymalnych kątów wychylenia efektora w osiach  $X$ , i  $Y$  układu globalnego.



Rys 7.4. Główne okno programu „Triplanar – strefa robocza”

Algorytm wyznaczania całkowitej strefy roboczej efektora przy zadanych dowolnych wymiarach i kształcie członu roboczego przedstawiono na rysunku 7.5. Współrzędne punktów charakterystycznych efektora w układzie globalnym wyznaczano opierając się na rozwiązaniu zadania odwrotnego kinematyki przedstawionym na rysunku 6.5. Algorytm tam zaprezentowany pozwala wyznaczyć położenia manipulatora i sprawdzić czy zadana konfiguracja jest poprawna. Strefa robocza dla zadanej wysokości  $H$  jest wyznaczana według algorytmu z rysunku 6.11, zgodnie ze wzorami (6.26) i (6.27). Powtarzając obliczenia dla całego zakresu wysokości  $H_i$  od 0 do  $H/h$  wyznacza się całkowitą strefę robocza  $S_{3D}$ , zgodnie ze wzorem (6.25). Wyliczona strefa może być przedstawiona w widoku aksonometrycznym lub z góry. Na osiach układu prezentującego strefę są zaznaczane kąty wychYLENIA maksymalnego względem osi  $X$  i  $Y$  układu prezentującego strefę są zaznaczane kąty wychYLENIA maksymalnego względem osi  $X$  i  $Y$  układu prezentującego strefę. Wyznaczana strefa dotyczy sytuacji, gdy środek efektoru nie zmienia swojej pozycji wzdłuż osi  $X$  i  $Y$  globalnego układu współrzędnych. Istnieje jedynie możliwość zmiany jego współrzędnej  $z$ . Rzeczywista strefa robocza manipulatora poruszającego się po płaszczyźnie  $XY$  będzie większa i powstanie przez rozciągnięcie wyznaczonej przez program strefy  $S_{3D}$ . Współrzędne wektora przeskalowania strefy roboczej będą odpowiadały wielkości przesunięć wzdłuż odpowiednich osi układu. Wymiar pionowy strefy efektoru bez ograniczenia ruchu w

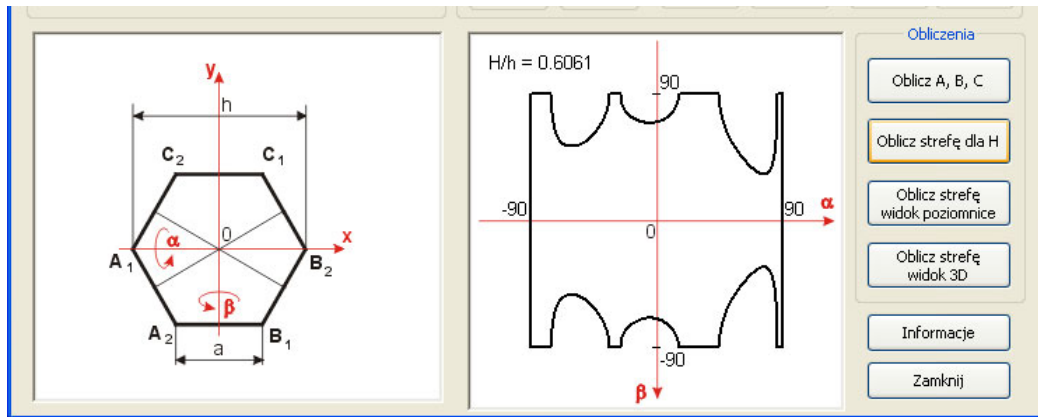
płaszczyźnie XY będzie identyczny z wymiarem pionowym strefy dla efektor z tymi ograniczeniami ruchu.



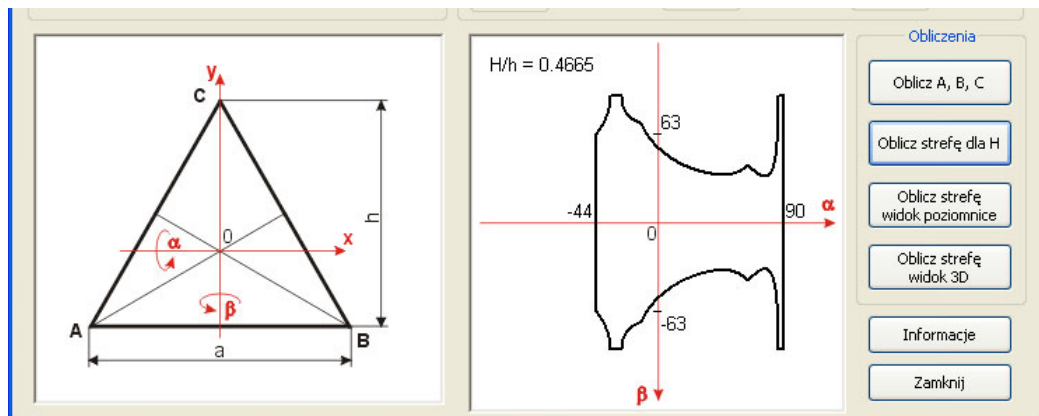
Rys. 7.5. Algorytm wyznaczania całkowitej strefy roboczej w programie „Triplanar – strefa robocza”

Na rysunku 7.6. przedstawiono fragmenty okien programu, zawierające wyznaczone strefy robocze w widoku przestrzennym dla manipulatora z efektem o kształcie sześciokąta foremnego (rys 7.6.a) i dla manipulatora z efektem o kształcie trójkąta równobocznego (rys. 7.6.b). Wymiary geometryczne manipulatora i badana wysokość pracy w obu przypadkach są jednakowe.

(a)



(b)

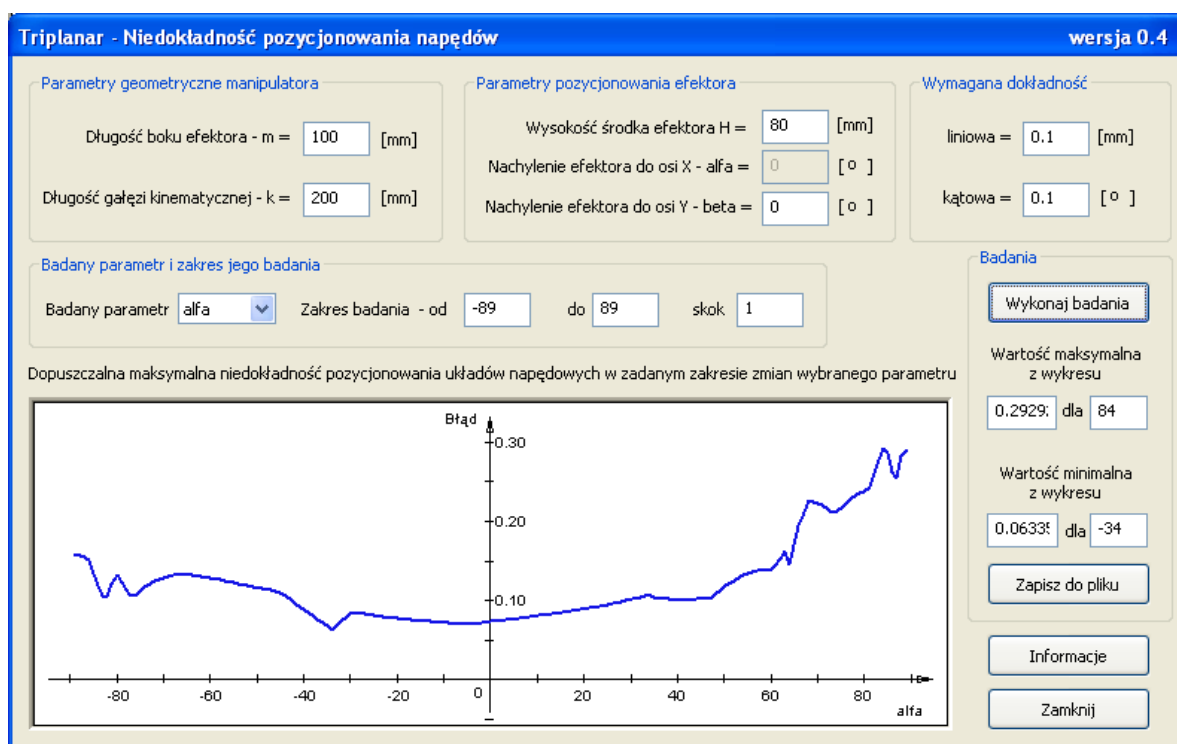


**Rys.7.6.** Strefa robocza dla zadanych parametrów manipulatora z efektem o kształcie:  
 a) sześciokąta foremnego b) trójkąta równobocznego

Stworzony program pozwala wyznaczyć strefę roboczą efektora manipulatora z ograniczeniami ruchu w płaszczyźnie XY. Dzięki niemu możliwe było przebadanie wpływu wymiarów geometrycznych efektora na kształt i wielkość strefy roboczej, jak również pozwoliło na wyznaczenie parametrów geometrycznych wpływających na zwiększenie strefy. Uwzględnienie w programie możliwości zmiany kształtu efektora pozwoliło przeanalizować wpływ zmiany kształtu na strefę roboczą. Badania prowadzone przy użyciu tego programu, jak i uzyskane wyniki, pozwoliły dobrać optymalne wymiary geometryczne elementów składowych manipulatora, a zwłaszcza efektora podczas projektowania i wykonywania modelu mechanizmu.

### 7.3. Wyznaczanie dokładności położenia – oprogramowanie „Triplanar – Niedokładność”

Dokładność z jaką powinny być pozycjonowane podpory napędowe jest zależna od parametrów geometrycznych manipulatora, zadanej dokładności liniowej pozycji oraz od dokładności kątowej orientacji efektora. Przy założonej dokładności położenia efektora dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór będzie różny w różnych konfiguracjach manipulatora i w różnych miejscach strefy roboczej. Dla zbadania maksymalnego dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór autor pracy stworzył program „Triplanar – Niedokładność”. Okno główne tego programu przedstawiono na rysunku 7.7. Stworzony program pozwala zbadać błąd pozycjonowania dla dowolnego parametru konfiguracyjnego oraz zbadać wpływ dokładności wykonania elementów manipulatora na uzyskiwaną dokładność efektora.



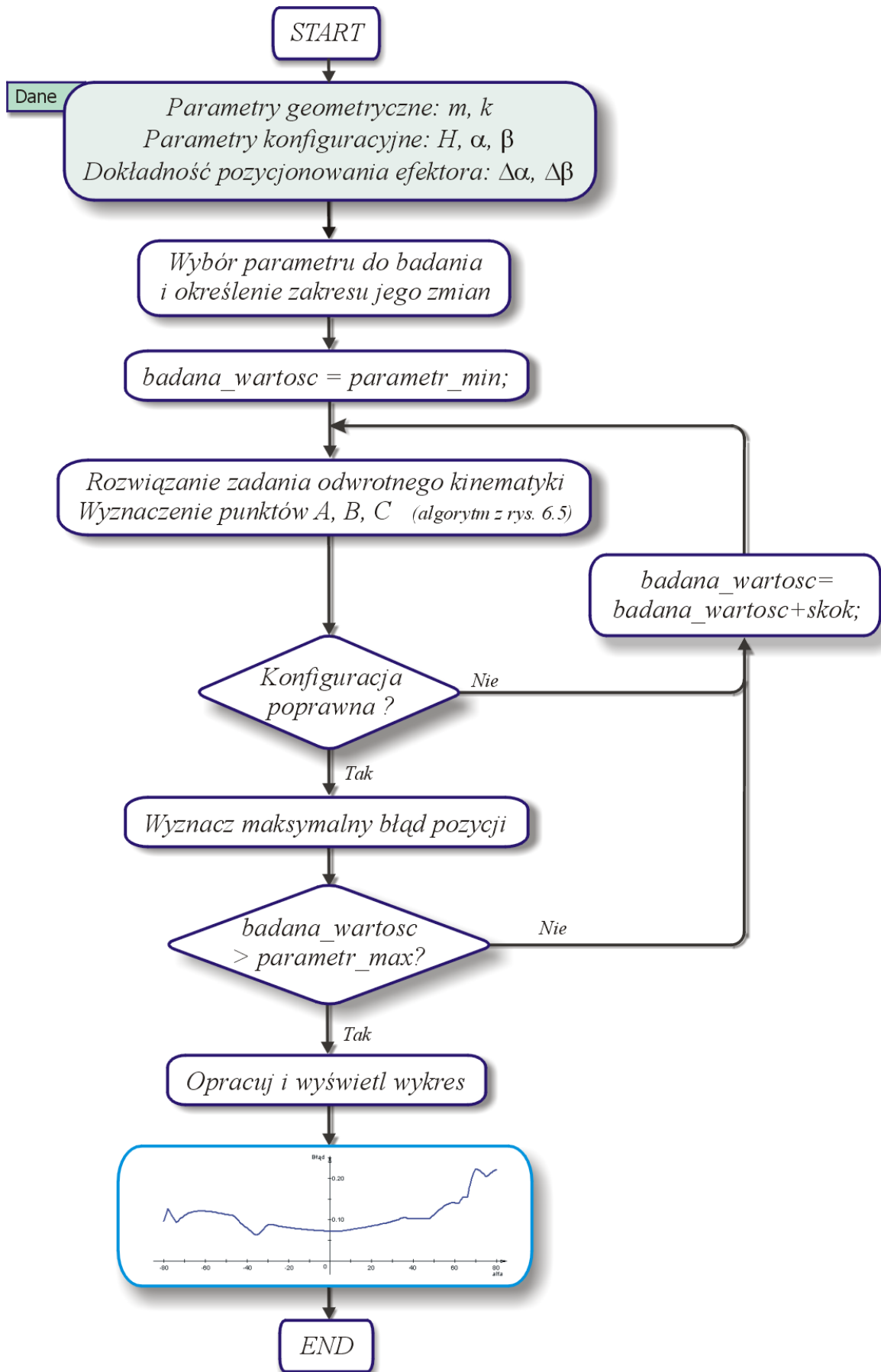
Rys. 7.7. Okno programu „Triplanar – Niedokładność”

Podstawowe założenia i zadania programu były następujące:

- możliwość zbadania dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych dla dowolnych konfiguracji manipulatora,

- możliwość zbadania błędu dla całego zakresu dowolnego parametru i dla dowolnego skoku badania parametru,
- dowolne określenie wymaganej dokładności pozycjonowania efektora w przestrzeni,
- możliwość niezależnego określenia wymaganej dokładności liniowej (pozycja) i dokładności kątowej (orientacja) efektora,
- dowolne określenie wymiarów geometrycznych manipulatora,
- możliwość przebadania wpływu dokładności wykonania efektora i członu łączącego efektor z podstawami mechatronicznymi,
- podanie wartości maksymalnego i minimalnego błędu z podaniem wartości parametru przy jakiej uzyskiwane są te ekstrema,
- możliwość eksportu wyliczonych danych do pliku tekstowego.

Program działa według algorytmu przedstawionego na rysunku 7.8. Zgodnie z tym algorytmem program wylicza dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór dla całego zakresu badanego parametru (dowolnie wybranego). Dla każdej jego wartości wyliczane są po dwa położenia podpór dla skrajnych wartości dopuszczalnego przedziału dokładności pozycjonowania i zorientowania efektora w przestrzeni. Można podać niezależnie dokładność liniową pozycji i dokładność kątową orientacji efektora. Obliczenia uruchamia się przyciskiem „Wykonaj badania”. Wyliczenie pozycji podpór odbywa się poprzez rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki manipulatora, zgodnie z algorytmem z rysunku 6.5. Program wykorzystuje opracowane wcześniej przez autora biblioteki, użyte w pozostałych programach prezentowanych w tej pracy. W kolejnym kroku wyliczane są różnice między wyliczonymi wartościami pozycji podpór przy tej samej wartości parametru badanego. Spośród uzyskanych wyników dla trzech podpór, w dwóch osiach każda, wybierana jest wartość minimalna. Wartość ta jest przyjęta jako maksymalny dopuszczalny błąd, z jakim może być pozycjonowana każda podpora, aby nie została przekroczona dopuszczalna założona minimalna dokładność położenia efektora. Badania wykonywane są dla pozycji efektora opisanej w globalnym układzie współrzędnych wektorem pozycji o współrzędnych  $(0, 0, H)$ . Położenia względem osi X i Y układu globalnego nie mają wpływu na wynik obliczeń, dlatego przyjęto dla nich wartości zerowe. Orientacja efektora jest opisana kątami wychylenia względem osi OX –  $\alpha$  i względem osi OY –  $\beta$ . Kąt obrotu względem osi OZ –  $\theta$  przyjęto zerowy.



Rys. 7.8. Algorytm wyznaczania dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych

Po przeprowadzeniu obliczeń dla całego zakresu zmian badanego parametru program wykreśla wykres i podaje maksymalne i minimalne jego wartości wraz z miejscem ich wystąpienia. W programie przewidziano eksport wyników do pliku tekstowego. Po naciśnięciu przycisku „Zapisz do pliku” pojawia się okno wyboru folderu i pliku docelowego, po wyborze którego następuje zapis wyników w formacie tekstowym. Pozwala to na późniejszy import tych danych do arkusza kalkulacyjnego i dalszą obróbkę. Można w ten sposób łączyć kilka plików z danymi uzyskując w efekcie wykresy powierzchni błędów dopuszczalnych przy zmianie dwóch parametrów jednocześnie. Przykładowy plik z wynikami badań przedstawiono na rysunku 7.9.

```

Plik z programu Triplanar-Niedokładność

Parametry geometryczne manipulatora: m = 100.00, k = 120.00
Parametry pozycjonowania efektora H = 80.00, alfa = zmienna, beta = -45.00
Wymagana dokładność pozycjonowania efektora = 0.10
Wymagana dokładność orientowania efektora = 0.10

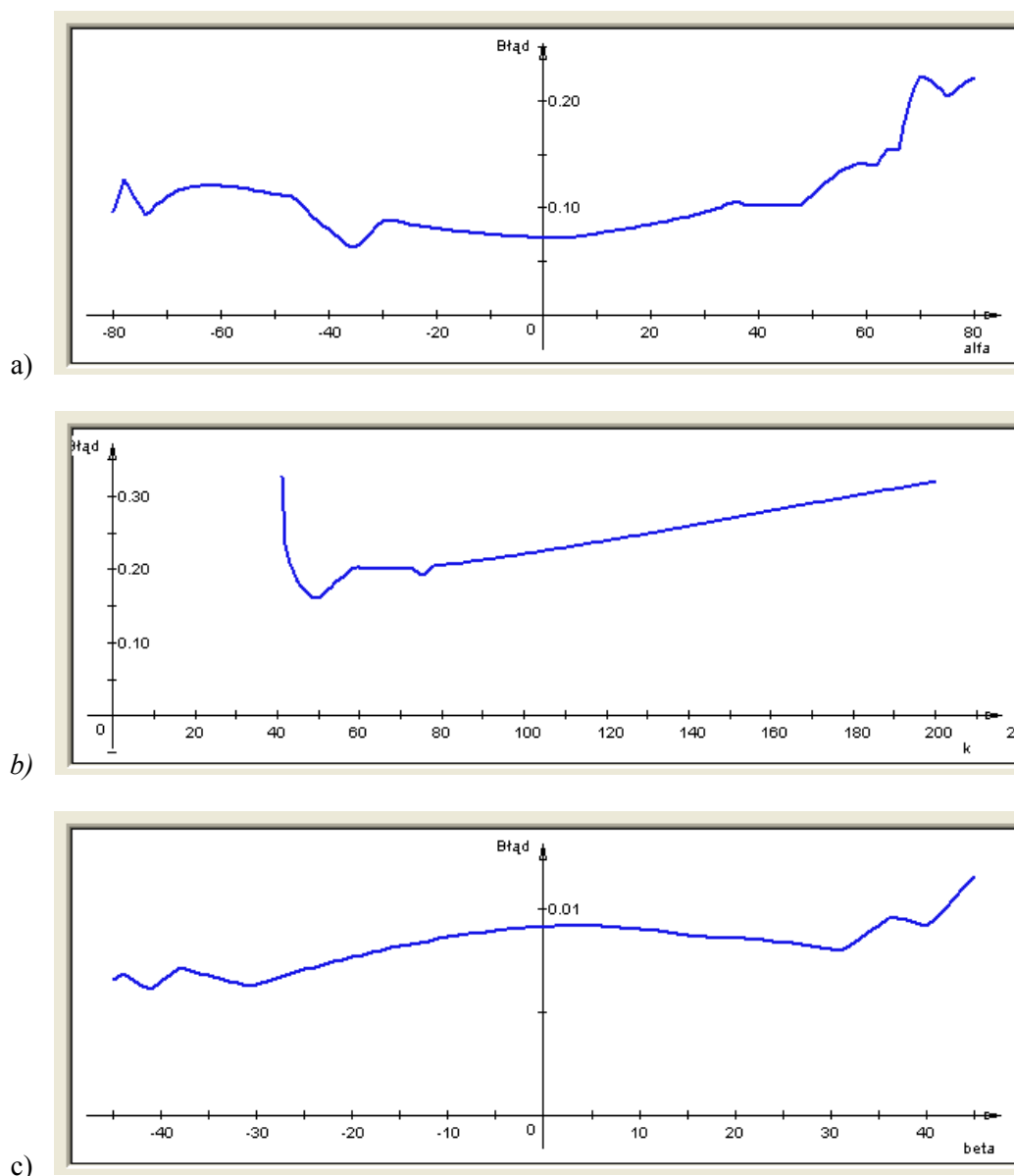
Badanym parametrem jest alfa w zakresie od -15.00 do 12.00 przy skoku 1.00

Wartość parametru      Wartość dopuszczalnego błędu
-15.000000             0.172139
-14.000000             0.132313
-13.000000             0.110014
-12.000000             0.094981
-11.000000             0.083764
-10.000000             0.068108
-9.000000              0.051701
-8.000000              0.050951
-7.000000              0.050939
-6.000000              0.054072
-5.000000              0.056054
-4.000000              0.057019
-3.000000              0.057036
-2.000000              0.056195
-1.000000              0.054573
0.000000               0.052232
1.000000               0.049201
2.000000               0.041002
3.000000               0.041337
4.000000               0.036578
5.000000               0.041131
6.000000               0.038351
7.000000               0.036314
8.000000               0.038720
9.000000               0.041092
10.000000              0.043493
11.000000              0.045883
12.000000              0.048337

```

**Rys. 7.9.** Format pliku z wynikami badań wyeksportowany przez program „Triplanar - Niedokładność”

Rysunek 7.10 zawiera przykładowe wyniki badań dla różnych parametrów, przy różnych konfiguracjach i różnej wartości wymaganej dokładności pozycjonowania efektora.



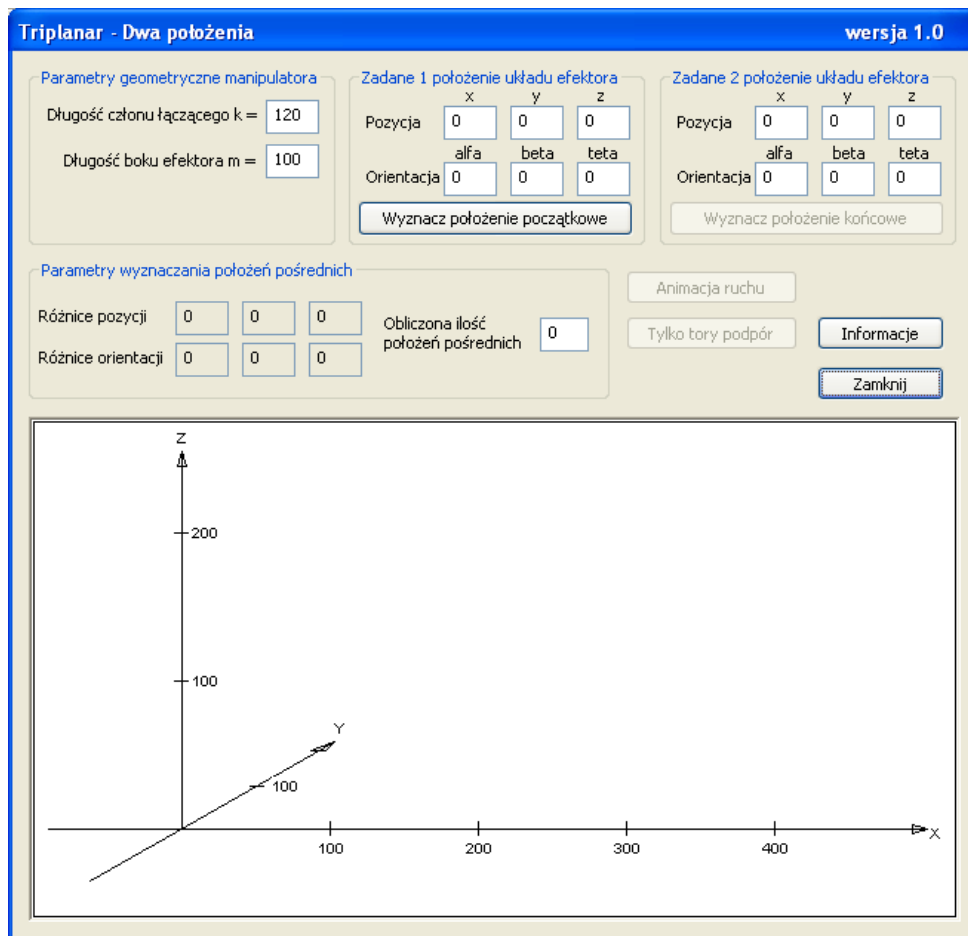
**Rys. 7.10.** Przykładowe wyniki badań uzyskanych przy użyciu programu „Triplanar - Niedokładność” przy zmianie kąta  $\alpha$  (a), długości członu  $k$  (b), kąta  $\beta$  (c)

Przy użyciu przedstawionego programu przeprowadzono badania wymaganej dokładności pozycjonowania podpór napędowych manipulatora typu Triplanar przy różnych założonych dokładnościach położenia efektora w przestrzeni. Wyniki tych badań umieszczono w rozdziale 11 niniejszej pracy. Analiza uzyskanych wyników pozwoliła opracować strefy pracy manipulatora, w których wielkość błędu pozycjonowania jest zbliżona. Strefy te w dalszej kolejności pozwoliły zoptymalizować algorytmy sterowania podporami mechatronicznymi

na płaszczyźnie. Zbadanie wpływu dokładności wykonania elementów manipulatora pozwoliło opracować wytyczne do budowy modelu manipulatora oraz do opracowania . Wyniki uzyskane w tym programie posłużyły do opracowania wstępnego zakresu badań stanowiskowych oraz parametrów zbudowanego stanowiska pomiarowego.

#### 7.4. Wyznaczanie toru liniowego i wizualizacja zmiany położenia manipulatora – oprogramowanie „Triplanar – Dwa położenia”

Przejście pomiędzy dwoma zadanymi położeniami manipulatora może odbywać się po torze będącym linią prostą. Stworzone oprogramowanie „Triplanar – Dwa położenia” służy do wyznaczania i wizualizacji poprzez animację zależności zmian położenia efektora w przestrzeni od pozycji układów napędowych na płaszczyźnie. Program wyznacza tory podpór poruszających się po płaszczyźnie podstawy. Okno programu po uruchomieniu przedstawiono na rysunku 7.11.



Rys. 7.11. Okno programu „Triplanar – Dwa położenia” tuż po uruchomieniu

Główne założenia pracy programu to:

- wygenerowanie toru przejścia manipulatora pomiędzy dwoma zadanymi położeniami,
- tor efektora to linia prosta,
- dowolne określenie pozycji i orientacji efektora w przestrzeni, niezależnie dla położenia początkowego i końcowego,
- prędkość początkowa i końcowa efektora równa zeru,
- wyznaczenie optymalnej liczby podziałów toru z możliwością dowolnej jej zmiany,
- przedstawienie animacji zmiany położenia,
- wyznaczenie i pokazanie torów ruchu podstaw napędowych manipulatora,
- pokazanie niedozwolonych położenia manipulatora podczas zadawania pozycji i orientacji efektora oraz podczas samej animacji.

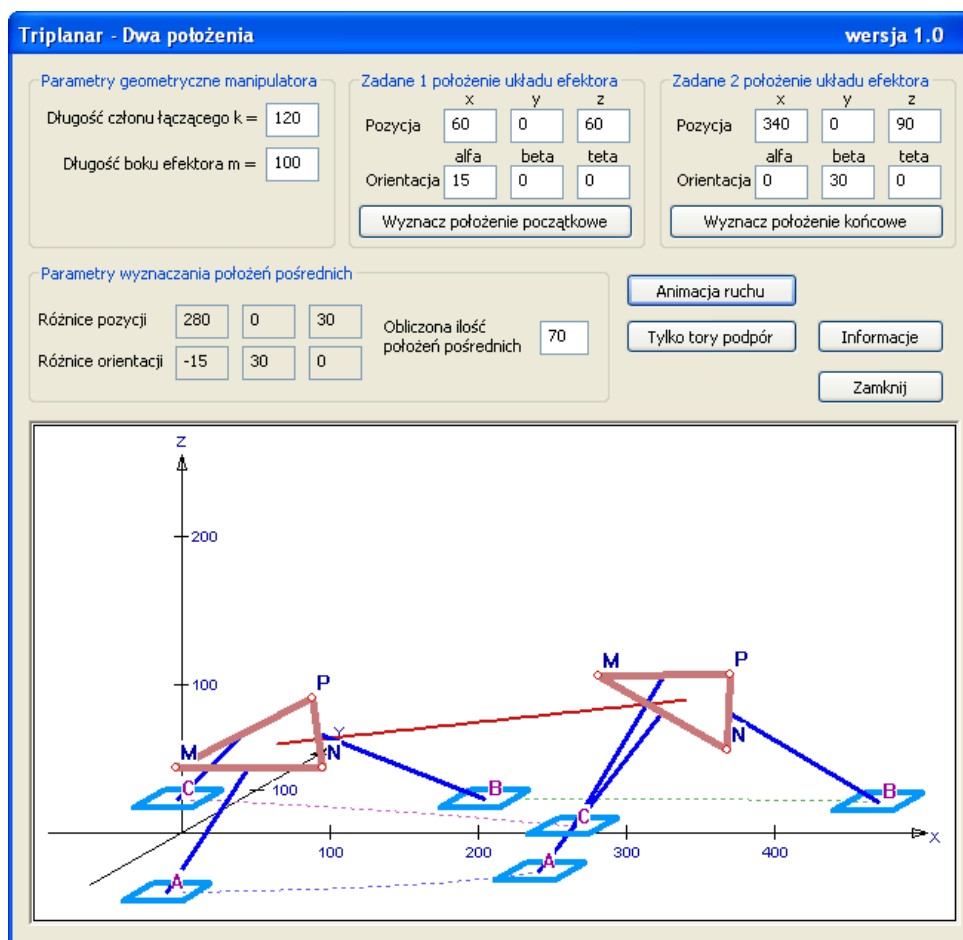
Algorytm, zgodnie z którym działa program, przedstawiono jest na rysunku 7.12. Jak pokazano na rysunku, po wprowadzeniu danych opisujących położenie początkowe i końcowe efektora następuje rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki dla tych dwóch położenia. Pozycję i orientację efektora zadaje się poprzez podanie położenia punktu środka efektora w globalnym układzie współrzędnych oraz orientacji lokalnego układu współrzędnych względem układu globalnego. Środek lokalnego układu pokrywa się z geometrycznym środkiem efektora. Do przeliczenia współrzędnych z układu lokalnego do globalnego wykorzystano opracowane wzory transformacji macierzowej (6.2)-(6.8). Algorytm wyznaczania pozycji punktów podpór napędowych manipulatora wykorzystuje funkcje napisane wcześniej dla programu „*Triplanar – położenie*” i opiera się na wzorach wyznaczonych w rozdziale 6.2. Jeśli któraś z podanych konfiguracji jest nieprawidłowa, tzn. manipulator nie może zająć poprawnego położenia przy zadanym położeniu efektora, program sygnalizuje to odpowiednim komunikatem, jak również niedorysowaniem elementów manipulatora, które zajęły niewłaściwe położenia. Jeśli nie jest możliwe wyznaczenie pozycji dowolnej podpory napędowej, to podpora i człon łączący ją z efekтором nie są rysowane. W kolejnym kroku program wyznacza zakresy zmian położenia i orientacji w poszczególnych osiach konieczne do realizacji zmiany położenia manipulatora. Wyznacza również optymalną liczbę podziałów toru, niezbędną do wykonania płynnej animacji ruchu. Liczbę podziałów użytkownik może również zmieniać samodzielnie, wpływając w ten sposób na szybkość animacji oraz na stopień wygładzenia krzywych opisujących tory podpór mechatronicznych. Po naciśnięciu przycisku „*Animacja ruchu*” program wyznacza dla każdego

pośredniego położenia efektora pozycje podpór (punkty A, B, C) oraz położenie wszystkich członów manipulatora. Wyliczone pozycje pozwalają odpowiednio narysować nowe kolejne położenie manipulatora. Następuje animacja przejścia manipulatora z położenia początkowego do końcowego. W programie można również wykreślić na płaszczyźnie podstawy same toru punktów A, B i C podpór bez rysowania elementów manipulatora.



Rys. 7.12. Algorytm programu „Triplanar – Dwa położenia”

Na rysunku 7.13 przedstawiono okno programu podczas animacji ruchu zmiany położenia manipulatora.

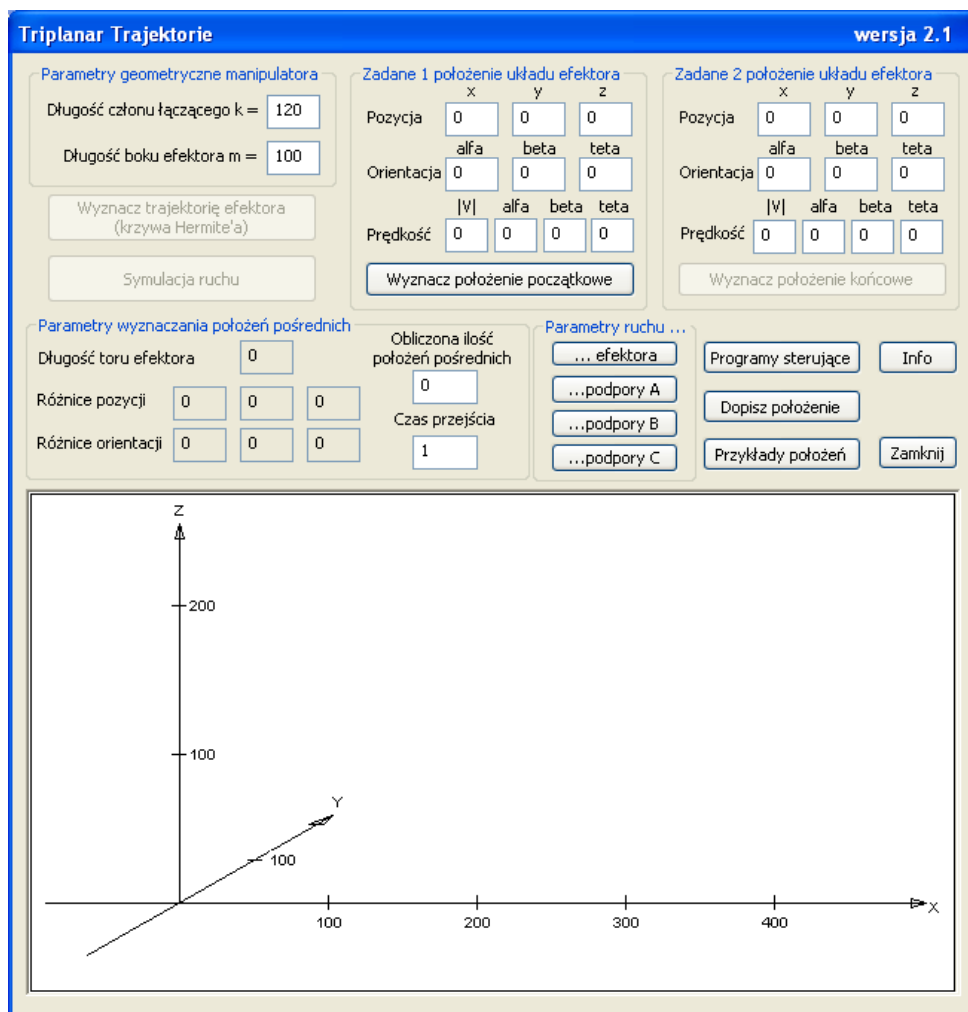


Rys. 7.13. Okno programu „Triplanar – Dwa położenia” podczas animacji ruchu

Stworzony program „Triplanar – Dwa położenia” wyznacza torry układów napędowych manipulatora przy liniowej zmianie położenia i orientacji efektora. Tor, po którym porusza się efektor jest linią prostą, natomiast torry podpór napędowych manipulatora są krzywymi wyższego stopnia. Przedstawiony program został wykorzystany do badania i wizualizacji ruchu manipulatora przy założonych przebiegach prędkości o dowolnym kształcie (trapezowym, trójkątnym i sinusoidalnym), gdy prędkość początkowa i końcowa jest równa zero. Wykorzystano go również do symulacji ruchu manipulatora przy liniowym wykresie zmian prędkości efektora, gdy jedna lub obie prędkości (początkowa i końcowa) są różne od zera. W tym przypadku zakłada się, że kierunki wektorów prędkości początkowej i końcowej są zgodne z kierunkiem wyznaczonego toru, natomiast wartości wektorów prędkości mogą być różne.

## 7.5. Rozwiązanie zadania planowania trajektorii manipulatora – oprogramowanie „Triplanar –Trajektorie”

Zgodnie z zaproponowanym w rozdziale 6.5 rozwiązaniem zadania planowania trajektorii, krzywa, po której ma się poruszać efektor została podzielona na segmenty. Początek i koniec każdego segmentu jest określony przez dwa sąsiednie punkty kontrolne trajektorii. W punktach kontrolnych zadane jest położenie środka efektoru i jego wektor prędkości. Generując krzywą przejścia między tymi punktami efektor ma w tych punktach ściśle realizować wszystkie parametry tej krzywej. Położenia pośrednie mające przeprowadzić efektor z punktu początkowego do końcowego opisano krzywą Hermite'a, zmodyfikowaną wymaganym czasem przejścia między położeniami kontrolnymi. Do wygenerowania trajektorii zgodnie z przedstawionymi założeniami autor pracy stworzył program „Triplanar – Trajektorie”, którego okno główne przedstawiono na rysunku 7.14.



Rys. 7.14. Okno główne programu „Triplanar – Trajektorie” po jego uruchomieniu

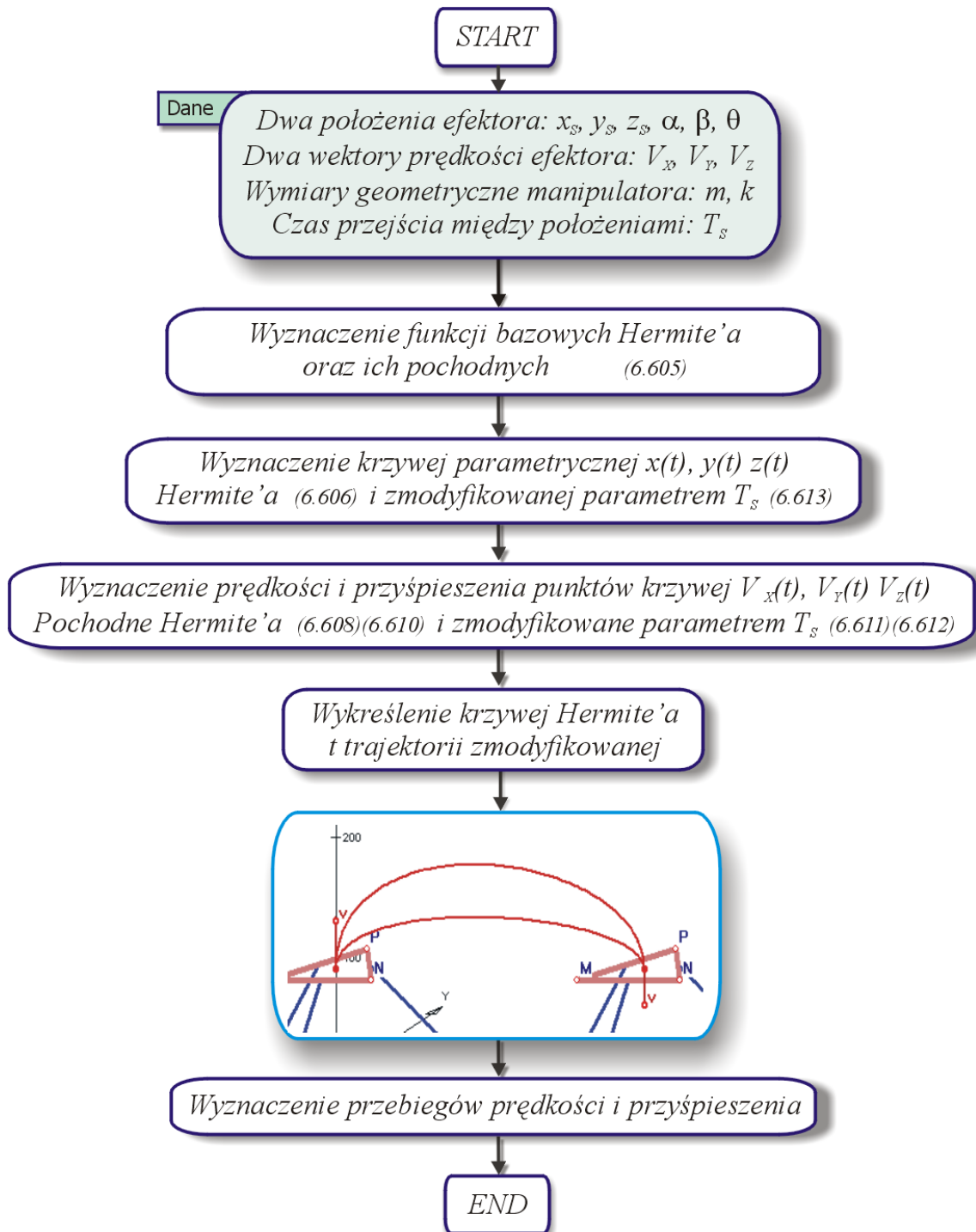
Program stworzono przy następujących założeniach funkcjonalnych:

- generowanie trajektorii przejścia między dwoma punktami kontrolnymi,
- dowolne zadawanie pozycji i orientacji efektora dla każdego punktu kontrolnego,
- zadawany wektor prędkości nie musi pokrywać się z wektorem normalnym do płaszczyzny efektora i jego kierunek może być różny na skrajnych położeniach manipulatora,
- krzywa opisująca tor efektora oparta na zmodyfikowanej krzywej Hermite'a o ciągłości parametrycznej  $C^2$  w punktach jej łączenia,
- kształt trajektorii, prędkość i przyspieszenie efektora uzależnione od czasu przejścia między punktem początkowym i końcowym,
- profil zmian prędkości efektora opisany krzywą co najmniej stopnia drugiego,
- wygenerowanie trajektorii i wyznaczenie parametrów ruchu podpór napędowych manipulatora, realizujących wygenerowaną trajektorię efektora,
- dowolne określenie wielkości podziałki odcinającej krzywą przejścia,
- wygenerowanie programów sterujących układami napędowymi manipulatora,
- dowolność określenia wymiarów manipulatora,
- wizualizacja poprzez animację przejścia manipulatora wzdłuż wyznaczonej trajektorii,
- wyznaczenie przebiegów parametrów ruchu efektora i podpór,
- wizualne zaznaczenie położenia osi manipulatora podczas animacji jego ruchu,
- zapis i odczyt z pliku wcześniej przebadanych konfiguracji i trajektorii,

Zgodnie z przedstawionymi założeniami opracowano program realizujący postawione zadanie generowania trajektorii i wizualizacji ruchu manipulatora poruszającego się wzdłuż wyznaczonej krzywej.

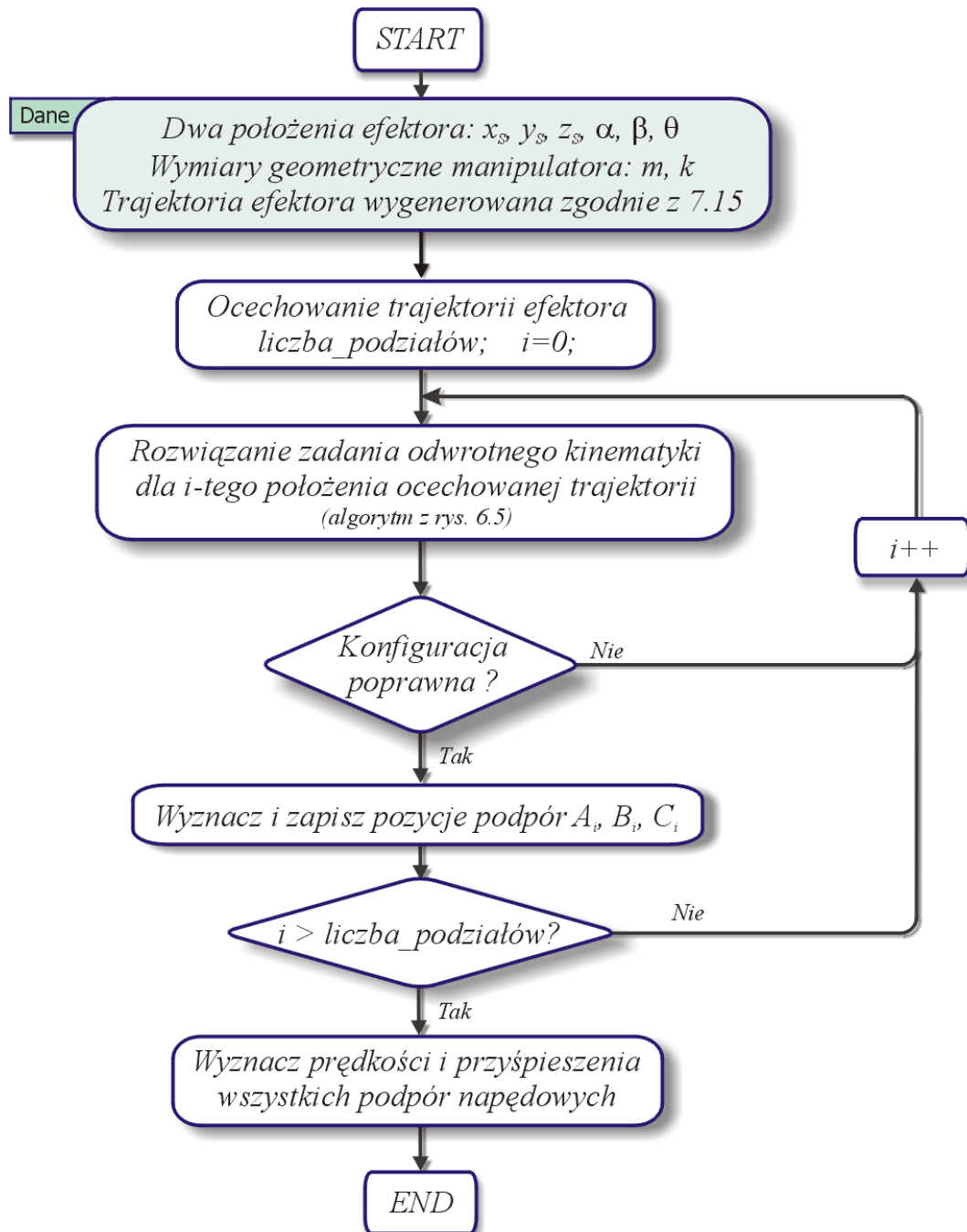
Algorytm części programu dotyczącej generowania trajektorii platformy efektora przedstawiono na rysunku 7.15. Na podstawie parametrów konfiguracji początkowej i końcowej manipulatora oraz wektorów prędkości początkowej i końcowej, opierając się na wzorach (6.40), wyznaczane są funkcje bazowe Hermite'a  $H_0(t)$ ,  $H_1(t)$ ,  $H_2(t)$ ,  $H_3(t)$ . Następnie wyznaczane są funkcje parametryczne kształtu krzywej Hermite'a  $x(t)$ ,  $y(t)$  i  $z(t)$ , zgodnie z (6.41), oraz funkcje

kształtu krzywej zmodyfikowanej parametrem czasu przejścia drogi  $T_s$  opierając się na wzorach (6.48). Prędkości i przyspieszenia punktów na trajektorii  $V_x(t)$ ,  $V_y(t)$ ,  $V_z(t)$ ,  $A_x(t)$ ,  $A_y(t)$ ,  $A_z(t)$  dla krzywej Hermite'a oparto na wzorach (6.40) i (6.45), a dla krzywej zmodyfikowanej parametrem  $T_s$  na wyprowadzonych równaniach (6.46) i (6.47). Pozostaje wykreślenie krzywych i zapisanie przebiegów prędkości i przyspieszenia.



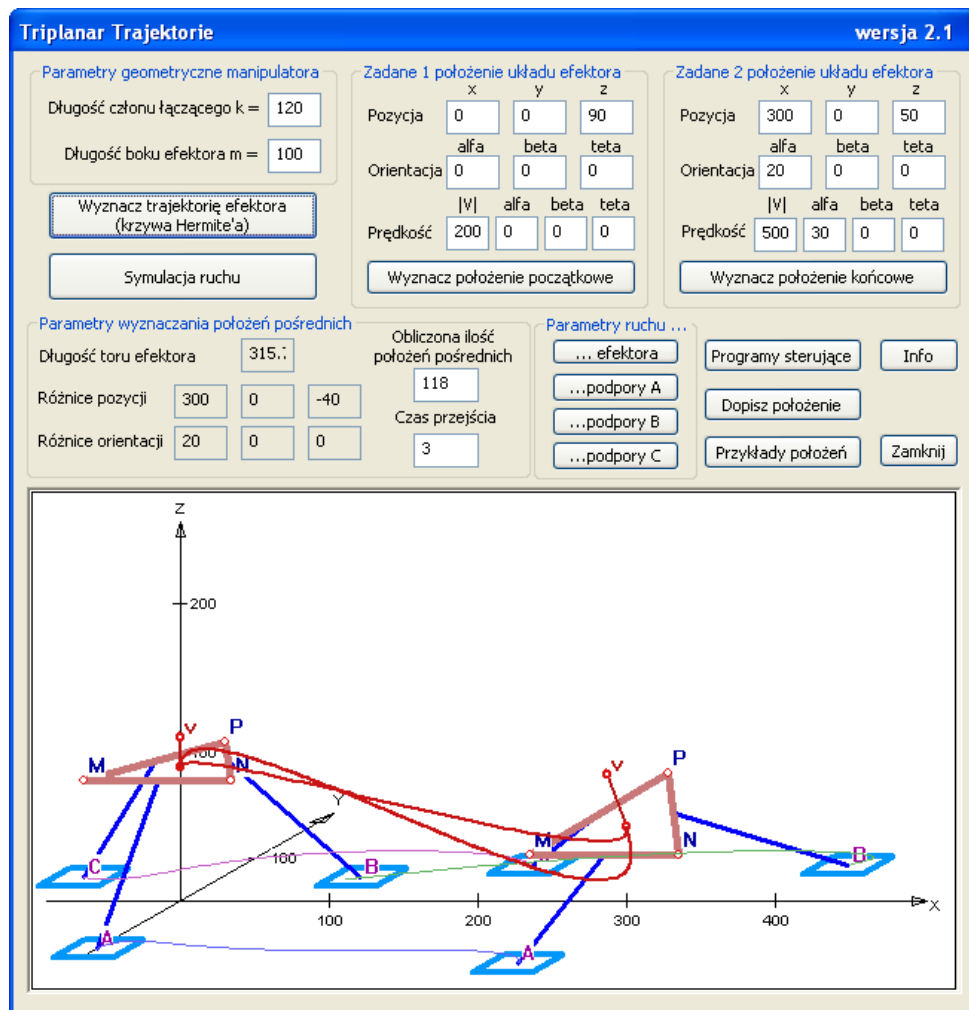
Rys. 7.15. Algorytm generowania trajektorii efektor manipulatora typu Triplanar

Na rysunku 7.16 pokazano algorytm wyznaczania torów, wzdłuż których mają się poruszać układy napędowe manipulatora, by została zrealizowana wyznaczona wcześniej trajektoria efektora. Zgodnie z tym algorytmem, po odcachowaniu trajektorii efektora, dla każdego jej punktu rozwiązywane jest zadanie odwrotnej kinematyki, i jeśli uzyskana konfiguracja jest poprawna, wyznaczane są położenia na płaszczyźnie podstawy każdej podpory. Kolejne pozycje danej podpory tworzą tor jej ruchu. Różniczkując tor ruchu po czasie uzyskuje się przebiegi prędkości, a po kolejnym różniczkowaniu także przebiegi przyspieszenia.



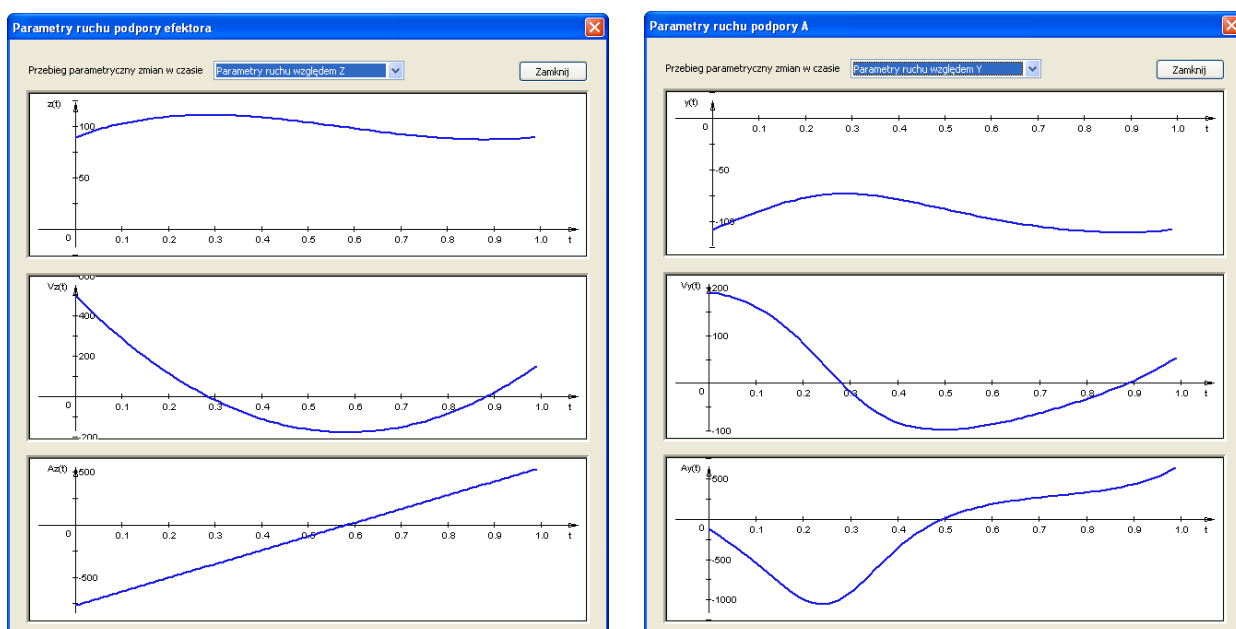
Rys. 7.16. Algorytm wyznaczania torów ruchu podpór napędowych manipulatora typu Triplanar

Jądro obliczeniowe programu „Triplanar – Trajektorie” oparto na przedstawionych wcześniej algorytmach. Program, oprócz generowania trajektorii i parametrów ruchu efektora oraz podpór napędowych manipulatora, generuje programy dla kart sterujących napędami mechatronicznymi. Cały ruch manipulatora wzdłuż wyznaczonej trajektorii jest przez program animowany, a położenia osobliwe występujące w czasie jego ruchu są dodatkowo wizualizowane zmianą wyglądu graficznego trajektorii i rysowanego położenia manipulatora. W programie istnieje dodatkowo możliwość wykreślenia wykresów funkcji parametrycznych położenia, prędkości i przyspieszenia, zarówno efektora jak i podpór napędowych. Okno programu z dwiema wygenerowanymi trajektoriami ruchu (różniące się parametrem  $T_s$ ) dla przykładowych danych manipulatora w dwóch położeniach o różnej orientacji początkowej i końcowej efektora, przedstawiono na rysunku 7.17. Zmiana trajektorii efektora pociąga za sobą również zmianę torów ruchu podpór mechatronicznych.



Rys.7.17. Trajektorie wygenerowane przez program „Triplanar - Trajektorie”

Po uruchomieniu programu i podaniu parametrów konfiguracji początkowej i końcowej manipulatora można wykreślić podane położenia w przestrzeni, naciskając „Wyznacz położenie początkowe” i „Wyznacz położenie końcowe”. Zawarte tam funkcje wykorzystują moduły napisane dla programu „Triplanar – Położenie”. Kolejnym krokiem jest wygenerowanie trajektorii efektora poprzez naciśnięcie przycisku „Wyznacz trajektorię efektora (krzywa Hermite’a)”. Wyznaczana krzywa zmodyfikowana parametrem  $T_S$  wykorzystuje algorytm 7.15. Można wykreślić kilka krzywych i zaobserwować wpływ parametru  $T_S$  na ich kształt. Po wyznaczeniu krzywej ruchu efektora można uruchomić animację przyciskiem „Animacja ruchu”. W trakcie animacji w czasie rzeczywistym, dla każdego kolejnego położenia, rozwiązywane jest zadanie odwrotne kinematyki i wyznaczane położenie podpór napędowych (algorytm 7.16). Gdy manipulator wchodzi w położenia osobliwe, trajektoria ruchu efektora jest odmiennie rysowana i odpowiednio zmienia się obraz manipulatora (według tych samych zasad jakie wykorzystuje program „Triplanar – Dwa położenia”. Po animacji można w oddzielnych oknach obejrzeć przebiegi parametrów ruchu efektora (rysunek 7.18.a) i przebiegi parametryczne torów każdej podpory (rysunek 7.18.b). Program pokazuje tam drogę, prędkość i przyspieszenie elementu po rozłożeniu na trzy składowe  $x$ ,  $y$  i  $z$ . Przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia podpór wzdłuż osi  $Z$  są zerowe, gdyż podpory poruszają się jedynie po płaszczyźnie  $XY$  podstawy.

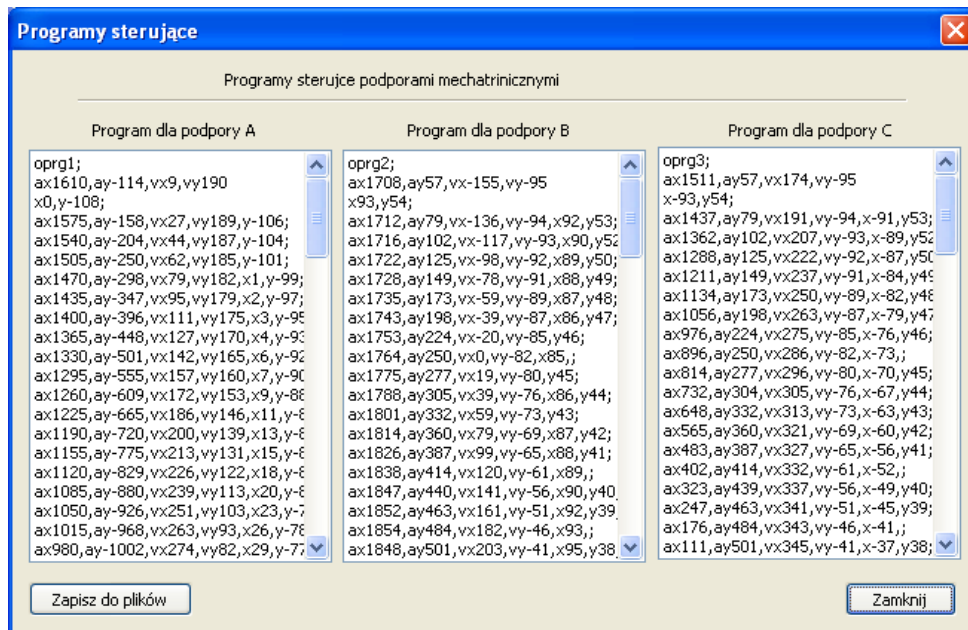


(a)

(b)

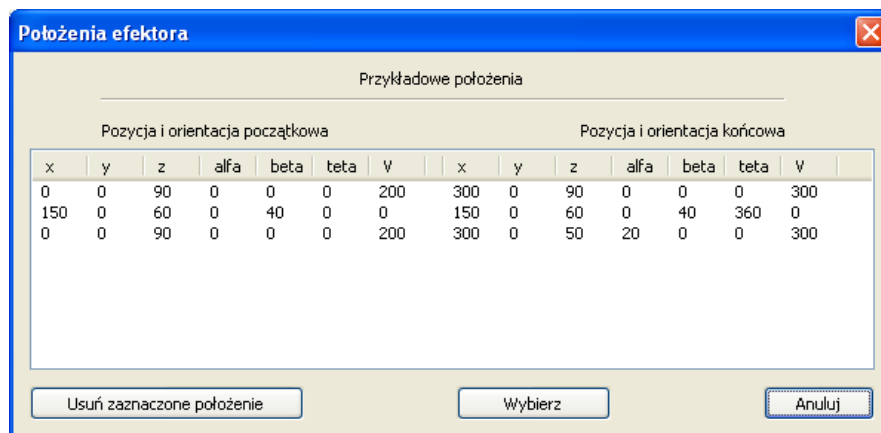
**Rys. 7.18.** Okna programu „Triplanar – Trajektorie” prezentujące przebiegi funkcji parametrycznych trajektorii (a) efektora i (b) wybranej podpory napędowej

Po wyznaczeniu parametrów ruchu podpór można przejść do okna zawierającego wygenerowane programy sterujące (rysunek 7.19) naciskając przycisk „Programy sterujące”. Pliki zawierające programy napisane zgodnie ze specyfikacją techniczną kart sterujących, wyeksportowane z tego programu, są ładowane poprzez port RS-232 przez oddzielne oprogramowanie do komunikacji. Programy zawierają informacje o kolejnych położeniach podpory i zmianach w czasie prędkości i przyspieszenia jej ruchu.



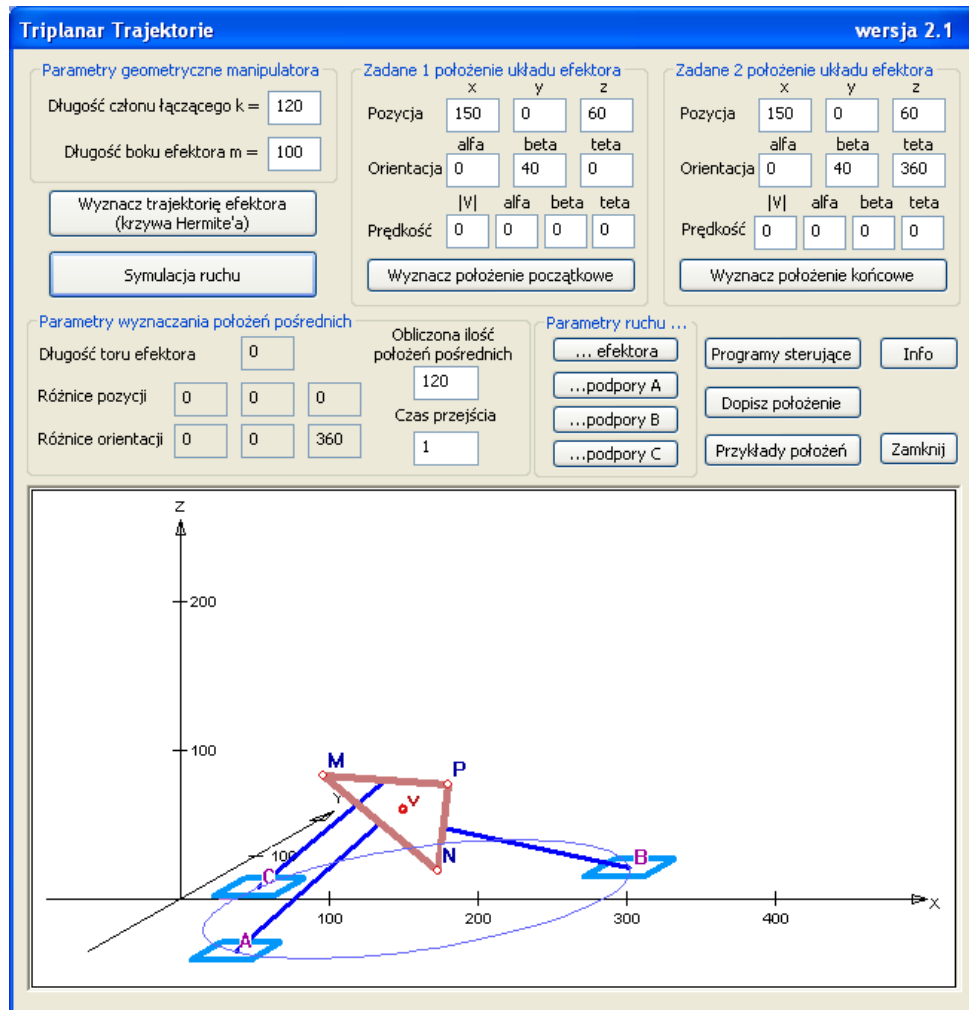
Rys. 7.19. Okno zawierające programy sterujące rozpisane na każdą podpórę napędową

Badane konfiguracje manipulatora można zapisać do pliku, naciskając przycisk „Dopisz położenie” w głównym oknie programu. Wcześniej zapisane konfiguracje można zaimportować, wybierając je w oknie z rysunku 7.20 wywoływanym przyciskiem „Przykłady położień”.



Rys. 7.20. Okno importu wcześniej zapisanych konfiguracji do badań

Program generuje również trajektorie podpór, gdy punkty kontrolne trajektorii pokrywają się i konfiguracja początkowa różni się od konfiguracji końcowej jedynie orientacją efektora. Na rysunku 7.21 pokazano przypadek, w którym efektor dokonuje obrotu o 360 stopni wokół osi przechodzącej przez jego środek i równoległej do wektora normalnego płaszczyzny efektora. Przesuwając położenie środka efektora wzdłuż normalnej do platformy, manipulator można wykorzystać jako stół montażowy usprawniający proces gwintowania otworów lub montażu elementów pod dowolnym kątem do płaszczyzny XY.



Rys. 7.21. Wygenerowane trajektorie podpór przy zmianie jedynie orientacji efektora

Stworzony program „Triplanar – Trajektorie” był wykorzystany do generowania różnych trajektorii efektora i odpowiadających im trajektorii podpór napędowych. Programy sterujące stworzone przez program wykorzystano do sterowania podporami rzeczywistego modelu na stanowisku badawczym. Dzięki temu programowi możliwe było zbadanie wpływu wymiarów geometrycznych manipulatora na realizowane przez niego trajektorie. Program pozwolił wykryć położenia osobliwe pojawiające się podczas ruchu. Znając miejsca ich występowania można

było uniknąć zniszczenia modelu manipulatora na stanowisku przez wcześniejszą zmianę zaprogramowanej trajektorii. Na podstawie przeprowadzonych badań opracowano algorytm zmiany parametrów planowanej trajektorii i wprowadzenie dodatkowych punktów kontrolnych zapobiegających pojawieniu się położeń osobliwych. Wyniki tych badań umieszczono w dalszych rozdziałach pracy.

Wszystkie prezentowane w tym rozdziale programy będące integralną częścią niniejszej rozprawy mają formę załączników i znajdują się na dołączonej płycie CD w folderze [Programy].

## 8. BADANIA SYMULACYJNE

### 8.1. Cel i zakres badań symulacyjnych

Badania dotyczące manipulatora typu Triplanar przeprowadzono w trzech aspektach. Pierwszy dotyczył badania strefy roboczej efektora, drugi miał za cel określenie dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych, trzeci zaś dotyczył zdolności realizacji zaplanowanej trajektorii.

W zakres badań strefy roboczej efektora weszło:

- zbadanie wielkości i kształtu strefy roboczej,
- określenie wpływu kształtu efektora na wielkość i kształt strefy; badania objęły effektor o kształcie trójkąta równobocznego i sześciokąta foremnego,
- wykazanie wpływu zmiany wymiarów geometrycznych na wielkości i kształt strefy roboczej efektora,
- wyznaczenie optymalnych wymiarów geometrycznych manipulatora, przy których effektor osiągałby największą możliwą strefę roboczą,
- określenie optymalnego punktu pracy efektora dla manipulatorów o różnym kształcie i różnej wielkości.

Badania symulacyjne strefy roboczej przeprowadzono z użyciem stworzonego oprogramowania „*Triplanar – Strefa*”.

Zakres badań dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór, z użyciem programu „*Triplanar - Niedokładność*”, objął:

- badanie dokładności pozycjonowania podpór przy zadanej dokładności położenia i zorientowania efektora,
- określenie wpływu wymiarów manipulatora na wielkość dopuszczalnego błędu,
- wyznaczenie mapy wielkości błędu dla całego zakresu zmian orientacji efektora przy wybranych wysokościach punktu pracy,

- badanie wpływu wielkości efektora i wysokości punktu pracy na wielkość błędu pozycjonowania.

Zakres badania realizacji zaplanowanej trajektorii objął cztery przykładowe różne trajektorie przestrzenne i dotyczył manipulatorów o różnych parametrach geometrycznych. Badania te wykonane z użycie programu „*Triplanar - Trajektorie*”, pozwoliły sprawdzić możliwości ruchowe manipulatora i opracować algorytmy modyfikacji trajektorii, mającej na celu uniknięcie położen osobliwych. W badaniach wprowadzono różne wartości parametrów wektorów prędkości początkowej i końcowej.

Wyniki i wnioski z badań, przedstawione w dalszej części tego rozdziału, były wykorzystane przy projektowaniu i budowie modelu manipulatora oraz do odpowiedniego zaplanowania i przeprowadzenia badań stanowiskowych.

## 8.2. Wyniki badania strefy roboczej efektora

Badanie strefy roboczej efektora przeprowadzono dla manipulatorów, w których człon bierny miał kształt trójkąta równobocznego i sześciokąta foremego. Badania dotyczyły wyznaczenia strefy roboczej efektora dla danej wysokości punktu pracy  $S_H$  oraz całkowitej jego strefy roboczej  $S_{3D}$ . Wykonano badania przy założeniu, że efektor nie przemieszcza się wzdłuż osi X oraz Y globalnego układu współrzędnych, a jedynie wzdłuż jego osi Z zmieniając punkt pracy efektora. Ruch manipulatora w płaszczyźnie XY powodować będzie zwiększenie wyznaczonej strefy poprzez przeskalowanie jej wymiarów w poziomie o wartości odpowiadające wielkości przesunięć względem odpowiednich osi. Dla dokładniejszego wyznaczenia kształtu strefy wyeliminowano możliwość obrotu efektora względem osi Z (kątem  $\theta = 0[^\circ]$ ). Obrót taki powoduje obrót całej wyznaczonej strefy bez zmiany jej kształtu i w praktyce wykonywany jest dla zmiany orientacji efektora względem innych elementów stanowiska. Kilka z przebadanych konfiguracji zestawiono w tabeli 8.1. Dla każdej podanej konfiguracji zbadano strefę dla całego zakresu wysokości punktu  $H \in (0, k)$ . Wybrane konfiguracje pozwoliły zbadać wpływ wymiarów geometrycznych członów manipulatora na kształt i wielkość strefy ( $S_{3D} = f(m/k)$ ).

Tabela 8.1.

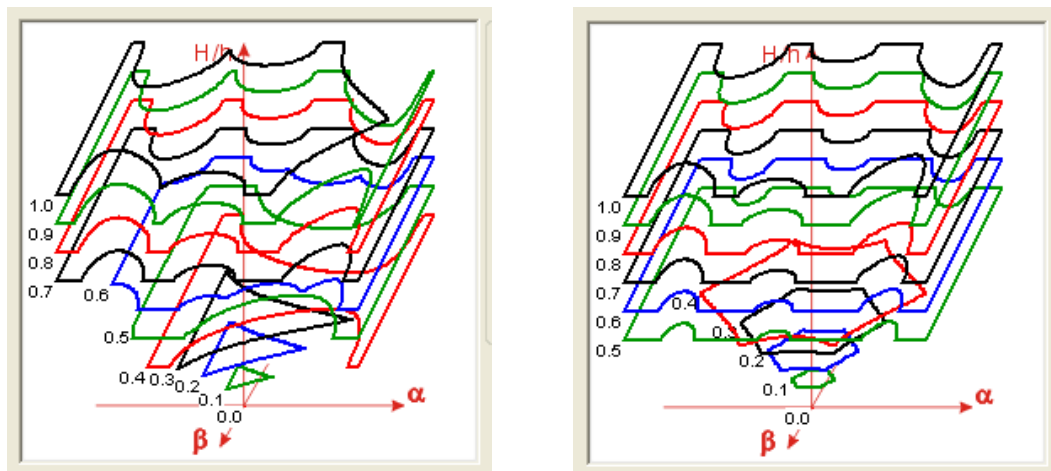
## Konfiguracje manipulatora przyjęte do badań strefy roboczej

Kształt efektora	Długość gałęzi kinematycznej k [mm]	Długość boku efektora m [mm]
Trójkątny	120	30
		60
		100
		120
	60	30
		60
		100
		120
Sześciokątny	120	10
		30
		60
		120
	60	10
		30
		60
		120

## 8.2.1. Strefa robocza w funkcji wysokości punktu pracy efektora.

Na rysunku 8.1 przedstawiono całkowite strefy robocze  $S_{3D}$  manipulatora Triplanar z efektorom w kształcie trójkąta równobocznego (rys. 8.1.a) i z efektorom w kształcie sześciokąta foremego (rys 8.1.b). By móc porównywać wielkości stref, wyznaczono strefy dla wysokości  $H$  odniesionej do największego wymiaru efektoru  $h$ . Wymiar  $m$  efektoru sześciokątnego dobrano w taki sposób, aby wynosił on  $1/3$  wymiaru  $m$  efektoru trójkątnego. Dzięki takiemu doborowi parametrów  $m$  odległości mocowania gałęzi kinematycznych od środka efektoru w obu przypadkach były jednakowe. Jak wynika z przedstawionych wykresów, przy zastosowaniu członu biernego w kształcie trójkąta największy zakres wychylenia efektoru osiąga się przy wysokości  $H \geq 2/3 h$ , natomiast przy efektorze w kształcie sześciokąta przy  $H \geq 1/2 h$ , gdzie  $h$  jest największym wymiarem geometrycznym odpowiedniego efektoru. Manipulator z efektorom o kształcie sześciokąta osiąga maksymalną strefę  $S_H$

na niższej wysokości niż manipulator z efektorze trójkątnym, dzięki czemu całkowita strefa robocza  $S_{3D}$  jest większa.



a)

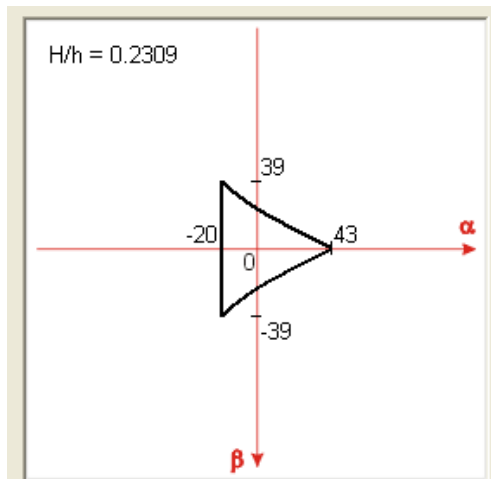
b)

**Rys.8.1.** Strefy robocze  $S_{3D}$  przy  $k=120$  [mm] oraz  $m=60$  [mm] dla efektora (a) trójkątnego i (b) sześciokątnego

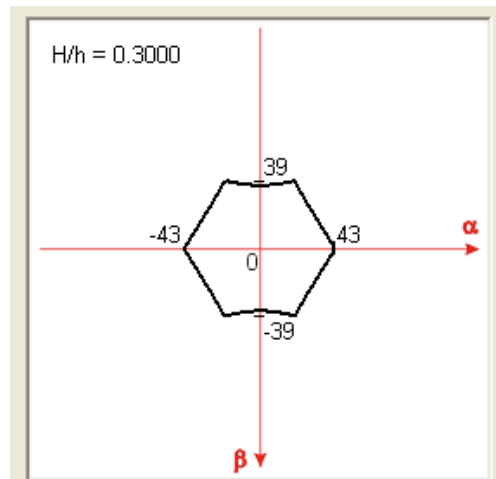
### 8.2.2. Strefa robocza efektora w odniesieniu do powierzchni efektywnej efektora.

Przy założeniu, że na efektorze ma być zamocowany uchwyt lub imadło o określonych wymiarach geometrycznych, w porównywanych manipulatorach odległość od środka efektora boków, na których znajdują się połączenia z gałęziami kinematycznymi, musi być w obu przypadkach jednakowa. Oznacza to, że bok efektora o kształcie trójkąta musi być trzykrotnie większy od boku efektora sześciokątnego.

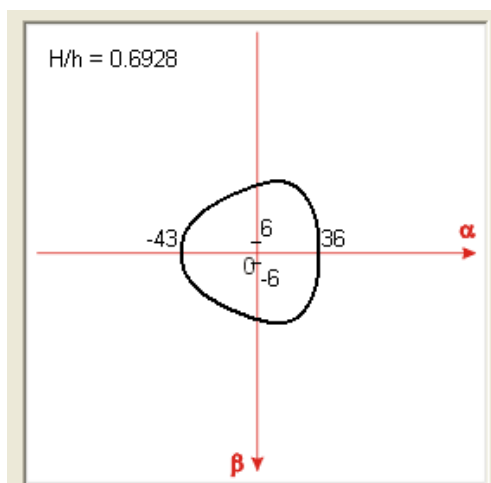
W takiej sytuacji effektor w kształcie sześciokąta, dla tej samej niskiej wysokości punktu pracy  $H$  ( $H$  w zakresie od 0 do  $1/3 k$ ), będzie miał strefę roboczą większą i bardziej równomierną. Wynika to z efektywniejszego wykorzystania jego powierzchni niż przy efektorze trójkątnym, w którym niewykorzystane powierzchnie na rogach zaczepiają o podstawę. Dodatkowo przy sześciokątym członie biernym zakres wychylenia efektora w obu kierunkach jest zbliżony, a pełny zakres wychylenia w obu osiach jest osiągany na wysokości o połowę niższej niż w wypadku efektora trójkątnego. Wygląd stref roboczych dla wysokości  $H=30$  [mm] przedstawiono na rysunku 8.2.a – effektor trójkątny i 8.2.b – effektor sześciokątny. Różnica ta jest niwelowana w górnym zakresie punktu pracy (gdy  $H$  jest w zakresie od  $2/3 k$  do  $k$ ). Jednakowe wielkości i kształty stref tych manipulatorów pracujących w górnym zakresie pracy wynikają z jednakowej odległości boków od środka efektora. Pokazują to rysunki 8.2.c i 8.2.d.



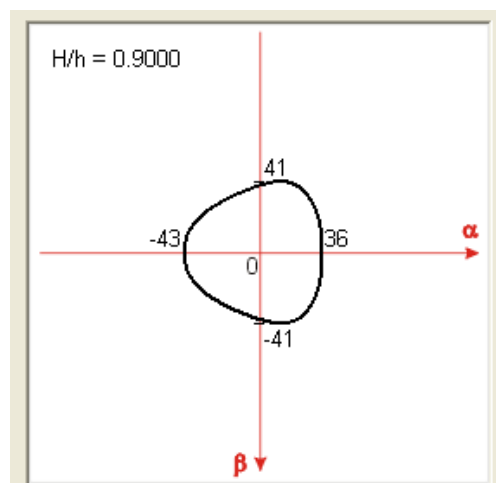
(a) trójkąt:  $m=150$  [mm],  $H=30$  [mm]



(b) sześciokąt:  $m=50$  [mm],  $H=30$  [mm]



(c) trójkąt:  $m=150$  [mm],  $H=90$  [mm]

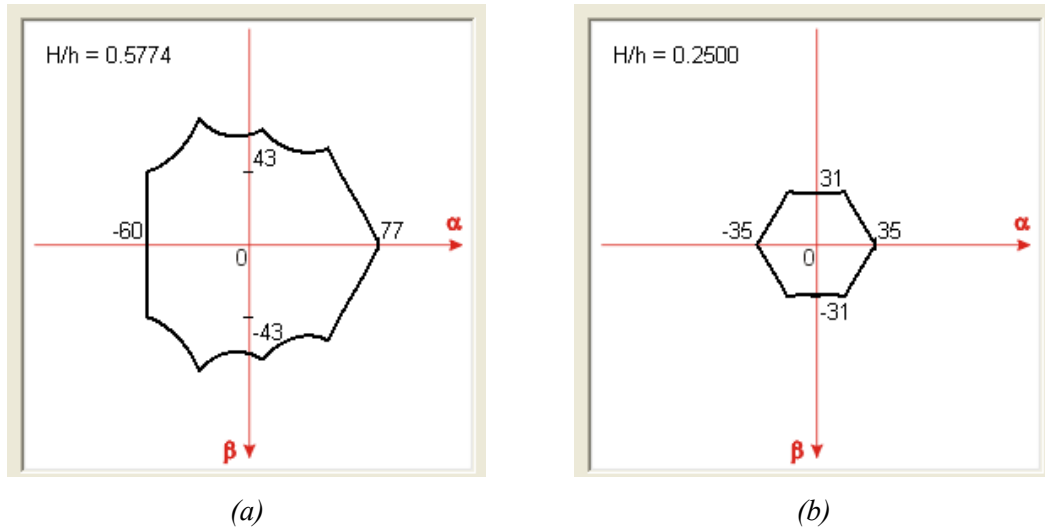


(d) sześciokąt:  $m=50$  [mm],  $H=90$  [mm]

**Rys.8.2.** Porównanie stref roboczych manipulatorów z gałęziami o długości  $k=120$  [mm]

### 8.2.3. Strefa robocza przy minimalnych wymiarach efektoru trójkątnego i sześciokątnego.

Jeśli założyć, że minimalna długość członu pary obrotowej (połączenie efektoru z gałęzią kinematyczną) wynosi  $a_{\min}$ , to strefy robocze dla poszczególnych efektorów będą miały postać jak na rysunku 8.3. Widać tam, że efektor o kształcie trójkąta osiąga większy zakres wychYLENIA w obu osiach dla takiej samej wysokości punktu pracy  $H$ , gdyż odległości par obrotowych od środka efektoru są w tym wypadku mniejsze. Efekt taki występuje dla wszystkich konfiguracji wielkości  $m$  i  $k$  manipulatora.



**Rys. 8.3.** Strefa robocza przy  $m=100$  [mm],  $k=120$  [mm] i  $H=50$  [mm] dla efektora (a) trójkątnego i (b) sześciokątnego

#### 8.2.4. Wnioski z badań symulacyjnych strefy roboczej

Na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych opracowano wytyczne do projektowania manipulatorów typu Triplanar i określono optymalny zakres wysokości punktu pracy efektora.

Analiza badań pozwoliła opracować pola powierzchni dla całego zakresu wysokości punktu pracy manipulatorów o efektorze trójkątnym (rys. 8.4.a) i sześciokątnym (rys. 8.4.b). W obu mechanizmach odległości boków od środków effektorów były jednakowe. Wyznaczono wartość minimalną i maksymalną punktu pracy, w zakresie której strefa robocza manipulatora jest maksymalna. Wartości te dla efektora trójkątnego przyjmują postać (8.1), a dla efektora sześciokątnego (8.2).

$$H_{\text{MIN}} = \frac{2}{3} h \quad H_{\text{MAX}} = k - \frac{1}{3} h \quad (8.1)$$

$$H_{\text{MIN}} = \frac{1}{2} h \quad H_{\text{MAX}} = k - \frac{1}{2} h \quad (8.2)$$

gdzie:

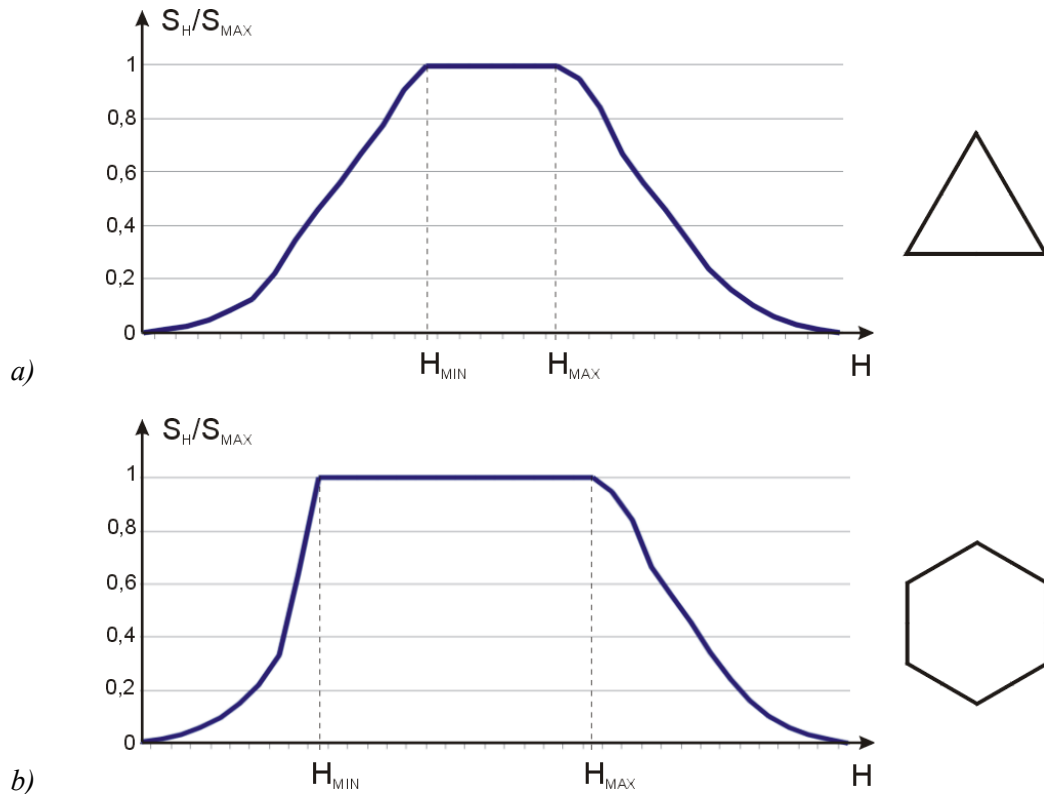
$h$  – największy wymiar efektora wzdłuż osi X lub Y,

$k$  – długość gałęzi kinematycznej łączącej effektor z podporą napędową,

Warunkiem niezbędnym zaistnienia pełnej strefy roboczej efektora dla  $H$  z zakresu od  $H_{\text{MIN}}$  do  $H_{\text{MAX}}$  jest warunek na minimalną długość elementu łączącego effektor z podporą:

$$k \geq h \quad (8.3)$$

Znając wartość wymaganej wysokości punktu pracy, można z powyższych warunków wyznaczyć takie wymiary geometryczne manipulatora, aby dla zadanej wysokości  $H$ , osiągał on maksymalną strefę roboczą  $S_H$ .



**Rys. 8.4.** Wykresy pól powierzchni  $S_H$  dla efektora (a) trójkątnego i (b) sześciokątnego

Z przeprowadzonych badań wynika, że strefa robocza efektora manipulatora równoległego przestrzennego typu Triplanar zależy w dużym stopniu od przyjętego kształtu efektora. W manipulatorze z efektem o kształcie sześciokąta pełny zakres jego wychyleń w obu kierunkach osiągnięty jest na niższej wysokości od podłoża. Dodatkowo dowiedziono, że dla tych samych wymiarów powierzchni efektywnej efektora, effektor sześciokątny osiąga pełny zakres wychyleń na wysokości o połowę niższej niż effektor trójkątny.

Manipulator z efektem trójkątnym osiąga jednak większą strefę roboczą w sytuacji, gdy najważniejsze jest kryterium minimalnych wymiarów par kinematycznych zastosowanych podczas budowy manipulatora.

Analizując wyniki badań zauważono, że im większy jest stosunek długości gałęzi kinematycznej do długości boku efektora ( $k/m$ ), tym strefa robocza efektora jest większa

i maksymalny zakres wychyleń kątowych osiągany jest wcześniej.

Optymalne wydaje się więc zaprojektowanie efektora o kształcie sześciokąta nieforemnego, powstałego z trójkąta z obcięzonymi rogami. W ten sposób zwiększy się strefę roboczą przez zmniejszenie wymiarów geometrycznych i maksymalnie wykorzystana się bok efektora do zamocowania pary obrotowej – połączenia z gałęzią kinematyczną.

### 8.3. Wyniki badań dokładności pozycjonowania efektora

#### 8.3.1. Zakres badań

Badanie dokładności pozycjonowania podpór napędowych wykonano dla efektora o kształcie trójkąta równobocznego dla założonej wymaganej wartości dokładności liniowej pozycji efektora równej 0.1 [mm] oraz dokładności kątowej orientacji efektora równej 0.1 [°]. Zbadano jaki wpływ na dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór  $\delta$  ma wysokość punktu pracy - H środka efektora, wielkość boku efektora – m oraz długość gałęzi kinematycznej łączącej efektor z podstawami – k i kąty wychylenia względem obu osi układu globalnego –  $\alpha$  i  $\beta$ . Badania wykonano dla całego zakresu strefy roboczej określonego manipulatora.

W tabeli 8.2 zestawiono parametry manipulatorów, dla których wykonano badania w zakresie zmian kąta  $\alpha$  i kąta  $\beta$  odpowiadającego strefie roboczej  $S_H$ , dla wybranych wysokości H.  $\delta = f(\alpha, \beta)$ , dla danych wartości H.

**Tabela 8.2**

#### **Konfiguracje manipulatora wybrane do badań błędu pozycjonowania w funkcji kątów wychylenia**

Długość gałęzi kinematycznej k [mm]	Długość boku efektora m [mm]	Wysokość pracy środka efektor H [mm]			
		20	40	80	100
120	30	•	•	•	•
	100	•	•	•	•
60	30	•	•	-	-
	100	•	•	-	-

gdzie:

- wykonane badania dla całego zakresu zmian  $\alpha$  i  $\beta$ ,
- manipulator nie osiąga podanych wysokości pracy ze względu na zbyt małe k,

Tabela 8.3 zawiera parametry manipulatorów użytych do badania wpływu wysokości pracy efektora i jego wielkości w całym zakresie zmian tych parametrów na dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór.  $\delta = f(m, H)$  dla danych wartości  $k$ . Badania przeprowadzono dla kilku wybranych wartości kąta wychylenia efektora.

**Tabela 8.3**

**Konfiguracje manipulatora wybrane do badań błędów pozycjonowania w funkcji  $m$  i  $H$**

Długość gałęzi kinematycznej $k$ [mm]	Zakres zmian długości boku efektora $m$ [mm]	Zakres zmian wysokości punktu pracy efektora $H$ [mm]	Wychylenie względem osi X $\alpha$ [°]	Wychylenie względem osi Y $\beta$ [°]
120	0-240	0-120	0	0
			0	30
			30	0
			30	30
60	0-120	0-60	0	0
			0	30
			30	0
			30	30

Parametry manipulatorów użytych do badań wpływu długości gałęzi kinematycznej i wysokości punktu pracy efektora, dla różnych wielkości platformy członu biernego, podano w tabeli 8.4.  $\delta = f(k, H)$ , dla danych wartości  $m$ . Badania te wykonano dla efektora w orientacji równoległej do podłoża i w skrajnym wychyleniu.

**Tabela 8.4**

**Konfiguracje manipulatora wybrane do badań błędów pozycjonowania w funkcji  $k$  i  $H$**

Zakres zmian długości gałęzi kinematycznej $k$ [mm]	Zakres zmian wysokości punktu pracy efektora $H$ [mm]	Wychylenie względem osi X $\alpha$ [°]	Wychylenie względem osi Y $\beta$ [°]	Długość boku efektora $m$ [mm]
0-150	0-120	0	0	30
				100
		30	30	30
				100

Przykładowe wyniki badań dla różnych, istotnych z punktu widzenia geometrii, zmiennych niezależnych pokazano na rysunkach 8.5, 8.6, 8.7, 8.8.

### **8.3.2. Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór dla poszczególnych stref $S_H$**

Po przebadaniu stref roboczych  $S_H$  efektora dla wszystkich konfiguracji geometrycznych manipulatora pod kątem wartości dopuszczalnego błędu pozycjonowania efektora sformułowano następujące wspólne wnioski:

- wartość dopuszczalnego błędu dla 90% powierzchni danej strefy  $S_H$  nie przekraczała 50% założonej wartości błędu położenia i orientacji efektora. Oznacza to, że dokładność pozycjonowania podpór napędowych powinna być najwyżej dwukrotnie większa niż założona dokładność położenia i orientacji efektora. Przy założeniu, że dokładność położenia efektora ma wynieść 0.1 [mm], dokładność pozycjonowania podpór powinna wynieść 0.05 [mm],
- wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór wzrasta od 2 do 4 razy na krawędziach strefy roboczej efektora. Gdy efektor zbliża się do granicznych wartości wychylenia kąтового, spada precyzja z jaką powinny być pozycjonowane podpory. Z badań wynika, że wymagana dokładność pozycji podpór powinna być tej samej wielkości lub najwyżej dwukrotnie mniejsza niż wymagana dokładność położenia efektora. Precyzja pozycjonowania podpór, gdy efektor znajduje się na brzegu strefy roboczej, może być nawet dwukrotnie mniejsza niż wtedy, gdy efektor zajmuje położenie wewnątrz strefy roboczej.,
- wielkość powierzchni wykreślonego wykresu błędu ściśle odpowiada wielkości powierzchni strefy roboczej dla danej konfiguracji manipulatora.

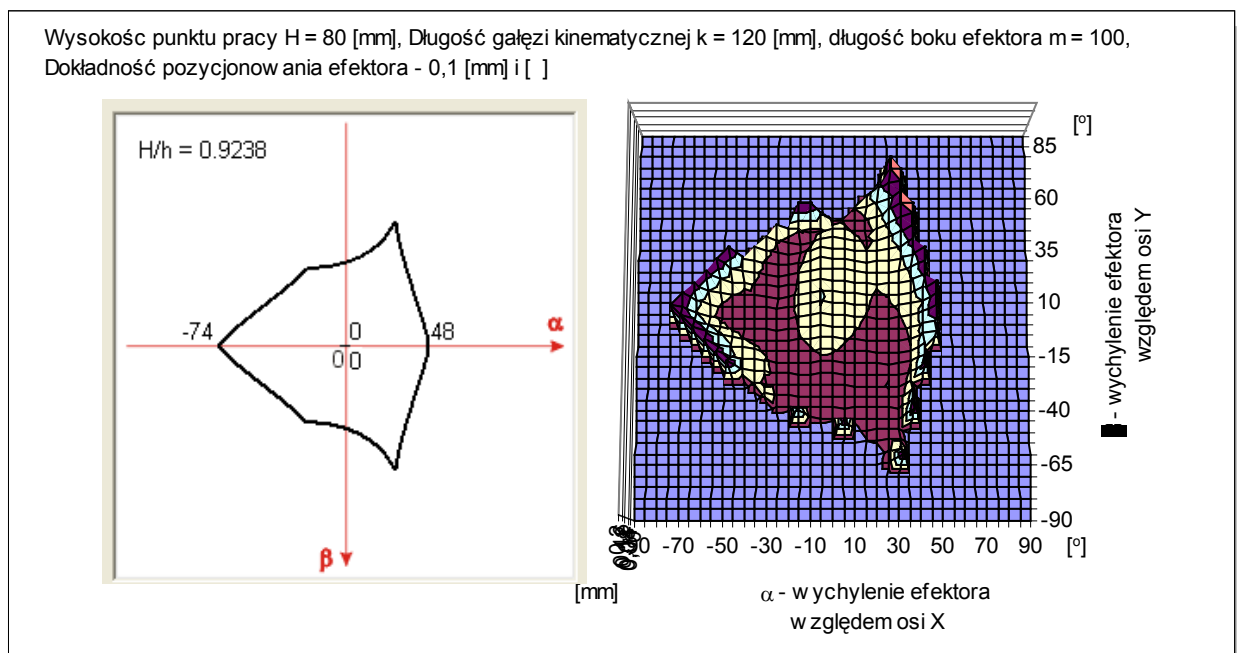
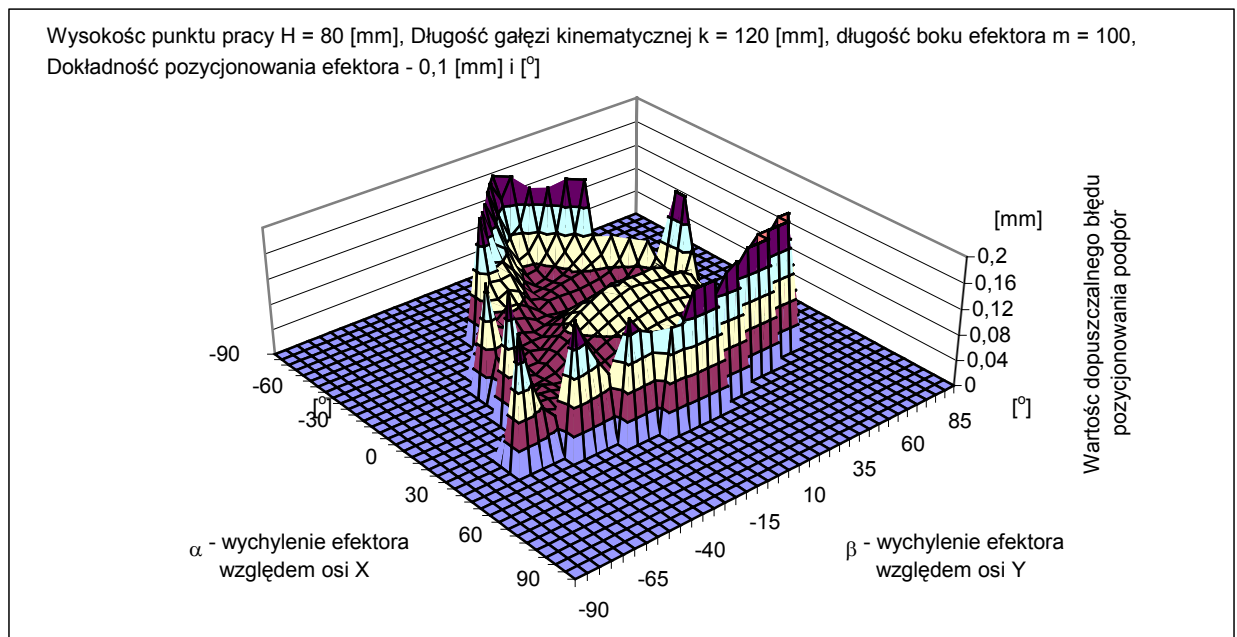
Opisane powyżej sytuacje przedstawione są na wykresach dopuszczalnych błędów (rysunki 8.5 i 8.6).

Wykazane właściwości dopuszczalnego błędu pozycjonowania nie zależą od parametrów geometrycznych manipulatora. Dla różnych wartości wielkości efektora (wymiaru  $m$ ) wykresy są podobne niezależnie od długości członu łączącego efektor z podporą (wymiar  $k$ ). Wykazano brak wrażliwości zmian stosunku  $m/k$  na przebiegi dopuszczalnego błędu pozycjonowania.

Wykresy przebadanych stref roboczych zamieszczono w załącznikach na końcu tej pracy.

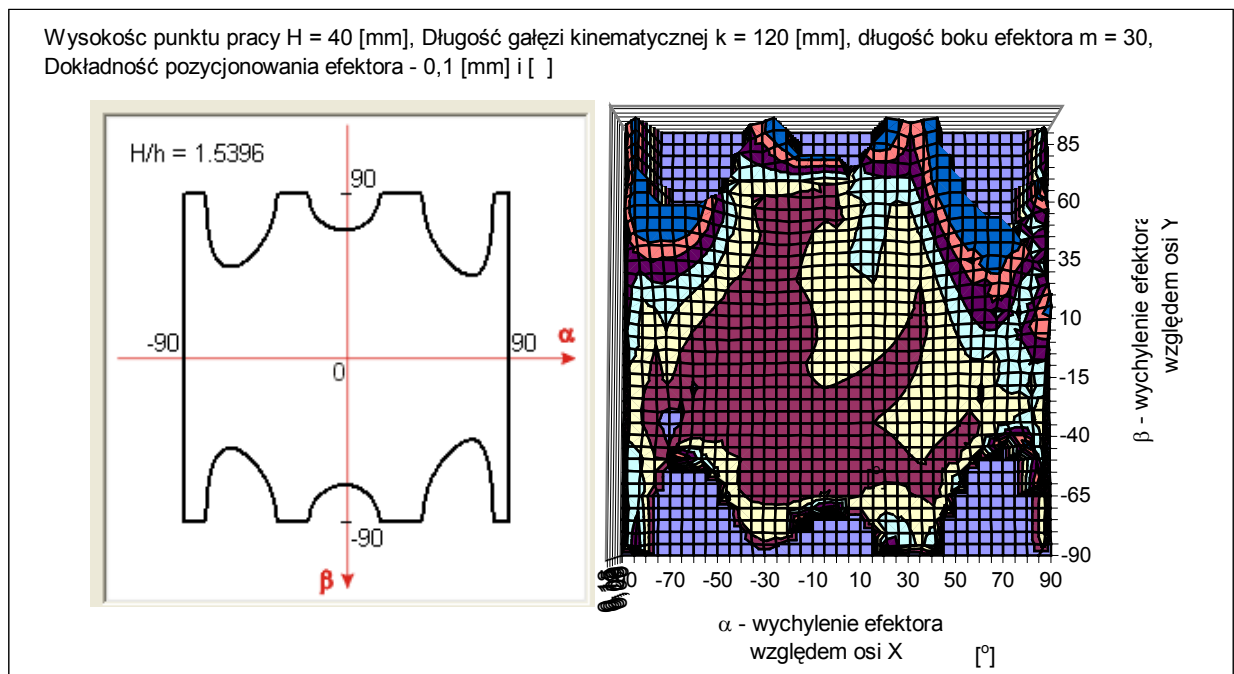
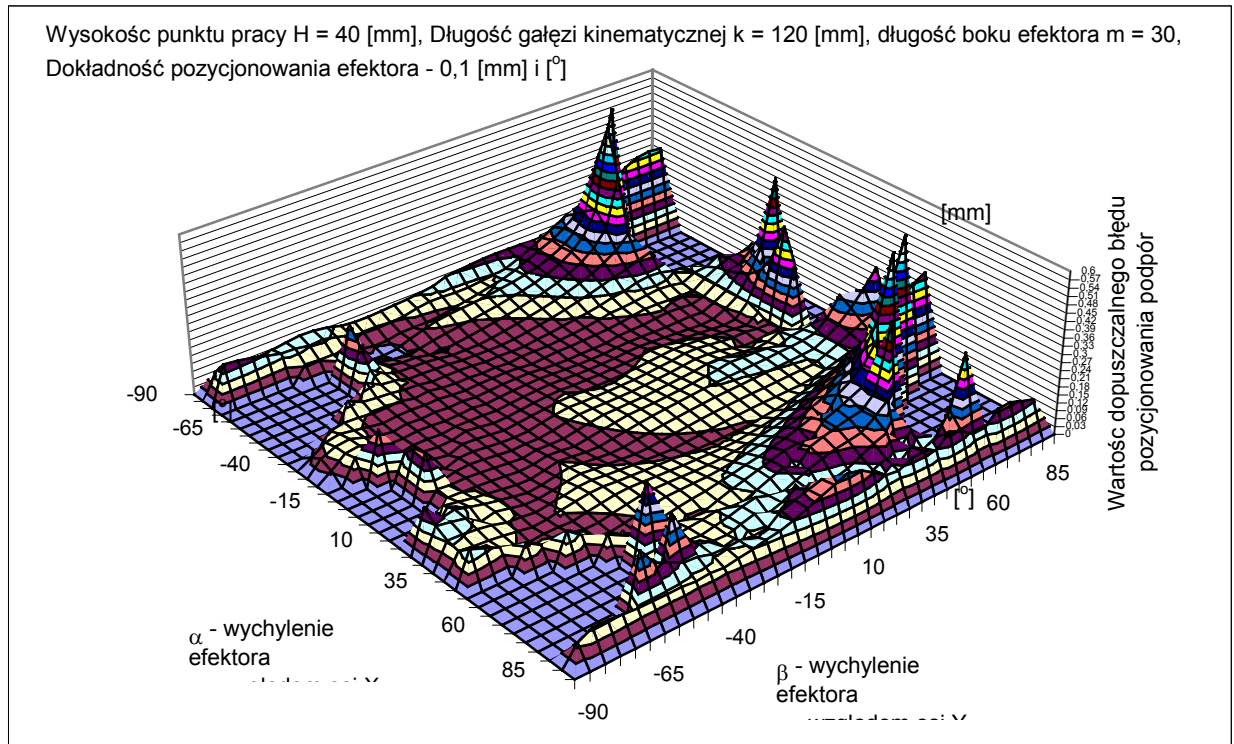
### 8.3.3. Wpływ wielkości efektora i wysokości punktu pracy na wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania

W wyniku przeprowadzonych badań dopuszczalnego błędu w funkcji parametru  $m$  (długość boku efektora) dla całego zakresu punktu pracy (parametr  $H$ ) zaobserwowano równomierny przebieg zmian błędu pozycjonowania. Można zauważyć, że dla danej wysokości  $H$  wartość błędu pozycjonowania utrzymuje stałą wartość dla całego zakresu zmian parametru  $m$ .



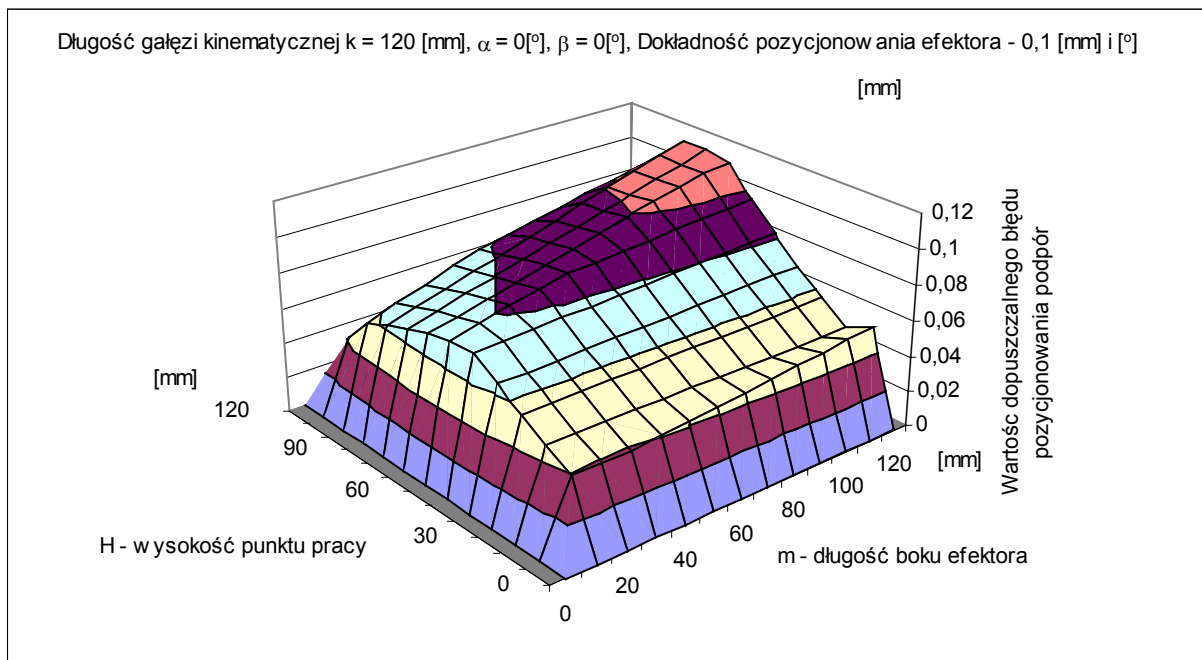
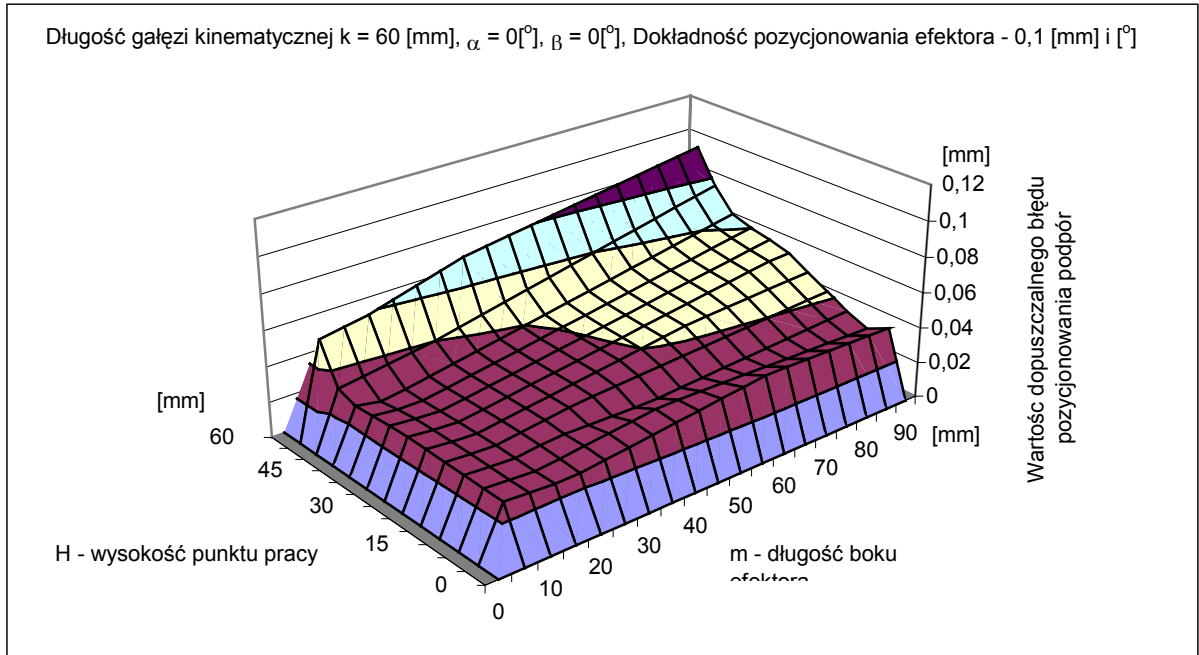
Rys. 8.5. Wykres dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór w całym zakresie wychylenia kąta  $\alpha$  i  $\beta$  dla wysokości punktu pracy  $H=80$  [mm],  $m = 100$  [mm],  $k = 120$  [mm]

Można zauważyć, że wartość błędu wzrasta w okolicy granicy strefy roboczej. Dla wysokości  $H$  zbliżonej do maksymalnej (gdy  $H \rightarrow k$ ) precyzja pozycjonowania podpór może być mniejsza.



**Rys. 8.6.** Wykres dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór w całym zakresie wychylenia kąta  $\alpha$  i  $\beta$  dla wysokości punktu pracy  $H=40$  [mm],  $m = 30$  [mm],  $k = 120$  [mm]

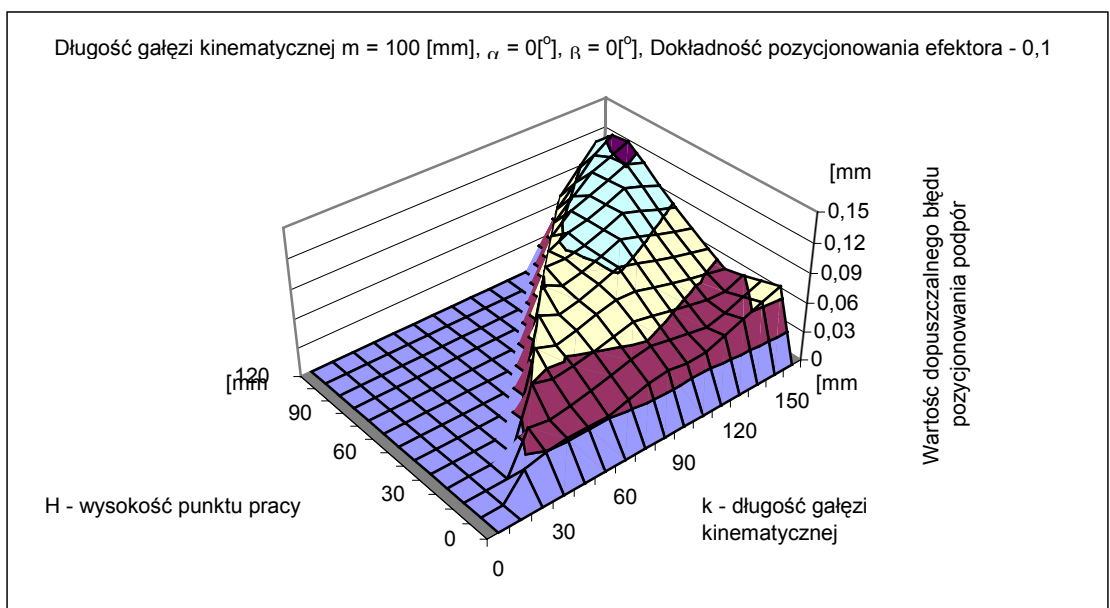
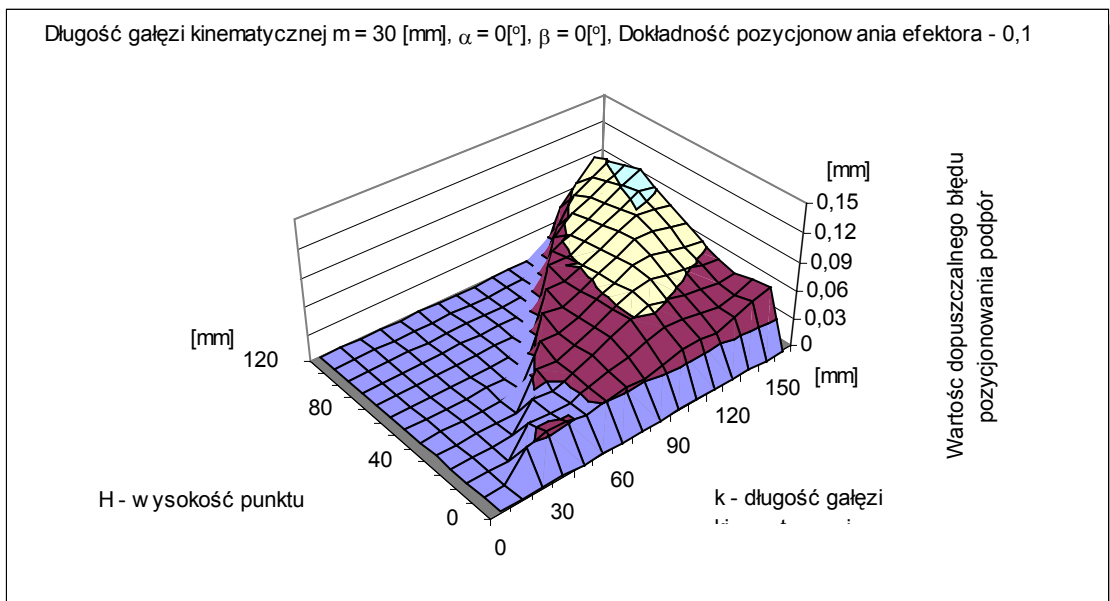
Wartość dopuszczalnego błędu jest większa dla manipulatorów o większej długości członu łączącego efektor z manipulatorem (parametr  $k$ ). Można z tego wnioskować, że im większa wysokość gałęzi kinematycznej tym łatwiej pozycjonować efektor w przestrzeni. Opisaną zależność błędu w funkcji parametrów  $m$  i  $H$  ( $\delta = f(m, H)$ ) przedstawiają wykresy na rysunku 8.7.



Rys. 8.7. Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania w całym zakresie zmian parametrów  $m$  i  $H$

### 8.3.3. Wpływ długości gałęzi kinematycznej i wysokości punktu pracy na wartość dopuszczalnego błędu

Wartości dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych manipulatora, w zależności od długości członu łączącego efektor z podporą (parametr  $k$ ) w całym zakresie zmian wysokości punktu pracy efektora (parametr  $H$ ) ( $\delta = f(k, H)$ ), przedstawiono na wykresach (rysunek 8.8). Przedstawiono tam wyniki badania manipulatora dla dwóch różnych długości boku efektora (dla  $m = 30$  [mm] oraz  $m = 100$  [mm]).



**Rys. 8.8.** Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór w zależności od długości  $k$  w całym zakresie zmian wysokości  $H$ .

Z wykresów widać, że wraz ze wzrostem wysokości pracy efektora wzrasta wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór. Efekt ten bardziej się uwidacznia, gdy punkt pomiarowy zbliża się do granicy strefy roboczej.

Z powyższych badań dokładności nasuwa się ogólny wniosek, że gdy efektor pracuje wewnątrz strefy roboczej, precyzja pozycjonowania podpór manipulatora jest w miarę równomierna i musi być dwukrotnie większa niż założona wymagana dokładność opisu pozycji efektora w przestrzeni. Gdy efektor zbliża się do granicy strefy roboczej, sterowalność manipulatora spada. Zmiana pozycji podpór ma coraz mniejszy wpływ na położenie efektor. Na brzegach strefy roboczej można sterować z mniejszą precyzją, a i tak efektor będzie znajdował się w granicach wymaganej tolerancji położenia.

#### **8.4. Wyniki badania realizacji trajektorii manipulatora**

Badanie realizacji trajektorii wykonano dla trzech konfiguracji manipulatora i czterech przykładowych kształtów trajektorii. Przyjęto następujące parametry badań:

- Konfiguracje manipulatora:
  - $k=120$ ,  $m=100$  – długość boku efektor zbliżona do długości gałęzi kinematycznej,
  - $k=60$ ,  $m = 100$  – długość boku efektor dużo mniejsza od długości gałęzi kinematycznej,
  - $k=120$ ,  $m = 30$  - długość boku efektor dużo większa od długości gałęzi kinematycznej.
- Badane trajektorie:
  - trajektoria 1 – prędkość początkowa i końcowa równa zero, różna pozycja i orientacja efektor,
  - trajektoria 2 – prędkość początkowa i końcowa równa zero, jednakowa pozycja efektor, lecz różna jego orientacja,
  - trajektoria 3 – prędkość początkowa i końcowa różna od zera, różna orientacja wektora prędkości, różna pozycja i orientacja efektor,
  - trajektoria 4 – trajektoria składająca się z czterech segmentów krzywych, manipulator wykorzystany do procesu montażu (pobranie śruby i umieszczenie jej przez wkręcenie w korpusie maszyny).

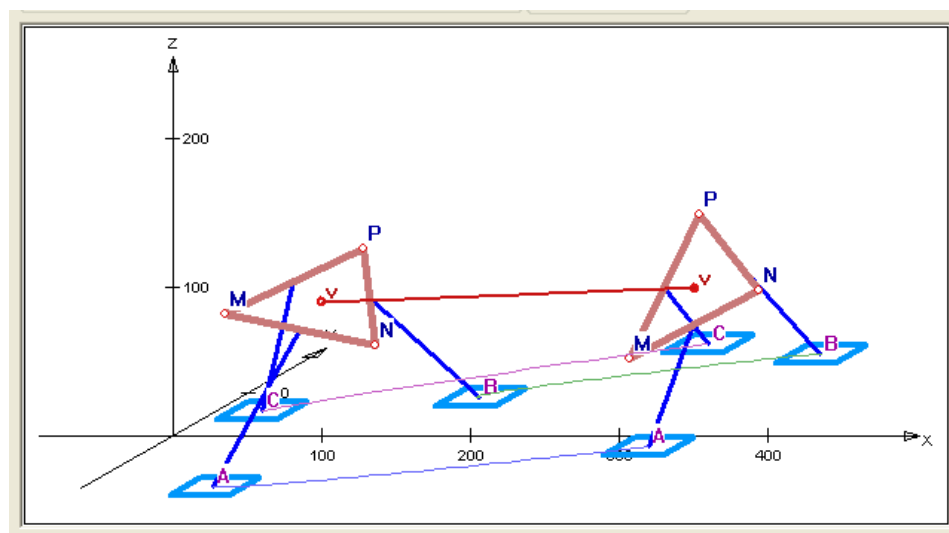
Wszystkie badane trajektorie realizowane były dla trzech przykładowych czasów przejścia  $T_s = 0,5$  [s],  $T_s = 1$  [s] oraz  $T_s = 3$  [s].

Po dokonaniu badań symulacyjnych można stwierdzić, że manipulator typu Triplanar może realizować trajektorie o dowolnym kształcie, a zastosowanie napędów planarnych znacznie zwiększa strefę roboczą i zakres realizowanych trajektorii.

Wyniki trzech charakterystycznych trajektorii dla różnych konfiguracji geometrycznych manipulatora przedstawiono poniżej.

#### 8.4.1. Trajektoria po linii prostej. Prędkość początkowa i końcowa zerowa

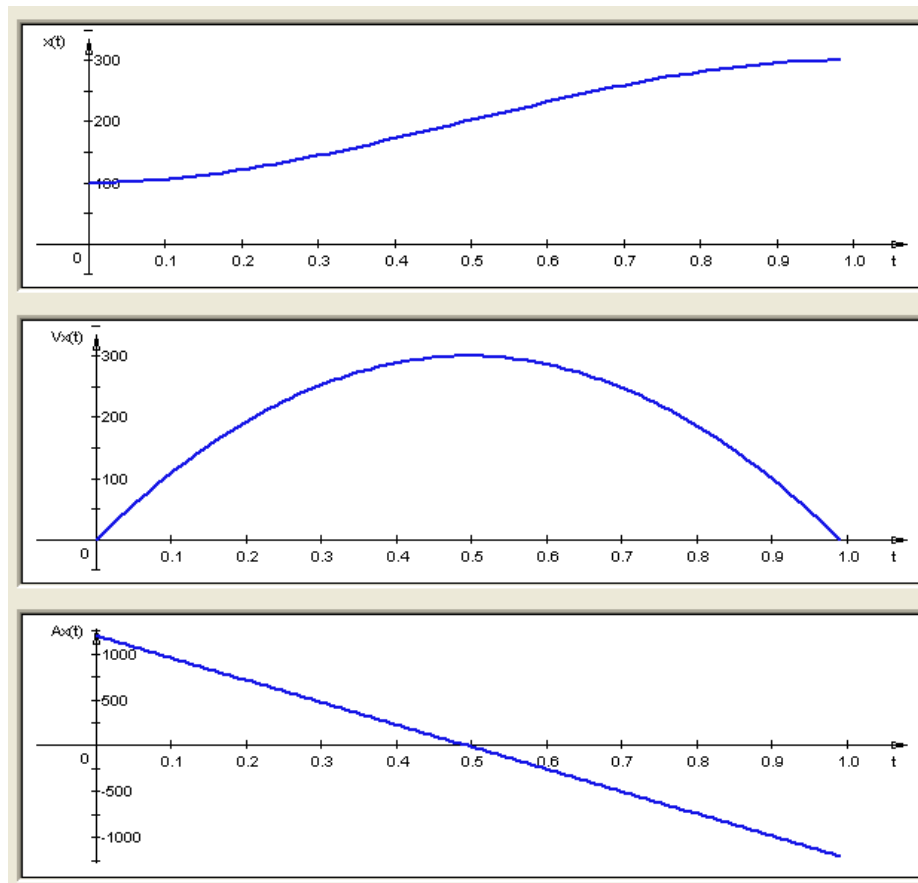
Na rysunku 8.9 przedstawiono wygenerowaną trajektorię z początkową i końcową prędkością równą zero, przy różnych pozycjach i orientacjach efektora, dla manipulatora o parametrach geometrycznych:  $m = 100$  [mm],  $k = 120$  [mm]. Pozycja początkowa środka efektora wynosi:  $x = 100$  [mm],  $y = 0$  [mm],  $z = 90$  [mm], jego orientacja początkowa:  $\alpha = 20$  [°],  $\beta = 15$  [°],  $\theta = 0$  [°]. Zadane położenie końcowe określono przez:  $x = 300$  [mm],  $y = 100$  [mm],  $z = 70$  [mm],  $\alpha = 50$  [°],  $\beta = -20$  [°],  $\theta = 20$  [°]. Na rysunku widać również wyznaczone trajektorie podpór napędowych.



*Rys. 8.9. Trajektoria liniowa. Prędkość początkowa i końcowa jest zerowa*

Przebieg zmian położenia, prędkości i przyspieszenia wzdłuż osi X pokazano na rysunku 8.10. Jak widać, przebiegi zmian prędkości i przyspieszenia są ciągłe. Prędkość jest krzywą drugiego stopnia, a przyspieszenie jest liniowe, dzięki czemu zachowana jest płynność ruchu efektora. Dzięki odcinaniu trajektorii (podział na 56 odcinków o długości wyznaczonej

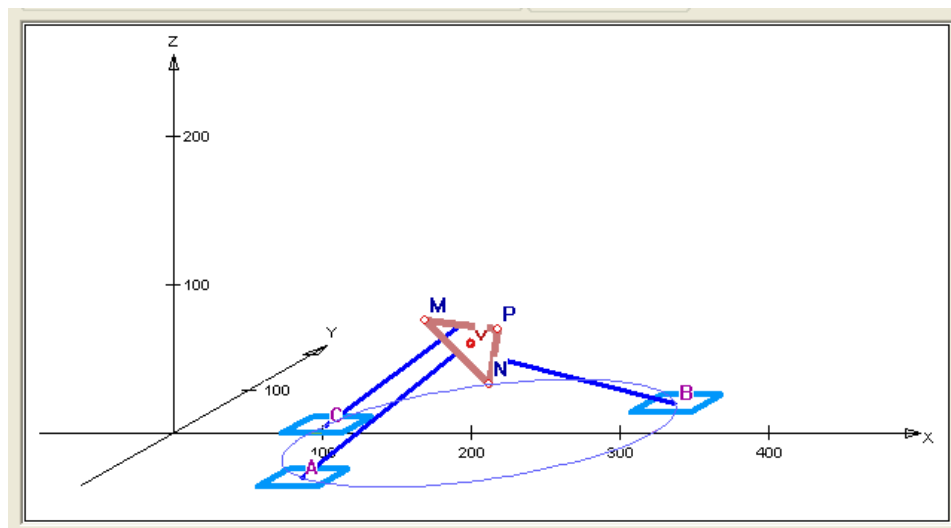
przez oprogramowanie) krzywe przemieszczeń podpór napędowych są gładkie, a ich przebiegi zmian prędkości i przyspieszenia ciągłe. Chociaż trajektoria efektora jest linią prostą, to tory, po których przemieszczają się podpory są krzywoliniowe. Wynika to z różnicy wysokości środka efektora i innej orientacji w skrajnych jego położeniach.



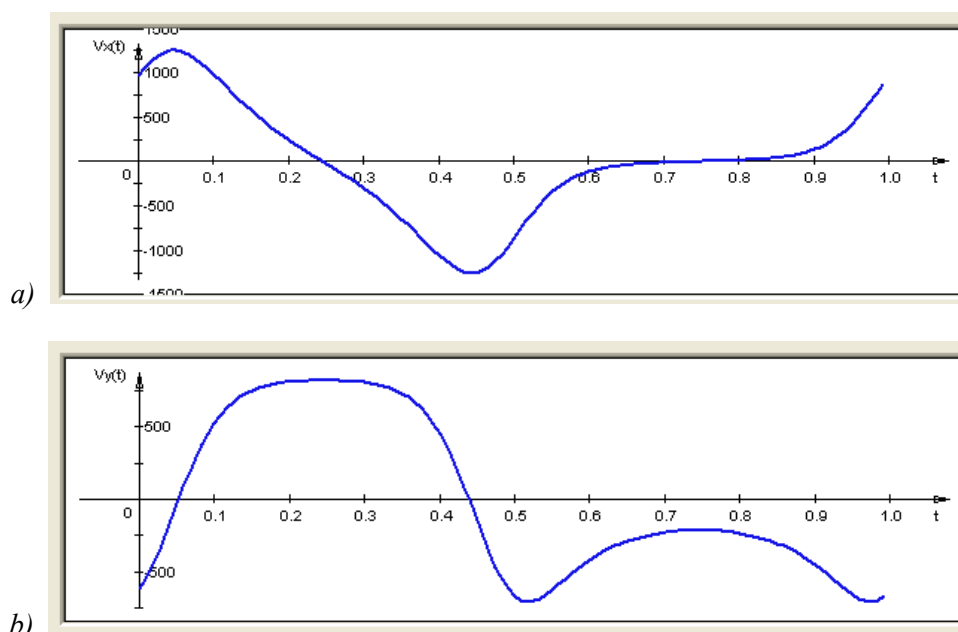
*Rys. 8.10. Przebiegi zmian położeni, prędkości i przyspieszenia wzdłuż osi X ( $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$ )*

#### 8.4.2. Obrót efektora wokół osi obrotu przechodzącej przez jego środek

Zaplanowane i zrealizowane zadanie ruchu manipulatora polegało na dokonaniu przez człon bierny obrotu o  $360$  [°] wokół osi przechodzącej przez środek efektora i prostopadłej do jego płaszczyzny. Manipulator, który wykonał to zadanie, miał wymiary  $m = 60$  [mm],  $k = 120$  [mm]. Założono, że prędkość liniowa środka efektora będzie na poziomie zerowym. Efektor znajdował się pod kątem  $45$  [°] do podstawy, a jego środek znajdował się na wysokości  $60$  [mm] nad płaszczyzną bazową. Na rysunku 8.11 pokazano opisaną konfigurację wraz wyznaczonymi trajektoriami podpór napędowych. Wygenerowane tory ruchu podpór mają kształt elipsy. Przebiegi zmian składowych  $V_x$  i  $V_y$  wektora prędkości wyznaczonego dla podpory A pokazano na rysunku 8.12.



*Rys. 8.11. Obrót efektora wokół osi przechodzącej przez jego środek*

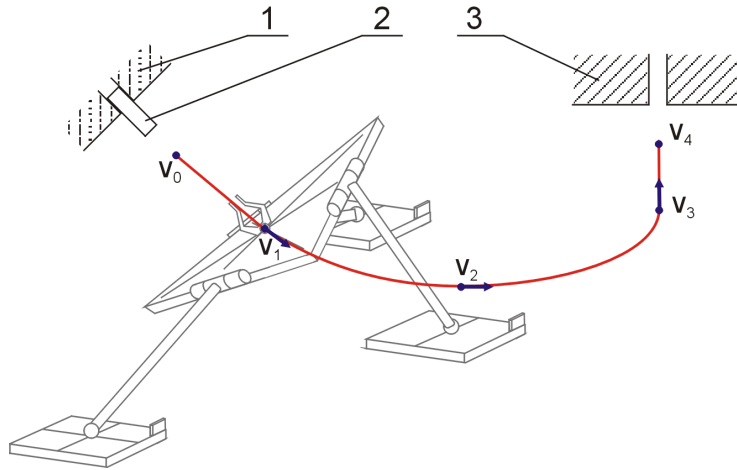


*Rys. 8.12. Przebiegi zmian prędkości podprory A wzdłuż (a) osi X -  $V_X$  oraz (b) osi Y -  $V_Y$*

### 8.4.3. Trajektoria wykorzystana w procesie technologicznym montażu

Badaniu poddano trajektorię procesu technologicznego montażu, którego schemat przedstawiono na rysunku 8.13. Proces ten składa się z pobrania przedmiotu (1) z zasobnika (2), przetransportowania go na stanowisko montażowe i umieszczenia w otworze korpusu (3). Ostatni etap umieszczenia elementu w korpusie odbywa się z jednoczesnym obrotem elementu wokół własnej osi. Trajektorię podzielono na cztery etapy i opisano ją pięcioma punktami kontrolnymi. Wektory prędkości środka efektora oraz jego położenie i orientacje w kolejnych

punktach kontrolnych, jak również czasy przejścia drogi poszczególnych segmentów toru, zestawiono w tabeli 8.5. Symulacja miała za cel wyznaczenie trajektorii efektora pomiędzy punktami kontrolnymi oraz wygenerowanie trajektorii podpór napędowych i zapisanie programów sterujących napędami.



Rys. 8.13. Badana trajektoria efektora użytego w procesie montażu

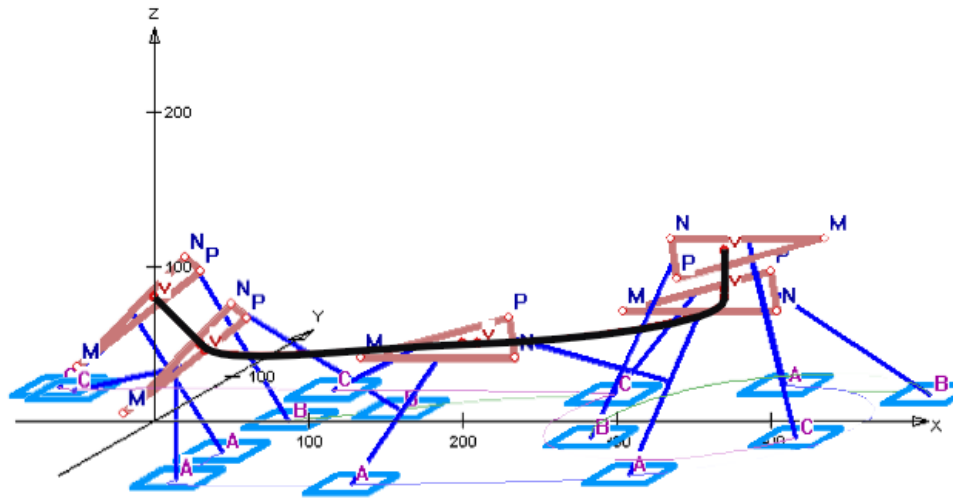
Tabela 8.5.

Konfiguracje manipulatora w poszczególnych punktach kontrolnych trajektorii

Punkt kontrolny $i$	Położenie efektora			Orientacja efektora			Wektor prędkości			$T_{s(i-1,i)}$ [s]
	x [mm]	y [mm]	z [mm]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	$\theta$ [°]	$ V_i $ [mm/s]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	
0	0	0	80	0	-45	0	0	0	0	-
1	30	0	50	0	-45	0	50	0	135	1
2	200	0	50	0	0	0	100	0	90	2
3	370	0	80	0	0	0	50	0	0	2
4	370	0	110	0	0	180	0	0	0	1

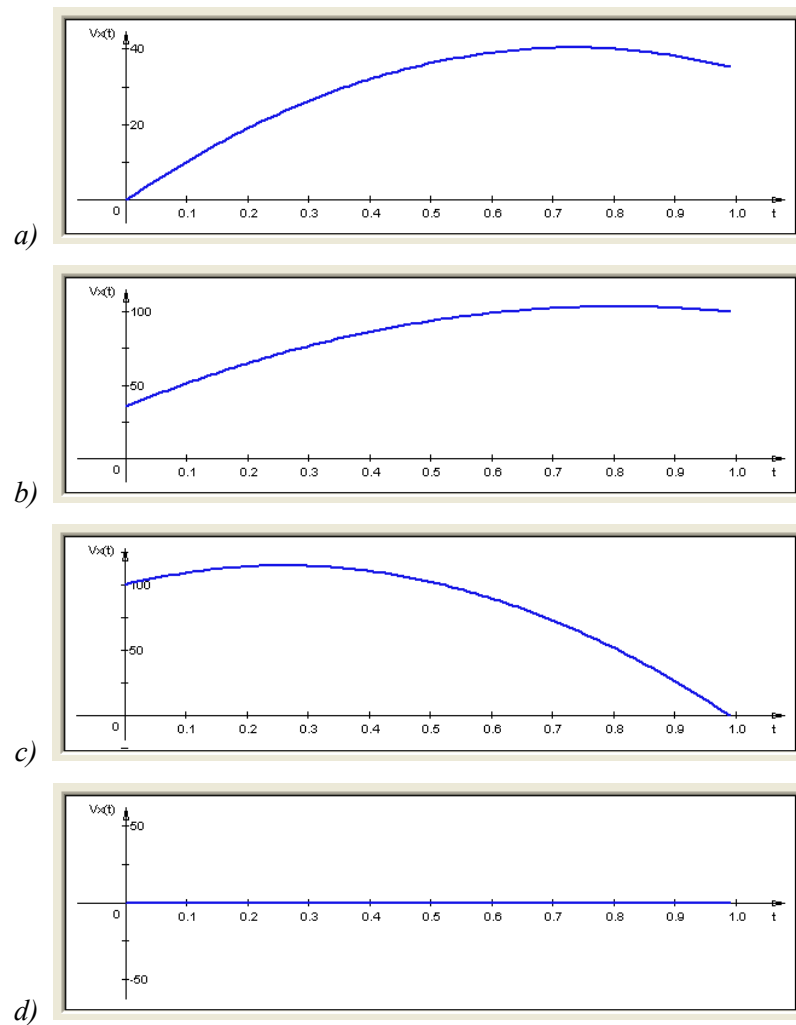
Do badań przyjęto manipulator z efekтором w kształcie trójkąta o boku długości 100 [mm]. Przyjęta długość gałęzi kinematycznej łączącej efektor z układami napędowymi wynosiła 120 [mm].

Zgodnie z podanymi wytycznymi wygenerowano kolejne segmenty trajektorii efektora oraz podpór napędowych przy użyciu oprogramowania symulacyjnego „Triplanar – Trajektorie”. Uzyskana trajektoria całego procesu wraz kolejnymi położeniami manipulatora w punktach kontrolnych jest przedstawiona na rysunku 8.14. Wygenerowana trajektoria ma ciągłość parametryczną  $C^2$  w punktach łączenia segmentów.



*Rys. 8.14. Trajektoria wygenerowana na etapie symulacji komputerowej*

Na rysunku 8.15 pokazano składowe  $V_x$  przebiegów prędkości środka efektora dla poszczególnych segmentów trajektorii.



*Rys. 8.15. Przebieg zmian składowej  $V_x$  wektora prędkości dla poszczególnych segmentów trajektorii*

Przeprowadzone symulacje pozwoliły przebadać różne trajektorie realizowane przez efektor manipulatora typu Triplanar. Przebadano wiele trajektorii, w czasie realizacji których następowało zbliżenie się do granicy lub wyjście poza strefę roboczą manipulatora. Dzięki analizie tych przypadków opracowano algorytmy modyfikacji trajektorii poprzez dodanie pośrednich punktów kontrolnych lub zmianę parametrów podstawowych punktów kontrolnych. Bazując na przeprowadzonych analizach wyników symulacji można dokładniej określić zadania planowania trajektorii na etapie jej projektowania dla konkretnych zadań manipulatora.

## 9. BADANIA STANOWISKOWE

Badania stanowiskowe skoncentrowane były głównie na zbadaniu realizacji zadanego położenia efektor manipulatora, pozycji podpór napędowych oraz na badaniu dokładności i błędów pozycjonowania podpór napędowych w całym zakresie wychyleń kątowych efektor.

Ze względu na budowę układu pomiarowego przeprowadzone badania dotyczyły położen statycznych. Nie wykonywano badania dynamiki manipulatora, a sprawdzenie realizacji trajektorii polegało na pomiarze kolejnych położen pośrednich.

### 9.1. Określenie zadań i zakresu badań stanowiskowych

Celem badań stanowiskowych było sprawdzenie poprawności realizacji położenia efektor i pozycji podpór napędowych oraz zbadanie strefy roboczej efektor dla wybranych wysokości punktu pracy. Dokonane pomiary stanowiskowe posłużyły do weryfikacji wyników uzyskanych na drodze symulacji komputerowej.

Zakres badań dotyczących pomiaru zadanego położenia obejmował następujące czynności:

- zadanie pozycji podpór napędowych w wyskalowanej i przygotowanej do tego celu płaszczyźnie podstawy, (współrzędne punktów A, B, C),
- ustawienie manipulatora w zadanej pozycji i orientacji efektor na ustawionych wcześniej podporach,
- pomiar kątów wychylenia efektor (układ pomiarowy z akceleratorami przyśpieszeń),
- pomiar pozycji trzech skrajnych punktów efektor M, N i P (układ pomiarowy z liniałami i oprogramowaniem „*Triplanar –Pomiar*”),
- wprowadzenie współrzędnych zmierzonych punktów M, N, P do programu „*Triplanar – Położenie*” i wyznaczenie w nim współrzędnych obliczeniowych punktów A, B, C,
- wyznaczenie różnic współrzędnych punktów A, B, C, uzyskanych z symulacji i zadanych na początku pomiaru,

Badanie strefy roboczej polegało na wykonaniu następujących czynności:

- wyznaczenie granic strefy roboczej  $S_H$  dla zadanej wysokości punktu pracy z użyciem programu „*Triplanar - Strefa*”,
- ustawienie modelu manipulatora w skrajnych położeniach określonych po analizie strefy uzyskanej z symulacji,
- pomiar kątów wychylenia efektora,
- wykreślenie strefy uzyskanej na podstawie zebranych wyników pomiaru i weryfikacja strefy wyznaczonej poprzez symulację.

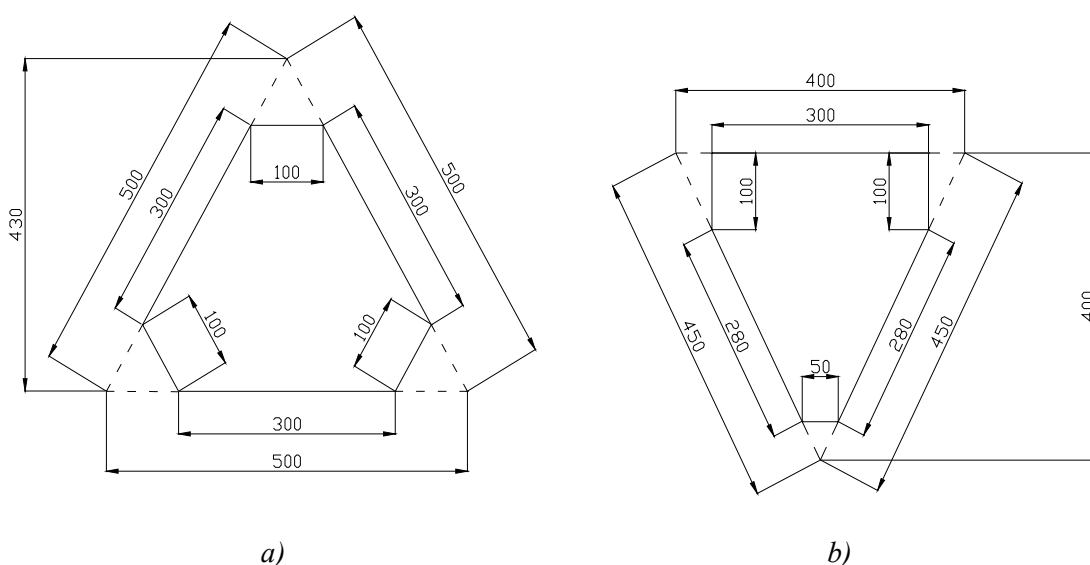
W zakres badań dokładności pozycjonowania podpór w funkcji wysokości punktu pracy wchodziły następujące czynności:

- ustawienie efektora na zadanej wysokości przy orientacji równoległej do podłoża  $\alpha = 0$  [°],  $\beta = 0$  [°],
- zmiana orientacji efektora poprzez zmianę kątów wychylenia  $\alpha = -0.1$  [°],  $\beta = -0.1$  [°],
- pierwszy pomiar pozycji podpór,
- zmiana orientacji efektora poprzez zmianę kątów wychylenia  $\alpha = +0.1$  [°],  $\beta = +0.1$  [°],
- drugi pomiar pozycji podpór,
- wyznaczenie różnicy w pozycjach każdej podpory, zapisanie minimalnej różnicy jako dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór -  $\delta$ ,
- wykreślenie zależności  $\delta = f(H)$  i weryfikacja wyników uzyskanych z symulacji

Zgodnie z podanymi zakresami wszystkie badania stanowiskowe przeprowadzono dla różnych konfiguracji położenia i orientacji efektora. Badane konfiguracje i wyniki badań pomiarowych oraz weryfikację wyników symulacji komputerowej zawarto w rozdziale 10.

## 9.2. Opis konstrukcji i sterowania manipulatorem typu Triplanar

Na podstawie wniosków wynikających z przeprowadzonych badań symulacyjnych zbudowano model manipulatora równoległego przestrzennego typu Triplanar. Na rysunku 9.1 przedstawiono zaprojektowany efektor (rys. 9.1.a) i człon (gałąź kinematyczną) łączący go z podporami napędowymi (rys. 9.1.b). Po analizie strefy roboczej zdecydowano się na efektor o kształcie sześciokąta nieforemnego. Element łączący efektor z podporami dla zwiększenia sztywności całej konstrukcji zaprojektowano i wykonano w kształcie trójkąta ze ściętymi rogami. Krótsze boki sześciokąta tworzącego efektor wykorzystano do montażu elementów sferycznych zwiększających precyzję pomiaru położenia platformy w przestrzeni. Środki sfer ustawiono w ten sposób, aby znalazły się na przecięciu linii dłuższych boków sześciokąta. Wymiary geometryczne manipulatora zostały dobrane tak, aby pasowały do zakresów pracy liniałów pomiarowych, oraz aby istniała możliwość swobodnego montażu czujników wychylenia na platformie.



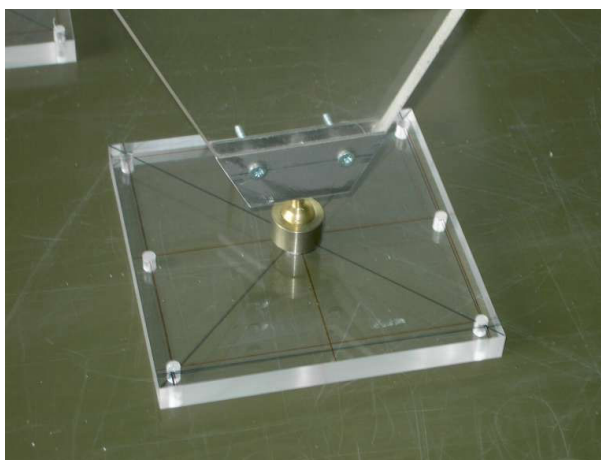
**Rys. 9.1.** Rysunki konstrukcyjne modelu manipulatora

Zdjęcia widoku ogólnego modelu manipulatora wykonanego z materiału typu 'pleksiglas' przedstawia rysunek 9.2. Model ten posłużył do sprawdzenia wyników (pozycji i orientacji efektora) uzyskanych z symulacji komputerowej. Chociaż ustawienie modelu będzie zgodne z przyjętymi do symulacji położeniami podpór, to porównanie wyników będzie miało charakter jakościowy.



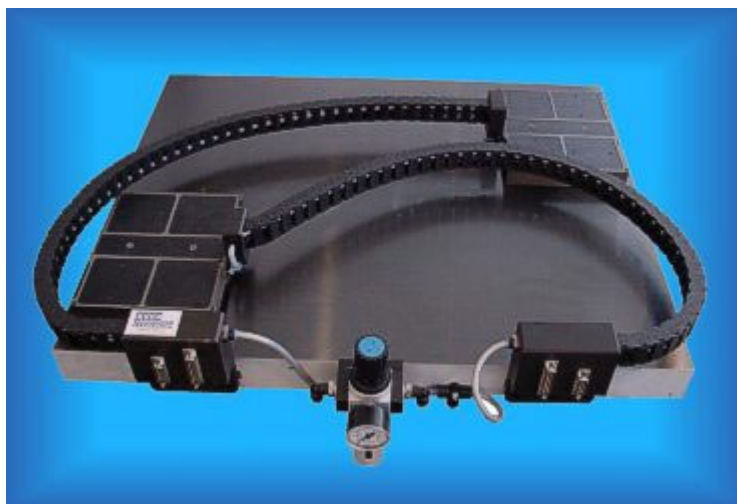
*Rys. 9.2. Widok ogólny wykonanego modelu manipulatora*

Podstawę modelu manipulatora wykonano w taki sposób, aby mogła być zamocowana na planarnych silnikach krokowych ze smarowaniem aerostatycznym. Aby nie zakłócać pracy pola magnetycznego pracujących silników, parę kinematyczną obrotową wykonano z mosiądzu. Element połączenia podpory modelu z silnikiem krokowym przedstawiono na zdjęciu (rysunek 9.3).



*Rys. 9.3. Element podpory modelu manipulatora*

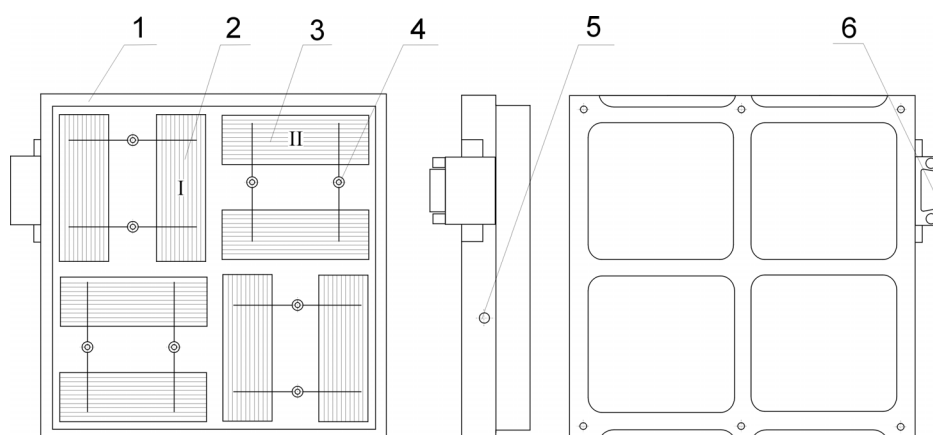
Do napędu manipulatora równoległego typu Triplanar mogą być użyte mechatroniczne podpory ze smarowaniem aerostatycznym firmy „Ruchservomotor” [71]. Podpory te pracują jako planarne silniki krokowe z możliwością pozycjonowania ich w dwóch osiach na płaszczyźnie. Właśnie takie napędy przyjęto w modelu do symulacji. Na rysunku 9.4 pokazano zdjęcie dwóch silników planarnych poruszających się po jednym statorze, produkowanych przez firmę z Mińska i prezentowanych na Politechnice Białostockiej w Katedrze Automatyki i Robotyki w roku 2004 przez prof. Ś. Karpowicza.



*Rys. 9.4. Dwa planarne silniki krokowe na jednej podstawie*

### 9.2.1. Płaska mechatroniczna podpora aerostaticzna

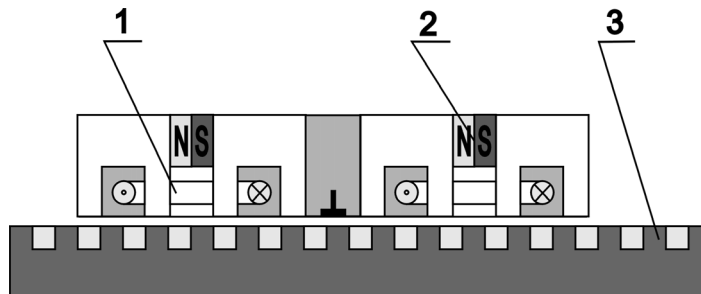
W układzie napędowym przedstawionym na rysunku 9.5, składającym się z aluminiowej ramy (1), zamocowane są dwa rodzaje ortogonalnych elementarnych modułów elektromagnetycznych (2)(3). Moduł elektromagnetyczny (2) odpowiada za przesunięcie podpory wzdłuż osi X, natomiast moduł (3) za przesunięcie podpory wzdłuż osi Y. W ramie znajduje się również osiem otworów dławiących małej średnicy (kapilary) (4), przez które, pod określonym ciśnieniem, do szczeliny pomiędzy podpórą a podstawą jest doprowadzane powietrze. Zastosowanie smarowania gazowego (aerostaticznego) znacząco zmniejsza opory ruchu podpory, bezstykowo przemieszczającej się po nieruchomej podstawie.



*Rys. 9.5. Mechatroniczna podpora aerostaticzna*

### 9.2.2. Elementarny moduł elektromagnetyczny

Schemat modułu magnetycznego, zamocowanego w aluminiowej ramie podpory aerostatycznej, przedstawiono na rysunku 9.6. Składa się on z dwu rdzeni magnetycznych (1) (połączonych jarzmem), pomiędzy którymi znajdują się magnesy trwałe (2).



Rys. 9.6. Schemat elementarnego modułu magnetycznego

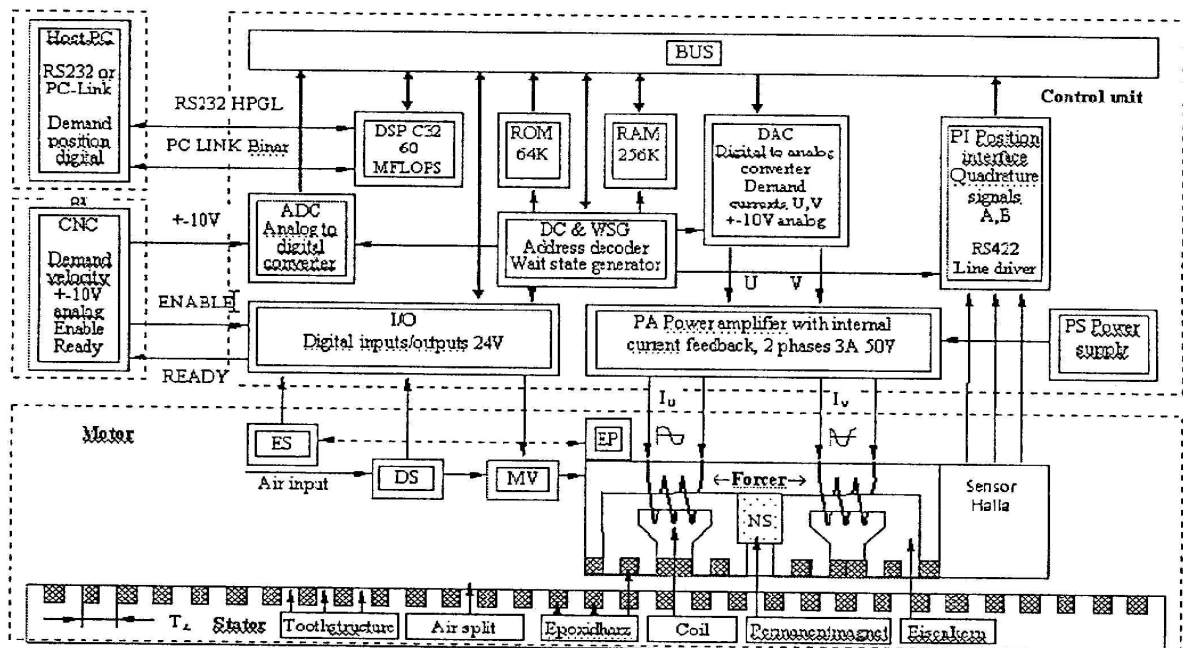
Rdzenie (tworniki) mają nacięte zęby, znajdujące się od siebie w odległości odpowiadającej podziałce zębów stojana. Stojanem jest nieruchoma podstawa stanowiska. Liniowy silnik krokowy przekształca bezpośrednio ciąg sterujących impulsów elektrycznych na ciąg przesunięć liniowych. Kierunek przesunięć twornika ma związek z sekwencją podawanych impulsów. Prędkość przemieszczania twornika zależy od częstotliwości podawanych impulsów, natomiast wartość, o jaką twornik przesunie się względem stojana, zależy od liczby podawanych impulsów. Liniowy silnik krokowy nie może pracować bez odpowiedniego układu sterowania, który zapewnia kształtowanie pożądanych charakterystyk silnika.

### 9.2.3. Karta kontrolera (sterownika) podpory mechatronicznej

Do odpowiedniej pracy podpory i modułów elektromagnetycznych niezbędny jest odpowiedni układ sterowania sygnałami prądowymi silnika krokowego. Zadanie to wykonuje specjalna karta sterująca. Przetwarza ona komendy wysyłane z komputera przez port szeregowy RS232 na ciągi impulsów elektrycznych (sygnały prądowe), sterujących pracą odpowiednich modułów magnetycznych (1, 2 – rysunek 8.3). Każda z podpór w podstawie jest sterowana oddzielną kartą sterującą (kontrolerem). Schemat strukturalny układu sterowania, zbudowany na bazie procesora sygnałowego TMS320C32PCM60 firmy Ruchservomotor, przedstawiono na rysunku 9.7.

W jego skład wchodzi:

- karta obliczeniowa na bazie procesora TMS320C32PCM60 z peryferiami ROM, RAM, o pojemności 1 [Mb],
- karta interfejsu pozycjonującego z przetwornikami analogowo-cyfrowymi,
- karta formowania zadania z przetwornikami cyfrowo-analogowymi,
- karta wzmacniaczy źródeł prądu,
- blok siłowy,
- blok zasilania systemowego.



Rys. 9.8. Schemat strukturalny karty systemu sterowania

Moc obliczeniowa procesora wynosi 60 [Mflops] i jest wystarczająca do sterowania czterema osiami współrzędnymi z elektrycznym zamykaniem kolektora lub sześcioma osiami układu otwartego. Przy tym główny cykl sterowania mieści się w przedziale 200 [μs].

Każda z trzech podpór mechatronicznych jest sterowana niezależnie. Układy sterowania każdej podpory są jednakowe. Każda z nich posiada kartę kontrolera połączoną z komputerem za pośrednictwem porty komunikacji szeregowej RS-232. Jedna karta steruje jedną podporą mechatroniczną. Zadanie realizacji zadanego położenia i trajektorii efektora zostało wygenerowane dla każdej podpory niezależnie przez oprogramowanie „Triplanar - Trajektorie”. Algorytm obliczeniowy uwzględnia fakt pracy na płaszczyźnie trzech niezależnych podpór

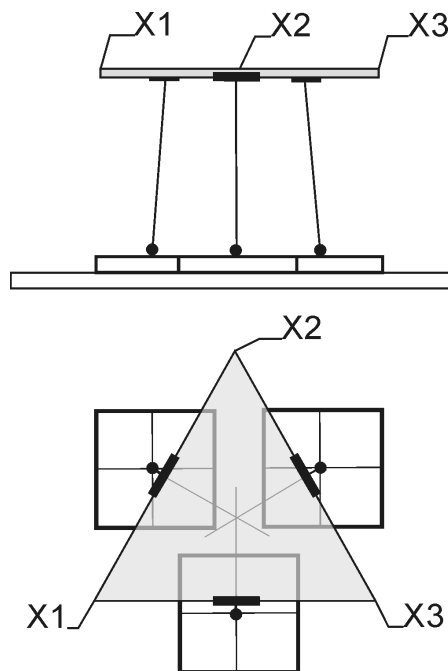
i przewiduje ewentualne kolizje oraz zapobiega ich powstawaniu.

O ile karta sterującą przetwarza komendy sterujące na impulsy prądowe w poszczególnych podporach aerostaticznych powodując ich ruch, o tyle program sterujący zainstalowany na komputerze ma za zadanie przekształcenie zadanej trajektorii z postaci funkcji matematycznej na proste komendy, wymuszające zajęcie określonej pozycji każdej z podpór niezależnie w globalnym układzie współrzędnych nieruchomej podstawy.

### 9.3. Opis stanowiska badawczego

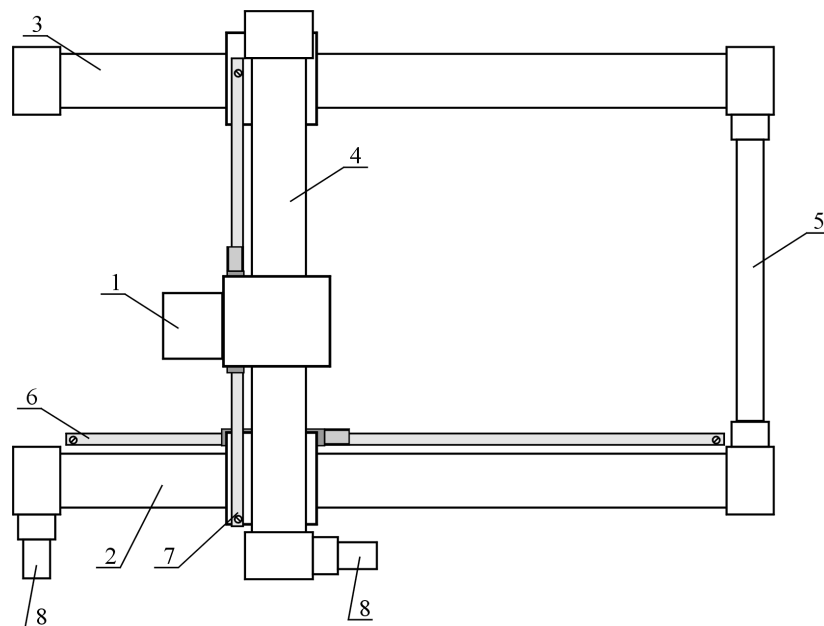
W celu przeprowadzenia badań doświadczalnych zbudowano model manipulatora równoległego przestrzennego oraz stanowisko umożliwiające pomiar położenia i orientacji efektora.

Pomiar położenia efektora w sposób bezpośredni jest zabiegiem skomplikowanym i wymaga zastosowania do pomiaru dwóch urządzeń laserowych. Na zbudowanym stanowisku pomiar będzie przeprowadzony w sposób pośredni, poprzez pomiar współrzędnych trzech punktów  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  (rysunek 9.9). Do tego celu niezbędne będzie urządzenie pomiarowe, umożliwiające pomiar położenia tych punktów oraz program komputerowy do obliczania położenia platformy w przestrzeni. Schemat ideowy stanowiska pomiarowego przedstawiono na rysunkach 9.10 i 9.11.

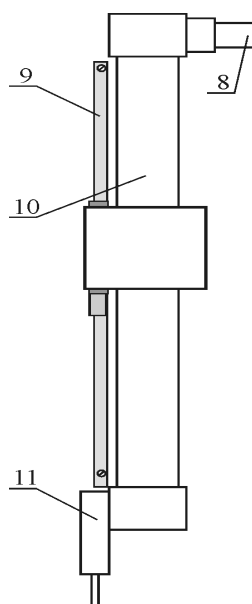


*Rys. 9.9. Miejsce pomiaru punktów  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  na efektorze*

Urządzenie pomiarowe składa się z czterech napędów liniowych (2, 3, 4, 10), 3 liniałów pomiarowych (6, 7, 9) oraz czujnika pomiarowego (11) (rysunek 23). Napęd osi X realizowany jest przez dwa napędy liniowe (2, 3) sprzęgnięte ze sobą wałkiem łączącym (5). Napęd osi realizowany jest przez mikrosilniki prądu stałego (8). Pomiar położenia w osi X odbywa się poprzez bezpośredni pomiar położenia suwaka na napędzie liniowym przy użyciu liniału fotoelektrycznego. Napęd osi Y wykonany jest, podobnie jak poprzednio, z napędu liniowego (4) sterowanego mikrosilnikiem (8). Położenie mierzymy również z wykorzystaniem liniału fotoelektrycznego.



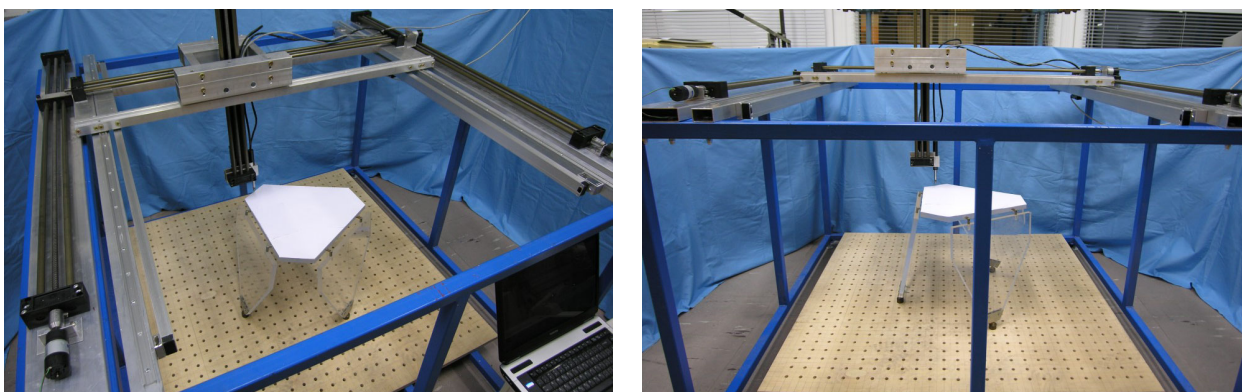
**Rys. 9.10.** Maszyna pomiarowa, widok z góry



**Rys. 9.11.** Pomiar położenia w osi Z (nr 1 na rysunku 14)

W osi Z pomiar położenia odbywa się z wykorzystaniem liniału fotoelektrycznego (9) oraz elektronicznego czujnika pomiarowego(11) (rysunek 24). Oba te przyrządy zamocowane są do napędu liniowego (10). Integralną częścią stanowiska jest cyfrowy system odczytu położenia (CSOP), który steruje wszystkim napędami oraz przesyła wyniki pomiaru do komputera.

Pomiary przemieszczeń każdej z podpór mechatronicznych oraz pośrednie pomiary pozycji i orientacji efektora były wykonane we współrzędnych absolutnych globalnego układu współrzędnych związanej z nieruchomą płaszczyzną stanowiska badawczego. Do budowy stanowiska użyto liniałów litewskiej firmy Brown&Sharpe [83]. Zastosowane liniały dokonują pomiaru położenia liniowego z dokładnością 0.01 [mm] na długości jednego metra. Rysunek 9.12 prezentuje zdjęcie stanowiska znajdującego się w Laboratorium Katedry Automatyki i Robotyki Politechniki Białostockiej.



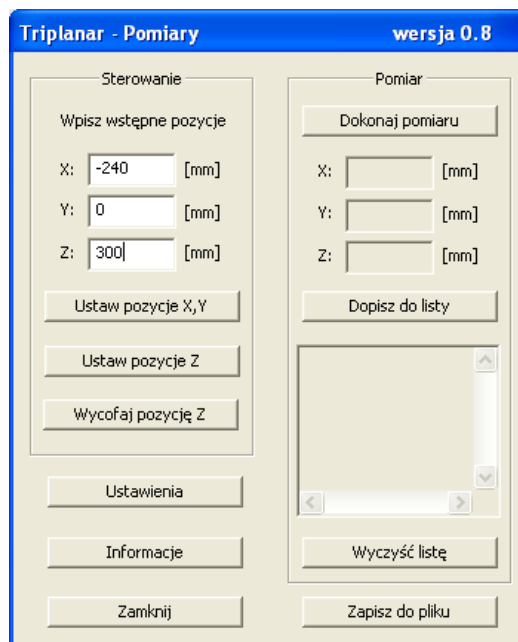
*Rys. 9.12. Stanowisko do badań manipulatora równoległego typu Triplanar*

Wyniki zebrane ze stanowiska badawczego posłużą do weryfikacji przedstawionych w rozdziale 6 modeli matematycznych efektora manipulatora i wyników symulacji komputerowej z rozdziału 7.

#### **9.4. Sterowanie układem pomiarowym i zbieranie danych – oprogramowanie „Triplanar – Pomiary”**

Do sterowania układem pomiarowym stanowiska oraz do zbierania danych pomiarowych mierzonych współrzędnych punktów efektora i podpór opracowano i stworzono oprogramowanie „Triplanar – Pomiary”. Okno główne programu przedstawiono na rysunku 9.13. Program komunikuje się z napędami stanowiska przez porty RS-232. Cyfrowy system odczytu położenia będący częścią stanowiska, odbiera sygnały z programu i steruje,

za pośrednictwem czterech kanałów, przesunięciami w osi X (dwa kanały pomiarowo-sterujące) w osi Y (jeden kanał pomiarowo-sterujący) i w osi Z (jeden kanał pomiarowo-sterujący i jeden kanał pomiarowy).



*Rys. 9.13. Okno główne programu „Triplanar – Pomiar”*

Pierwszym etapem pomiaru jest ustawienie czujnika pomiarowego w okolicy mierzonego punktu. Odbywa się to przez podanie współrzędnych X, Y, Z w układzie globalnym; po naciśnięciu przycisku „Ustaw pozycje X, Y” następuje uruchomienie układów napędowych odpowiedzialnych za przesuw w płaszczyźnie XY. Naciśnięcie „Ustaw pozycję Z” uruchamia napęd w osi Z i powoduje ustawienie czujnika w podanej pozycji. Oddzielenie sterowania osią Z od osi X i Y było celowe i niezbędne, aby uniknąć kolizji czujnika pomiarowego z członami badanego manipulatora. Drugim etapem pomiaru jest naciśnięcie przycisku „Dokonaj pomiaru”, co powoduje uruchomienie procesu przesuwania głowicy pomiarowej aż do zetknięcia z mierzonym punktem manipulatora. Po wykonaniu pomiaru zmierzone wartości są wyświetlane w odpowiednich polach. Wybrane pomiary można zapamiętać dodając do listy przyciskiem „Dopisz do listy”. Zapis do pliku zawartości listy następuje po naciśnięciu „Zapisz do pliku”. Przy użyciu przycisku „Ustawienia” otwierane jest okno, w którym można przypisać poszczególnym osiom układu napędowego stanowiska odpowiednie porty szeregowo komputera oraz dokonać wyzerowania układu współrzędnych.

## 10. WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH I WERYFIKACJA WYNIKÓW SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Konfiguracje ustawienia manipulatora, dla których wykonano badania pomiaru pozycji i orientacji efektora, zawarto w tabeli 10.1, natomiast ustawienia przyjęte do badań strefy roboczej efektora i dokładności pozycjonowania podpór napędowych zamieszczono w tabeli 10.2.

Badanie realizacji położenia dotyczyło dolnych ( $H = 25\% \cdot k$ ) i górnych ( $H = 75\% \cdot k$ ) wysokości punktu pracy. Dla tych wysokości zbadano położenie efektora w orientacji równoległej do płaszczyzny podstawy ( $\alpha = 0 [^\circ]$ ,  $\beta = 0 [^\circ]$ ) i w orientacji przy wychyleniu efektora o kąt  $15 [^\circ]$  raz względem osi X, oraz osi Y i raz jednocześnie względem obu tych osi. Kąt wychylenia dobrano tak, aby mieścił się w strefie roboczej efektora dla obu badanych wysokości.

Badania strefy roboczej  $S_H$  i dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór przeprowadzono dla trzech wysokości stanowiących odpowiednio 25%, 50% i 75% długości członu łączącego efektor z napędami ( $k$ ).

**Tabela 10.1**

**Konfiguracje manipulatora wybrane do badań pomiaru pozycji i orientacji**

Długość gałęzi kinematycznej $k$ [mm]	Długość boku efektora $m$ [mm]	Wysokość punktu pracy efektora $H$ [mm]	Wychylenie względem osi X $\alpha$ [ $^\circ$ ]	Wychylenie względem osi Y $\beta$ [ $^\circ$ ]
400	500	300	0	0
			15	0
			0	15
			15	15
		100	0	0
			15	0
			0	15
			15	15

Tabela 10.2

## Konfiguracje manipulatora wybrane do badań strefy roboczej i dokładności pozycjonowania

Długość gałęzi kinematycznej k [mm]	Długość boku efektora m [mm]	Wysokość punktu pracy efektora H [mm]
400	500	100
		200
		300

### 10.1. Wyniki i porównanie pomiarów położenia efektora oraz pozycji podpór napędowych

Wyniki przeprowadzonych pomiarów stanowiskowych położenia efektora, wykonane zgodnie z wcześniej opisaną kolejnością dla określonych konfiguracji, zawarto w tabeli 10.3. Zamieszczono w niej również wartości wyliczone na drodze symulacji komputerowej oraz różnice między pomiarami i symulacją.

Tabela 10.3

## Wyniki pomiarów położenia efektora

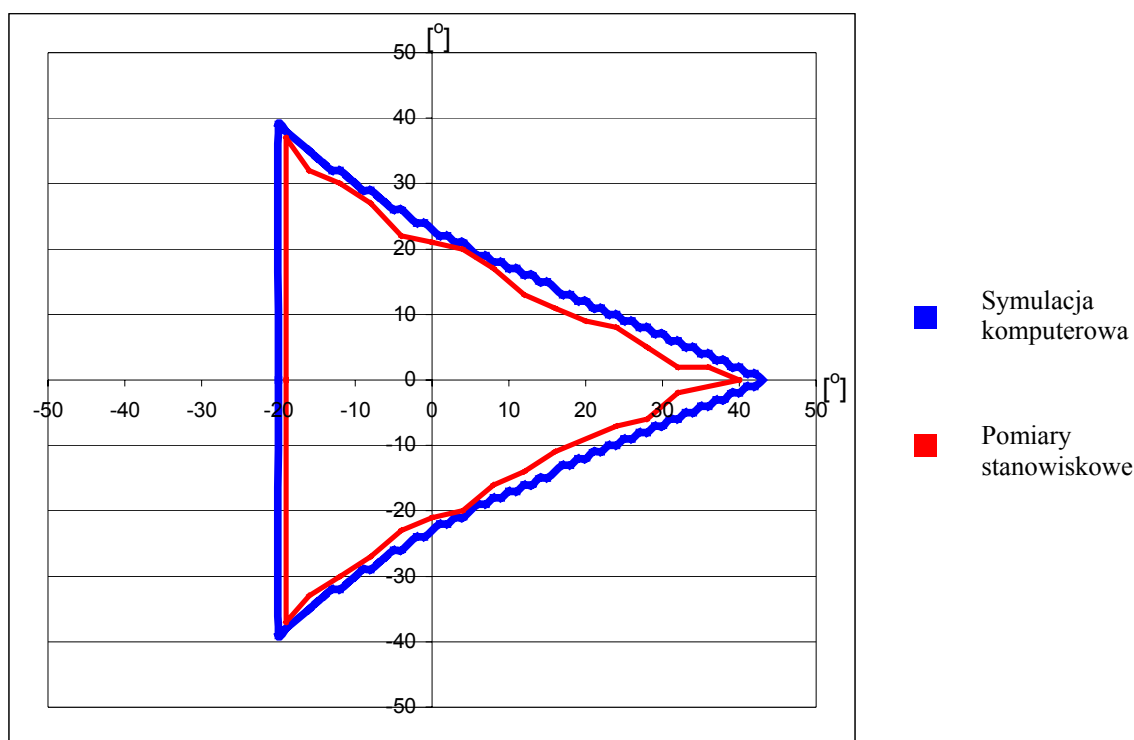
Badana konfiguracja	Współrzędne punktów - pomiar stanowiskowy Średnia 100 pomiarów	Współrzędne punktów – symulacja komputerowa	Różnica współrzędnych wyliczonych i zmierzonych Wartość bezwzględna
[mm],[°]	[mm]	[mm]	[mm]
k=400, m=500, H=300, $\alpha=0$ , $\beta=0$	M (-250.01, -144.34, 299.98)	M (-250, -144.337, 300)	$\Delta M$ (0.01, 0.003, 0.02)
	N ( 250.02, -144.35, 300.02)	N ( 250, -144.337, 300)	$\Delta N$ (0,02, 0.013, 0.02)
	P (0.02, 288.65, 300.03)	P (0, 288.675, 300)	$\Delta P$ (0,02, 0.025, 0.03)
	A (-0.03, -408.92, 0)	A (0, -408.913, 0)	$\Delta A$ (0.03, 0.007, 0)
	B (354.14, 204.46, 0)	B (354.129, 204.456, 0)	$\Delta B$ (0.011, 0.004, 0)
	C (-354.12, 204.44, 0)	C (-354.129, 204.456, 0)	$\Delta C$ (0.009, 0.0016, 0)
k=400, m=500, H=300, $\alpha=0$ , $\beta=15$	M (-241.49, -144.32, 364.68)	M (-241.481, -144.337, 364.705)	$\Delta M$ (0.09, 0.017, 0.025)
	N (241.47, -144.34, 235.31)	N (241.481, -144.337, 235.295)	$\Delta N$ (0,011, 0.003, 0.015)
	P (0.01, 288.69, 299.96)	P (0, 288.675, 300)	$\Delta P$ (0,01, 0.015, 0.04)
	A (-80,40 -396.38, 0)	A (-80,385 -396.405, 0)	$\Delta A$ (0.015, 0.025, 0)
	B (361.51, 246.44, 0)	B (361.549, 246.457, 0)	$\Delta B$ (0.039, 0.017, 0)
	C (-332.53, 140.60, 0)	C (-332.534, 140.618, 0)	$\Delta C$ (0.004, 0.018, 0)

k=400, m=500, H=300, $\alpha=15$ , $\beta=0$	M (-249.90, -139.44, 266.65) N ( 250.01, -139.43, 262.66) P (0, 278.81, 374.69) A (-0.12, -441.01, 0) B (285.14, 250.83, 0) C (-285.15, 250.82, 0)	M (-250, -139.419, 266.643) N ( 250, -139.419, 262.643) P (0, 278.839, 374.715) A (0, -441.112, 0) B (285.138, 250.817, 0) C (-285.138, 250.817, 0)	$\Delta M$ (0.1, 0.021, 0.007) $\Delta N$ (0,01, 0.011, 0.017) $\Delta P$ (0, 0.029, 0.025) $\Delta A$ (0.12, 0.102, 0) $\Delta B$ (0.002, 0.013, 0) $\Delta C$ (0.012, 0.003, 0)
k=400, m=500, H=300, $\alpha=15$ , $\beta=15$	M (-241,46 -156.20, 325.08) N ( 241.47, -122.66, 200.12) P (0.08, 278.82, 374.69) A (-47.30, -437.39, 0) B (285.58, 302.19, 0) C (-270.46, 184.32, 0)	M (-241,481 -156.166, 325.143) N ( 241.481, -122.672, 200.143) P (0, 278.839, 374.715) A (-47.313, -437.379, 0) B (285.559, 302.18, 0) C (-270.478, 184.336, 0)	$\Delta M$ (0.021, 0.034, 0.063) $\Delta N$ (0,011, 0.012, 0.023) $\Delta P$ (0.08, 0.019, 0.025) $\Delta A$ (0.013, 0.011, 0) $\Delta B$ (0.021, 0.01, 0) $\Delta C$ (0.018, 0.016, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=0$ , $\beta=0$	M (-249.92, -144.32, 99.93) N ( 250.09, -144.32, 100.12) P (0.11, 288.60, 100.08) A (-0.04, -531.71, 0) B (460.38, 265.89, 0) C (-460.39, 265.91, 0)	M (-250, -144.337, 100) N ( 250, -144.337, 100) P (0, 288.675, 100) A (0, -531.636, 0) B (460.41, 265.818, 0) C (-460.41, 265.818, 0)	$\Delta M$ (0.08, 0.017, 0.07) $\Delta N$ (0,09, 0.017, 0.12) $\Delta P$ (0.11, 0.075, 0.08) $\Delta A$ (0.04, 0.074, 0) $\Delta B$ (0.03, 0.072, 0) $\Delta C$ (0.02, 0.092, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=0$ , $\beta=15$	M (-241.47, -144.30, 164.74) N ( 241.52, -144.34, 35.34) P (0.07, 288.69, 99.92) A (-26.81, -530.82, 0) B (460.55, 271.84, 0) C (-458.59, 240.70, 0)	M (-241.481, -144.337, 164.705) N ( 241.481, -144.337, 35.295) P (0, 288.675, 100) A (-26.795, -530.708, 0) B (460.67, 271.848, 0) C (-458.478, 240.74, 0)	$\Delta M$ (0.011, 0.037, 0.035) $\Delta N$ (0,039, 0.003, 0.045) $\Delta P$ (0.07, 0.015, 0.08) $\Delta A$ (0.015, 0.112, 0) $\Delta B$ (0.12, 0.08, 0) $\Delta C$ (0.112, 0.04, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=15$ , $\beta=0$	M (-250.14, -139.40, 62.69) N ( 250.12, -139.41, 62.67) P (-0.13, 278.96, 174.83) A (0.16, -534.52, 0) B (437.88, 288.71, 0) C (-437.92, 288.72, 0)	M (-250, -139.419, 62.643) N ( 250, -139.419, 62.643) P (0, 278.839, 174.715) A (0, -534.484, 0) B (438.04, 288.619, 0) C (-438.04, 288.619, 0)	$\Delta M$ (0.14, 0.019, 0.047) $\Delta N$ (0,12, 0.009, 0.027) $\Delta P$ (0.13, 0.121, 0.115) $\Delta A$ (0.16, 0.036, 0) $\Delta B$ (0.16, 0.091, 0) $\Delta C$ (0.12, 0.101, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=15$ , $\beta=15$	M (-241,66 -156.26, 125.08) N ( 241.59, -122.57, 0.10) P (0.20, 278.96, 174.80) A (11.16, -534.39, 0) B (437.40, 306.54, 0) C (-437.39, 254.36, 0)	M (-241,481 -156.166, 125.143) N ( 241.481, -122.672, 0.143) P (0, 278.839, 174.715) A (11.174, -534.326, 0) B (437.277, 306.471, 0) C (-437.458, 254.239, 0)	$\Delta M$ (0.179, 0.094, 0.063) $\Delta N$ (0,109, 0.102, 0.043) $\Delta P$ (0.078, 0.121, 0.085) $\Delta A$ (0.014, 0.064, 0) $\Delta B$ (0.123, 0.069, 0) $\Delta C$ (0.068, 0.121, 0)

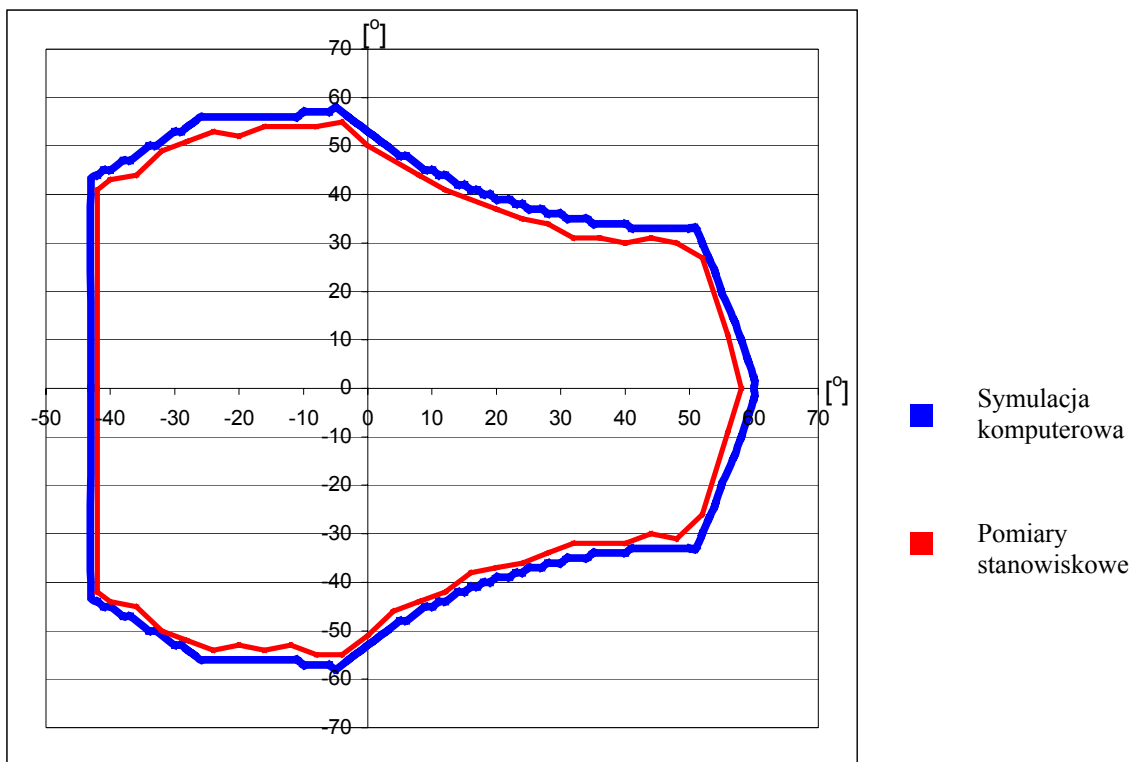
Różnice między pomiarami stanowiskowymi i wartościami wyznaczonymi przez symulację nie przekraczają wartości błędu bezwzględnego 0.3 %. Wykonane pomiary stanowiskowe potwierdziły poprawność przyjętego modelu matematycznego manipulatora oraz właściwe rozwiązanie zadania odwrotnego kinematyki przez programy komputerowe.

## 10.2. Wyniki i porównanie pomiarów strefy roboczej efektora

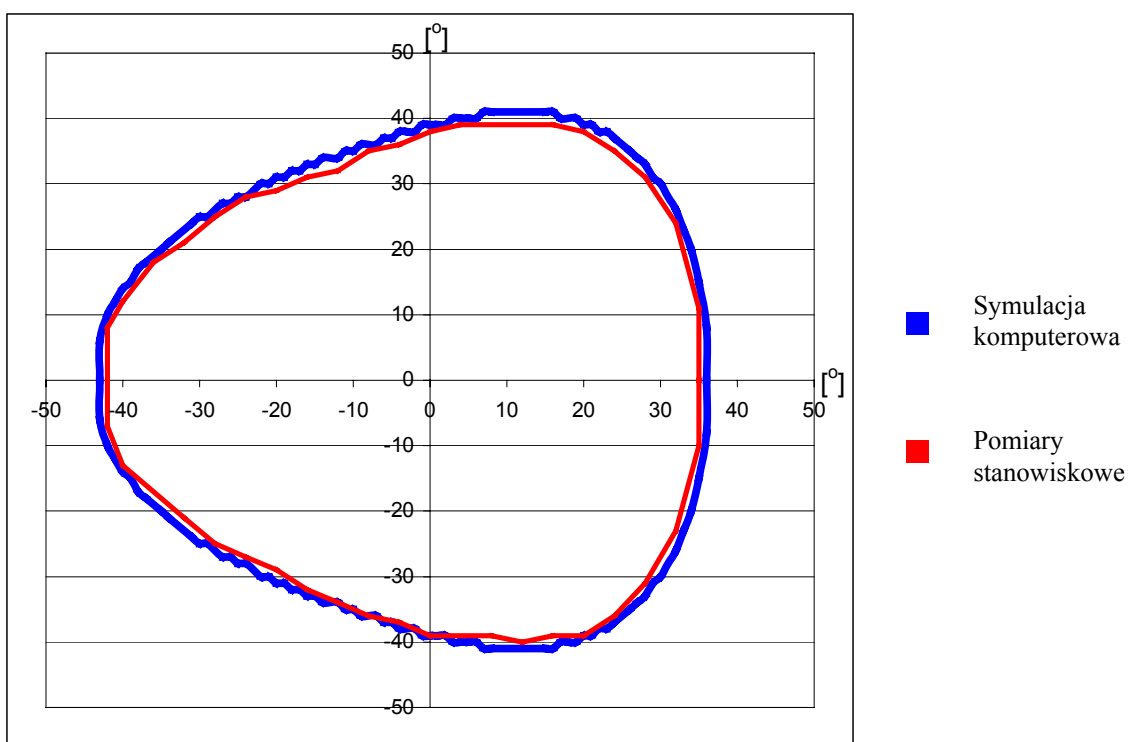
Wyznaczona w wyniku pomiarów i obliczona drogą symulacji komputerowej strefa robocza  $S_H$  efektora dla wysokości punktu pracy równej 100 [mm] jest przedstawiona na rysunku 10.1. Na rysunku 10.2 przedstawiono strefy robocze  $S_H$  zmierzoną i wyliczoną dla  $H = 200$  [m]. Rysunek 10.3 zawiera porównanie strefy z pomiarów ze strefą z symulacji dla wysokości punktu pracy  $H=300$  [mm]. Kolorem granatowym, na wszystkich wykresach, zaznaczono strefę powstałą w wyniku obliczeń symulacji komputerowej, natomiast kolorem czerwonym wykreślono strefę powstałą z użyciem wyników pomiarów stanowiskowych.



**Rys. 10.1.** Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy  $H = 100$  [mm]



**Rys. 10.2.** Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy  $H = 200$  [mm]



**Rys. 10.3.** Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy  $H = 300$  [mm]

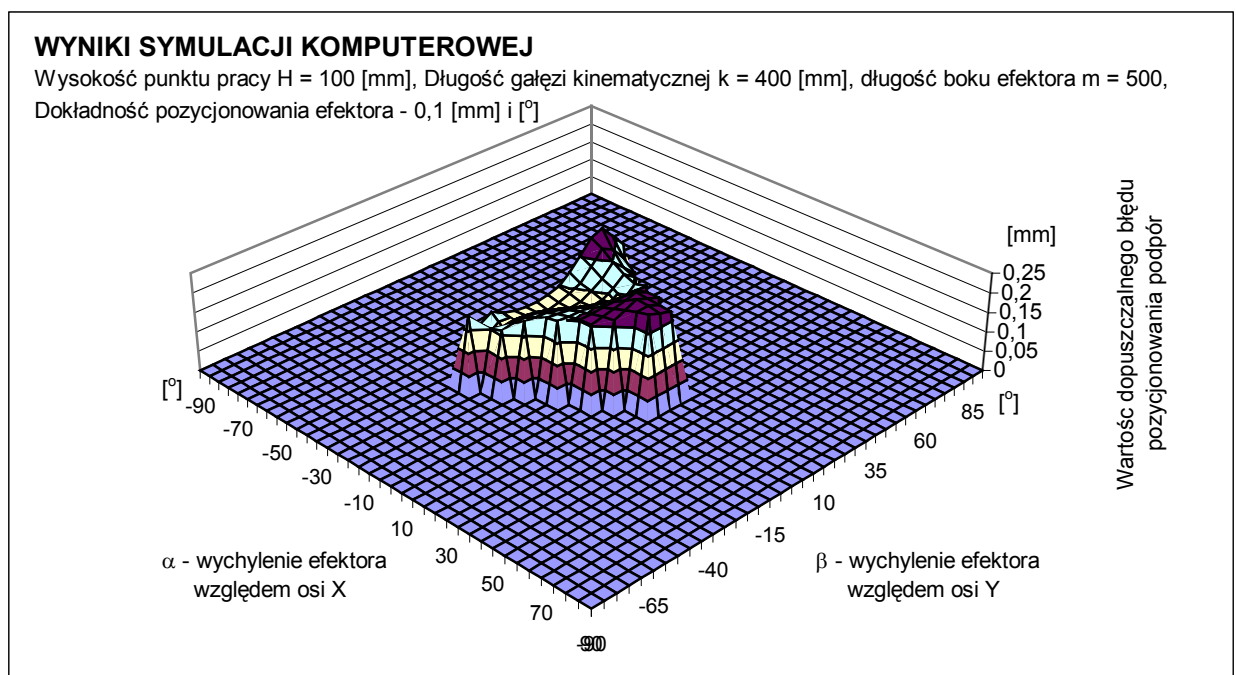
Po analizie wyników można stwierdzić, że pomiary stanowiskowe potwierdziły wyniki symulacji komputerowej i przyjęte podczas obliczeń założenia dotyczące modelu

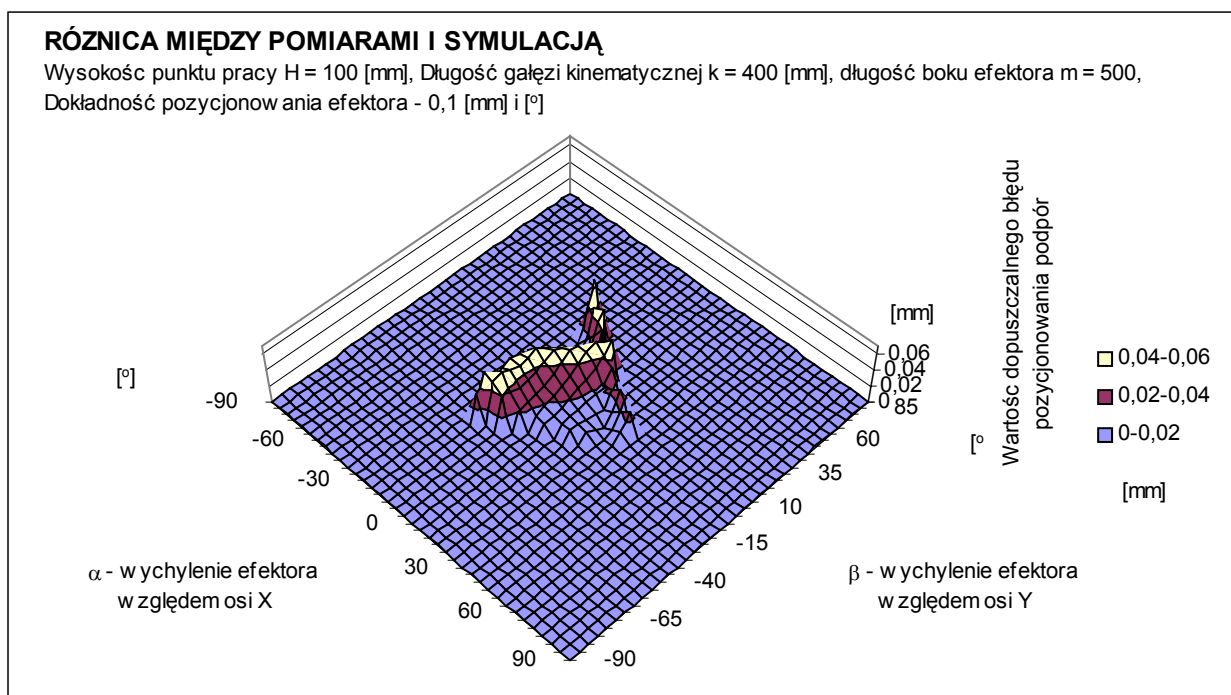
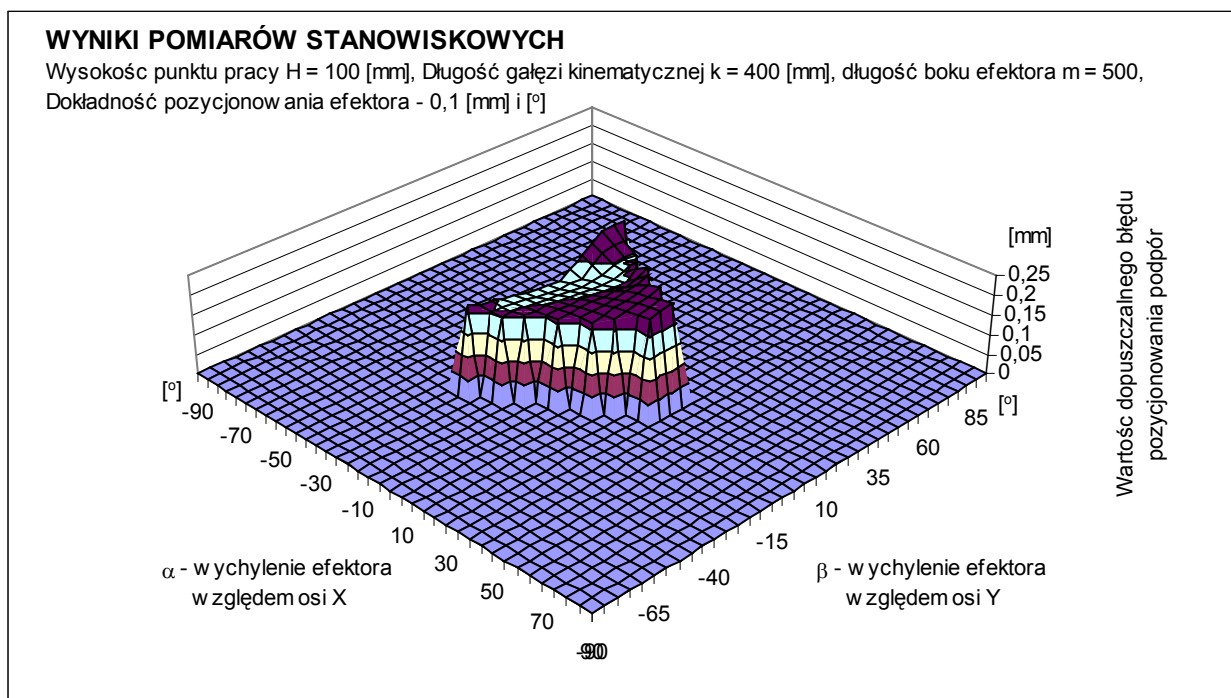
matematycznego manipulatora. Można zauważyć większe różnice w wielkościach stref roboczych (wyliczonej i zmierzonej) w dolnym zakresie wysokości ( $H=100$  [mm]). Wynika to z faktu, że w symulacji komputerowej pomijana była grubość platformy członu biernego.

Najmniejsze różnice w wielkości i kształcie strefy można odnotować w górnych wysokościach punktu pracy efektora (rys. 10.3). Podczas badań stanowiskowych graniczne dolne położenie efektora określały punkty styku z podłożem, natomiast górne były zdeterminowane długością gałęzi kinematycznej.

### 10.3. Wyniki i porównanie pomiarów dokładności pozycjonowania podpór

Wyniki pomiarów wielkości dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych, przeprowadzonych dla wybranych konfiguracji umieszczono na rysunkach 10.4, 10.5 i 10.6. Wykresy przedstawiają maksymalny dopuszczalny błąd pozycjonowania podpór w [mm], przy utrzymaniu stałej orientacji efektora w granicach od  $-0.05$  [°] do  $+0.05$  [°] i stałej pozycji środka efektora w granicach od  $-0.05$  [mm] do  $+0.05$  [mm] w całym zakresie wychyleń kątowych strefy roboczej dla danej wysokości punktu pracy. Na rysunkach zamieszczono również wyniki symulacji komputerowej i wykresy różnic tych błędów dla poszczególnych wysokości środka efektora.

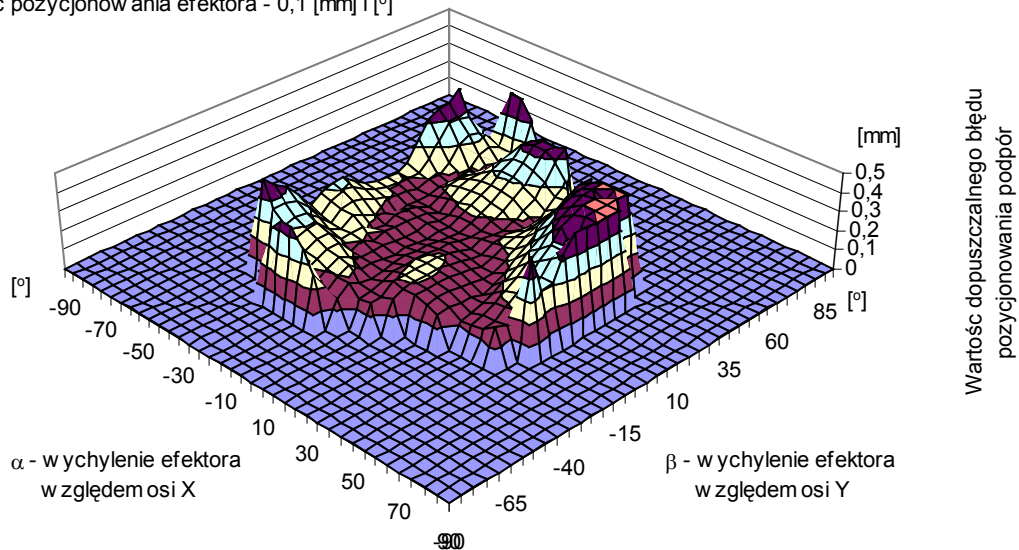




**Rys. 10.4.** Wyniki dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych wyznaczone w wyniku a) symulacji komputerowej, b) pomiarów stanowiskowych oraz c) ich różnice dla badanej wysokości punktu pracy  $H = 100$  [mm]

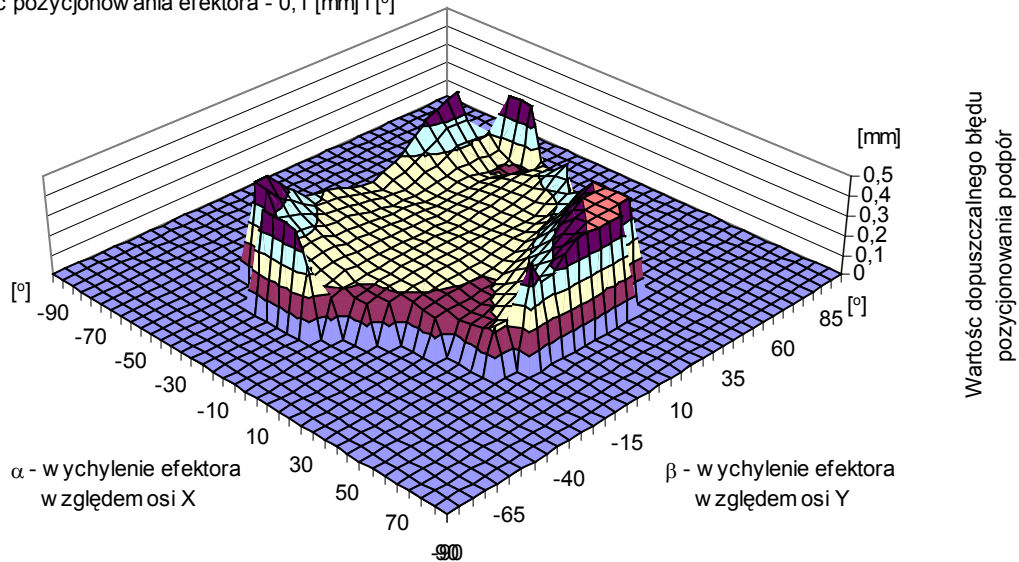
### WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

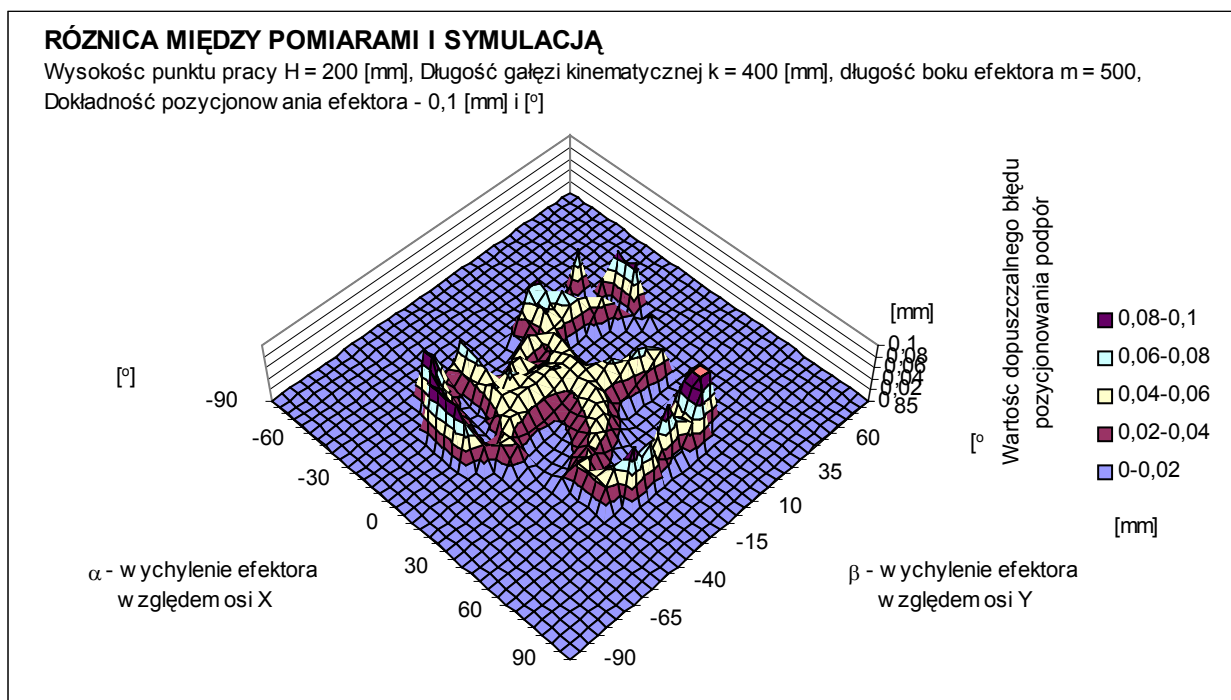
Wysokość punktu pracy  $H = 200$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$



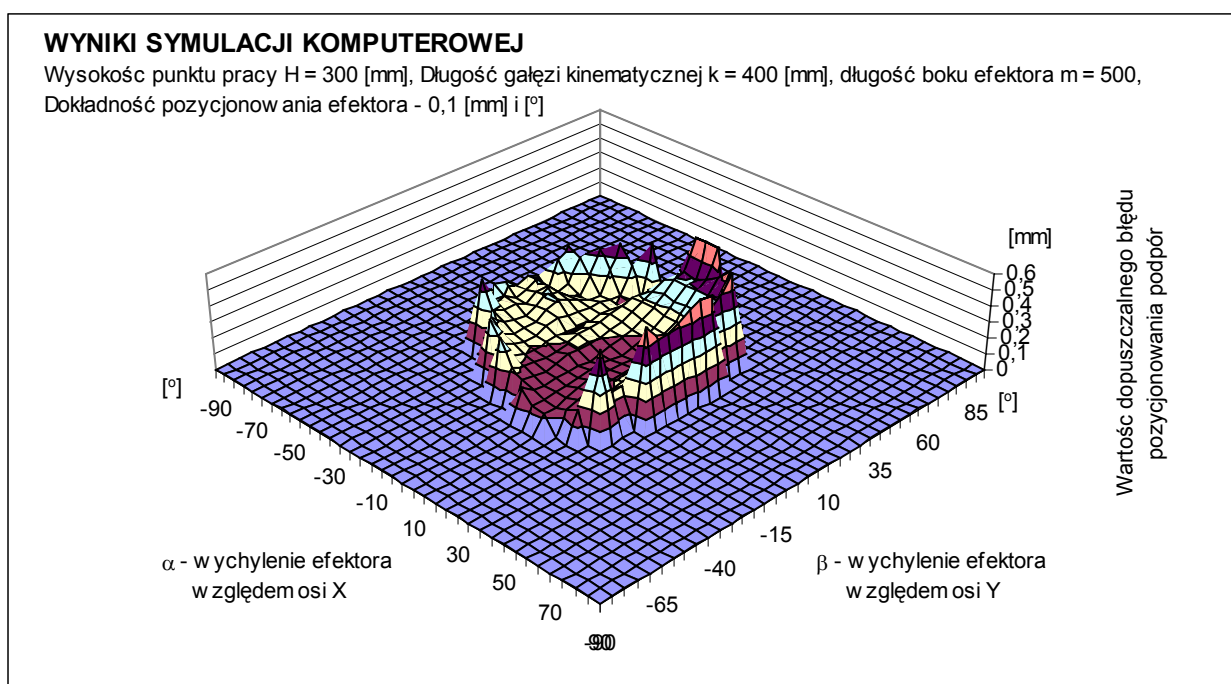
### WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH

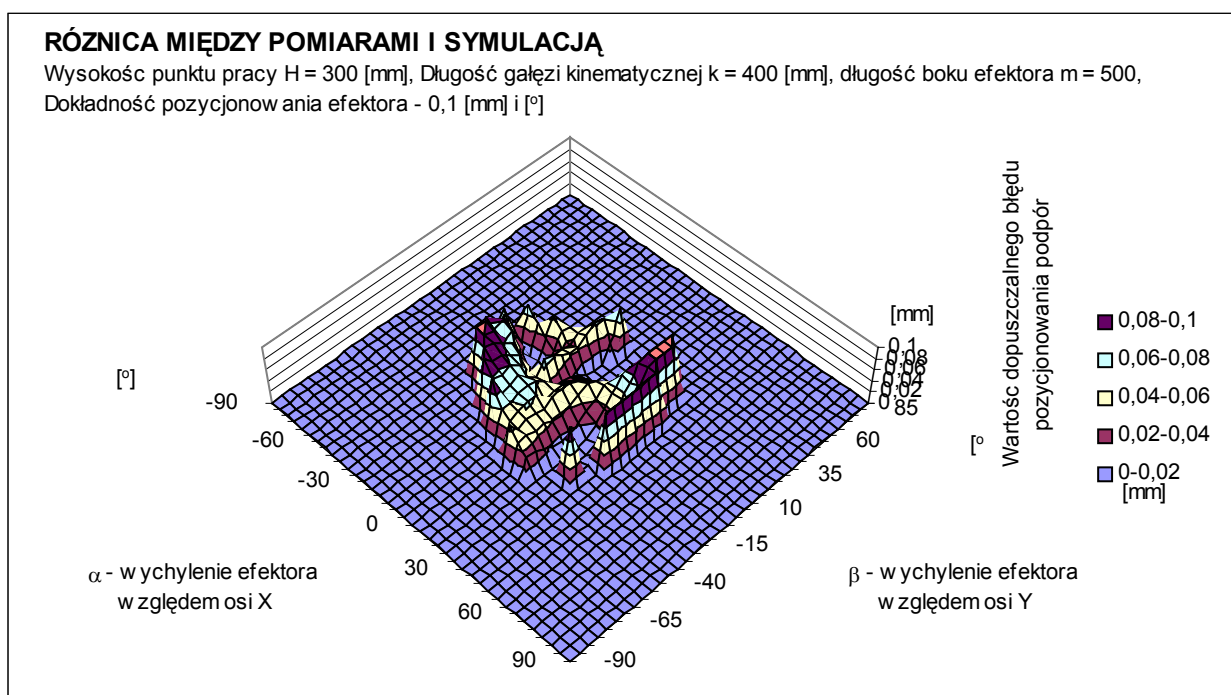
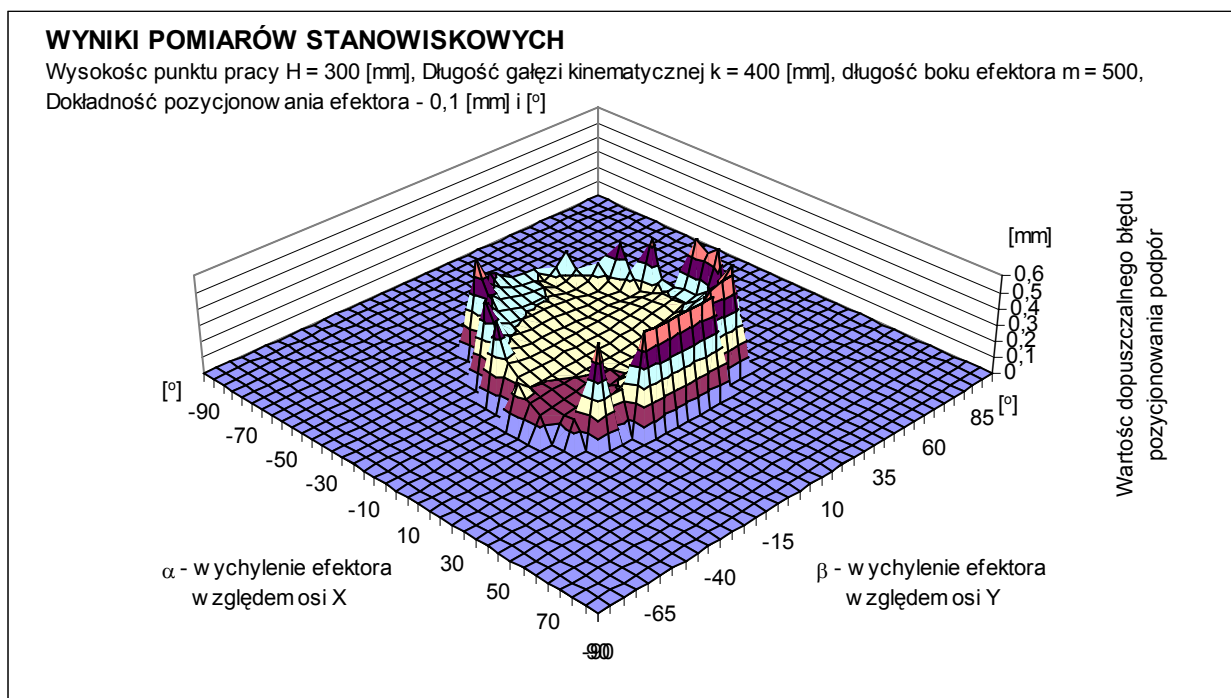
Wysokość punktu pracy  $H = 200$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$





*Rys. 10.5. Wyniki dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych wyznaczone w wyniku a) symulacji komputerowej, b) pomiarów stanowiskowych oraz c) ich różnice dla badanej wysokości punktu pracy  $H = 200$  [mm]*





*Rys. 10.6. Wyniki dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych wyznaczone w wyniku a) symulacji komputerowej, b) pomiarów stanowiskowych oraz c) ich różnice dla badanej wysokości punktu pracy  $H = 300$  [mm]*

Różnica błędów maksymalnych wynosiła około 1 %, natomiast różnica błędów minimalnych wahała się od 20 % do 25 % wartości zmierzonej. Dopuszczalny błąd wyznaczony poprzez pomiary stanowiskowe był zawsze większy od wyliczonego z symulacji komputerowej. Oznacza to, że jeśli podczas pracy manipulatora będzie zachowany minimalny błąd dopuszczalny wyznaczony z symulacji, to mamy pewność, że podczas rzeczywistej pracy efektor zawsze będzie mieścił się w zadanym polu tolerancji pozycji.

Różnica wartości błędu jest większa w środkowym obszarze strefy roboczej i mniejsza na jej brzegach. Efekt taki jest wynikiem znoszenia się błędów wykonania elementów konstrukcyjnych manipulatora i luzów w parach kinematycznych na brzegach strefy, gdy elementy zajmują swoje skrajne położenia, a większa we wnętrzu strefy, gdzie luzy nie znoszą się lub nawet się sumują.

Wyniki uzyskane drogą pomiarów stanowiskowych wykazują większą równomierność stref wartości błędu dopuszczalnego.

Pomiary stanowiskowe potwierdziły, że największy błąd dopuszczalny jest na granicach strefy roboczej i w górnym zakresie wysokości punktu pracy efektora, i zmniejsza się wraz z obniżaniem wysokości punktu pracy efektora i ze zbliżaniem się do wnętrza strefy roboczej  $S_H$ .

## 11. PODSUMOWANIE

### 11.1. Wnioski z badań i opracowane algorytmy unikania położeń osobliwych

W wyniku analizy pracy manipulatora i po przeprowadzeniu szeregu badań symulacyjnych oraz weryfikacji ich na stanowisku badawczym wykazano możliwość ruchu efektora i wpływ parametrów konstrukcyjnych na obszar pracy. Potwierdzono także istnienie położeń osobliwych, w jakie może wejść manipulator w czasie realizacji zaplanowanej trajektorii.

Przy zadawaniu parametrów w punktach kontrolnych planowanej trajektorii, po wygenerowaniu toru ruchu efektora, może się okazać, że, mimo poprawnych położeń: początkowego i końcowego, istnieją na drodze wyznaczonego toru ruchu takie położenia, w których manipulator zajmowałby położenia niedozwolone – położenia, w których konfiguracja geometryczna nie pozwalałaby odpowiednio dobrać pozycji układów napędowych lub pozycja efektora wychodziłaby poza strefę roboczą efektora. Przy zadanych parametrach trajektorii może być wyznaczony tor ruchu poza strefą roboczą, co powodowałoby utratę kontaktu z podstawą przez podpory napędowe lub unieruchomienie manipulatora.

Analizując te sytuacje i badając możliwe rozwiązania autor opracował algorytm modyfikacji parametrów ruchu, pozwalający unikać położeń osobliwych. Opracowane sposoby eliminacji tych sytuacji przedstawiono w tabeli 11.1.

**Tabela 11.1**

**Położenia osobliwe manipulatora i sposoby ich unikania**

Położenie osobliwe	Alternatywne sposoby eliminacji
Kolizja podpór napędowych na płaszczyźnie podstawy	- Obniżenie wysokości punktu pracy lub zmniejszenie wychylenia kąтового efektora
Wyznaczona trajektoria wychodzi poza górną lub dolną granicę strefy roboczej efektora	- Zmniejszenie wartości wektora prędkości w najbliższym punkcie kontrolnym, - Zwiększenie czasu potrzebnego na przejście zaplanowanej drogi między punktami kontrolnymi

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Wstawienie dodatkowego punktu kontrolnego w zakresie strefy roboczej</li> </ul>
Wyznaczona trajektoria wychodzi poza boczną granicę strefy roboczej efektora	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zwiększenie czasu potrzebnego na przejście zaplanowanej drogi między punktami kontrolnymi</li> <li>- Zmniejszenie wartości lub kierunku działania wektora prędkości w najbliższym punkcie kontrolnym,</li> <li>- Zwiększenie powierzchni podstawy manipulatora</li> <li>- Wstawienie dodatkowego punktu kontrolnego w zakresie strefy roboczej</li> </ul>
Odrywanie się jednej lub dwóch nóg manipulatora z powodu zbyt dużego wychylenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zmniejszenie wychylenia kąowego efektora w jednym z dwóch sąsiednich punktach kontrolnych</li> <li>- Wprowadzenie dodatkowego punktu pośredniego na niższej wysokości</li> </ul>
Kolizja efektora z podstawą	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zwiększenie wysokości sąsiedniego punktu kontrolnego trajektorii</li> <li>- Wprowadzenie dodatkowego punktu pośredniego</li> <li>- Zmniejszenie wychylenia kąowego efektora w jednym z dwóch sąsiednich punktach kontrolnych</li> </ul>

## 11.2. Podsumowanie pracy

Rozprawa dotyczy pozycjonowania efektora manipulatora równoległego przestrzennego. W ramach zakresu rozprawy przeprowadzono analizę strukturalną i kinematyczną manipulatora równoległego przestrzennego typu Triplanar. Opracowano model matematyczny i zaproponowano sposób rozwiązania zadania odwrotnego kinematyki metodą wektorową i metodą transformacji macierzowej. Opracowano oprogramowanie autorskie do wyznaczania położenia napędów sterujących manipulatorem, do wyznaczania trajektorii ruchu efektora z wykorzystaniem zmodyfikowanych krzywych Hermite'a. Opracowano algorytmy generowania trajektorii napędów mechatronicznych, wyznaczania strefy roboczej efektora oraz obliczania dokładności pozycjonowania podpór w funkcji wymaganej dokładności położenia efektora. Na ich podstawie autor stworzył oprogramowanie, które umożliwiło przebadanie wielu

trajektorii realizowanych przez efektor i opracowanie algorytmów unikania przez manipulator położeń osobliwych.

Zbudowane stanowisko pozwoliło przebadać możliwości pozycjonowania efektora przy różnych konfiguracjach manipulatora i zweryfikować badania z wykorzystaniem symulacji komputerowej dotyczące dokładności pozycjonowania podpór i wielkości wyznaczonej strefy roboczej efektora.

W toku pracy wykazano możliwość zwiększenia strefy roboczej efektora poprzez zastosowanie planarnych silników krokowych ze sterowaniem mechatronicznym. Badany manipulator, z tego typu napędami, charakteryzuje się możliwością zwiększania strefy roboczej bez zmiany konfiguracji geometrycznej manipulatora i nie wymaga modyfikacji sposobu sterowania. Przy zmianie zadań manipulatora, pociągającej często konieczność zwiększenia strefy roboczej efektora może odbywać się poprzez zwiększenie podstawy stanowiska manipulatora. Modułowa budowa tego typu manipulatora równoległego pozwala na szybkie zastąpienie zastosowanych gałęzi kinematycznych na inne o większej długości i przez to zwiększenie wysokości punktu pracy efektora. Taka elastyczność modyfikacji konstrukcji i szybkość dostosowywania się oprogramowania do nowych zadań jest często ważnym kryterium, którym kierują się inżynierowie - projektanci procesów wytwórczych, technologicznych i montażowych.

Opracowane oprogramowanie "*Triplanar – Trajektorie*" pozwala, w szybki sposób, wygenerować programy sterujące podporami, przy zmianie zadań stawianych przed manipulatorem, zmianie trajektorii oraz zmianie konfiguracji manipulatora. Oprogramowanie do badania dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór napędowych "*Triplanar – Niedokładność*" pozwala na optymalizację programów sterujących w całym zakresie realizowanej trajektorii i sprawdzenie czy zmiana zadań stawianych manipulatorowi lub modyfikacja jego konfiguracji nie pogorszy jego parametrów ruchu. Oprogramowanie "*Triplanar – Strefa*" ułatwia proces projektowania i doboru parametrów konfiguracyjnych manipulatora przy zakładanej strefie roboczej efektora, jak również pozwala sprawdzić czy dany manipulator ma odpowiednią strefę roboczą do realizacji nowego zadania.

Autor pracy wykazał, że zastosowanie podpór mechatronicznych w postaci napędów planarnych zwiększa strefę roboczą manipulatora bez zmiany wymiarów geometrycznych członów pośredniczących i członu biernego. Udowodnił, poprzez symulację komputerową i badania stanowiskowe, prawdziwość tez, mówiących że możliwe jest opracowanie algorytmów

sterowania pozwalających uzyskać odpowiednie położenia i orientacje efektora realizującego zadaną trajektorię ruchu oraz zwiększać strefę roboczą, dzięki zastosowaniu planarnych napędów mechatronicznych manipulatora.

### **11.3. Kierunki dalszych badań**

Przeprowadzone badania, wykonane w ramach pracy, pozwoliły opracować algorytmy sterowania podporami. Algorytmy te oparto na rozwiązaniu zadania odwrotnego kinematyki. W dalszych dociekaniach naukowych celowe będzie przeprowadzenie optymalizacji tych algorytmów przyjmując za funkcję celu minimalizację instrukcji sterujących wysyłanych do karty sterującej.

Przeprowadzone analizy i badania dotyczyły kinematyki manipulatora typu Triplanar. Logicznym rozwinięciem prac prowadzonych nad tym manipulatorem będzie uwzględnienie mas członów kinematycznych, sił bezwładności i sił zewnętrznych oddziałujących na mechanizm. Badania dynamiki manipulatora będą uwzględniały również siły tarcia w parach kinematycznych.

Biblioteki w języku C++ stworzone podczas pracy na potrzeby oprogramowania symulacyjnego użytego w badaniach, były pisane z myślą o ich łatwym wykorzystaniu w innych aplikacjach budowanych w przyszłości. Autor pracy rozpoczął już rozwijanie programu "Triplanar-Trajektorie", mające na celu stworzenie programu do wizualizacji realizowanej trajektorii opartej na dowolnej liczbie punktów kontrolnych. Program będzie używał zoptymalizowanych algorytmów generowania trajektorii z uwzględnieniem automatycznego unikania położenia osobliwych opisanych w punkcie 11.1.

Niniejsza praca jest podstawą do dalszych prac związanych z badaniem manipulatorów równoległych przestrzennych. Wnioski wyciągnięte z tej pracy będą uwzględnione podczas badań prowadzonych z innymi strukturami manipulatorów, nie tylko manipulatorów typu Triplanar.

## **SPIS ZAŁĄCZNIKÓW NA CD**

Folder [Rozprawa]:

Rozprawa doktorska – Tomasz Kuźmierowski.pdf

Folder [Programy]:

Triplanar - Polozenie.exe

Triplanar - Dwa polozenia.exe

Triplanar - Niedokladnosc.exe

Triplanar - Strefa.exe

Triplanar - Trajektorie.exe

przyklady.dane

Folder [Zalaczniki]:

Załączniki.pdf

## LITERATURA

- [1] Bałchanowski J., Gronowicz A.: Topology and Geometry of 3 DoF Parallel Manipulators. 8t IFToMM Int.Symp. on Mech. Mach. Theory. Bucharest-Romania, 2001.
- [2] Cappel, K.L., "Motion simulator," US Patent No. 3,295,224, January 3, 1967.
- [3] Dasgupta B., Mruthyunjaya T. S.: A canonical formulation of the direct position kinematics problem for a general 6-6 Stewart Platform. Mech. Mach. Theory, vol. 19. No. 6. 1994. s.819-827.
- [4] Denavit J., Hartenberg R.S.: A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices. Journal of Applied Mechanics. June 1955. s.215-221.
- [5] Dindorf R., Łaski P.: Takosoglu J.: Badania modelowe pneumatycznego manipulatora równoległego o kinematyce 3-UPRR. Pneumatyka 3/2005. s.28-31.
- [6] Dindorf R., Łaski P.: Takosoglu J.: Control of electro-pneumatic 3-DOF parallel manipulator using fuzzy logic. Hydraulika a Pneumatika. Slovak Republic 1-2/2005. s.56-69.
- [7] Craig J. J.: Wprowadzenie do robotyki. Mechanika i sterowanie. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1995.
- [8] Frączek J.: Komputerowa metoda analizy dynamicznej łańcuchów kinematycznych manipulatorów. Rozprawa doktorska. Politechnika Warszawska, Warszawa, 1990.
- [9] Galicki M.: Wybrane metody planowania optymalnych trajektorii robotów manipulacyjnych. Wydawnictwa Naukowo Techniczne, Warszawa, 2000.
- [10] Gough, V.E. and Whitehall, S.G., "Universal tyre test machine," Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress, pp. 117-137, May, 1962.
- [11] Gronowicz A.: Podstawy analizy układów kinematycznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2003.
- [12] Gronowicz A., Miller S., Twaróg W.: Teoria maszyn i mechanizmów. Zestaw problemów analiz i projektowania, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1996.
- [13] Gronowicz A., Prucnal-Wieszort M., Wudarczyk S.: Analiza dokładności mechatronicznego generatora trajektorii. Mat. XVII Konf. TMM. Warszawa, 2000. s.241-246.

- [14] Gwinnett, J.E., "Amusement devices," US Patent No. 1,789,680, January 20, 1931.
- [15] Heimann B., Gerth W., Popp K.: Mechatronika. Komponenty, metody, przykłady. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2001.
- [16] Hebsacker M.: Entwurf und Bewertung, Paralleler Werkzeugmaschinen – das Hexaglide. Zurich, 2000.
- [17] Honczarenko J. Roboty przemysłowe. Budowa i zastosowanie. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2004.
- [18] Husty M. L.: An Algorithm for solving the direct kinematics of general Stewart-Gough Platforms. Mech. Mach. Theory. Vol. 31. No. 4. 1996. s.365-380.
- [19] Innocenti C., Perenti-Castelli V.: Echelon Form Solution of Direct Kinematics for the General Fully-Parallel Spherical Wrist. Mech. Mach. Theory. Vol. 28. No. 4. 1993. s.553-561.
- [20] Jarzębowska E., Jarzębowski W.: Podstawy dynamiki mechanizmów i manipulatorów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1998.
- [21] Kaczmarek T.: Napęd elektryczny robotów. Wydawnictwa Politechniki Poznańskiej, Poznań, 1996.
- [22] Kiciak P.: Podstawy modelowania krzywych i powierzchni. Zastosowania w grafice komputerowej. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2000.
- [23] Knapczyk J., Dzierżek S.: Kinematic Analysis of 6S-5S Stewart Platform by Using Vector Method. Proc. of the 3rd Int. Workshop on Advances in Robot Kinematics. Ferrara 1992. s.123-128.
- [24] Knapczyk J., Tora G.: In Anverse Force Analysis of Spherical 3 DOF Parallel Manipulator with Three Linear Actuators Considered as Spring System. Proc. of the 11th CISM-IFTToMM Symp. RoManSy'97. Springer Wien New York 1997. s.53-62.
- [25] Knapczyk J., Lebediew P. A.: Teoria mechanizmów przestrzennych i manipulatorów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1990.
- [26] Koch T.: System budowy modułowych obrabiarek wykorzystujących zamknięty układ kinematyczny. Koch T.: Progressing development of Lean Manufacturing, Global challenges in manufacturing. International IMS Forum 2004. Ed. by Marco Taisch. Villa Erba, Cernobbio, Italy, 17-19 May 2004. Pt. 2. Milano: Politecnico di Milano, 2004.
- [27] Kozłowski K., Dudkiewicz P., Wróblewski W.: Modelowanie i sterowanie robotów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003.

- [28] Kuźmierowski T.: Pozycjonowanie efektor manipulatora przestrzennego równoległego z mechatronicznym napędem podpór. Warsztaty Projektowania Mechatronicznego, Kraków 20-21 V 2004. s.131-137.
- [29] Kuźmierowski T.: Wyznaczanie położenia efektor przestrzennego mechanizmu równoległego. Teoria maszyn i mechanizmów : XIX Konferencja Naukowo-Dydaktyczna, Kraków, 12-14.10.2004 r. s.243-248.
- [30] Kuźmierowski T.: Wyznaczanie strefy roboczej efektor manipulatora przestrzennego równoległego typu Triplanar. Projektowanie mechatroniczne: Zagadnienia wybrane. V Warsztaty Projektowania Mechatronicznego, Kraków, 2005, s.137.144.
- [31] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Analiza kinematyczna manipulatorów dwuczłonowych – dydaktyka. Mat. XVII Ogólnopolskiej Konferencji Naukowo-Dydaktycznej Teorii Maszyn i Mechanizmów. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2000, s.443-450.
- [32] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Komputerowo wspomaganą analizę kinematyczną mechanizmów przestrzennych = Computer aided analysis kinematics of mechanism in three dimensions. IV Seminarium Naukowe : Postępy w sterowaniu i konstrukcji : zbiór streszczeń, Bydgoszcz, 2000, s.31-32.
- [33] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Wspomagane komputerowo wyznaczanie parametrów ruchu efektor manipulatorów. Wydawnictwa Politechniki Białostockiej, Białystok, 2001.
- [34] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Komputerowo wspomaganą analizę kinematyczną mechanizmów przestrzennych. V Seminarium Naukowe : Postępy w sterowaniu i konstrukcji, Bydgoszcz, 2001.
- [35] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Kształtowanie trajektorii efektor manipulatorów. Prace Naukowe Instytutu Konstrukcji i Eksploatacji Maszyn Politechniki Wrocławskiej. Konferencje. XVIII Ogólnopolska Konferencja Naukowo-Dydaktyczna Teorii Maszyn i Mechanizmów, Łądek Zdrój, 18-20.09.2002 r. s.261-266.
- [36] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Computer aided kinematics analysis of 3D mechanisms Rozdz.: Development in control and machinery design, Sempruh J. Wydaw. Uczelniane Akademii Techniczno-Rolniczej, Bydgoszcz, 2002, s.31-40.
- [37] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Zastosowanie napędu korygującego do kształtowania trajektorii efektor manipulatorów. VI Seminarium Naukowe : Postępy w sterowaniu i konstrukcji, Bydgoszcz, 2001.
- [38] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Opis trajektorii 2D efektor z wykorzystaniem

aproxymacji wielomianem trzeciego stopnia. VII Seminarium Naukowe : Postępy w konstrukcji i sterowaniu : zbiór streszczeń i referatów, Bydgoszcz, 2003.

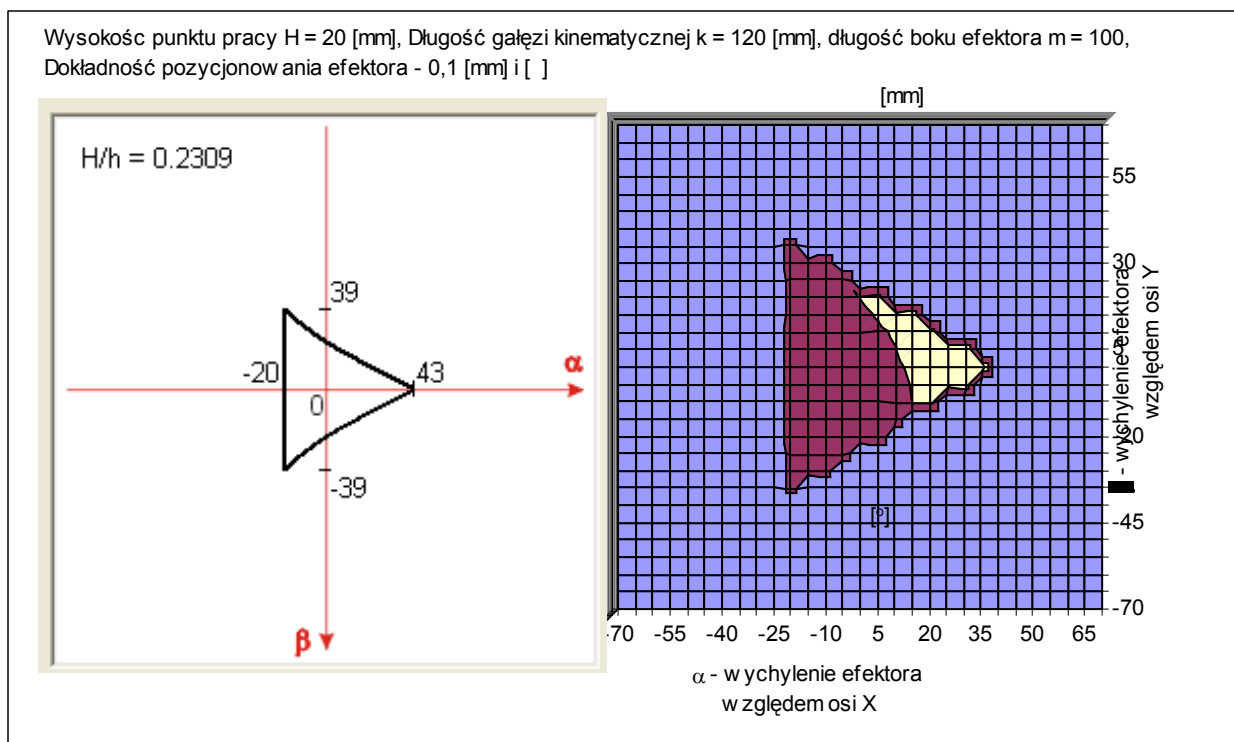
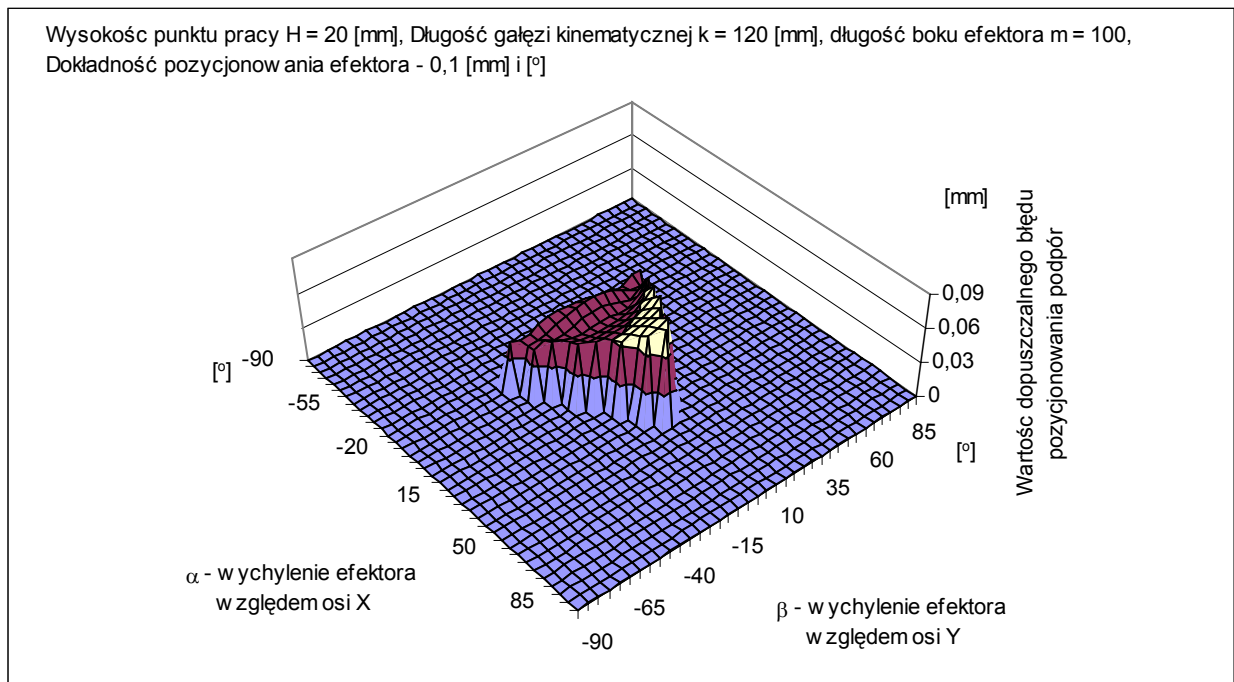
- [39] Kuźmierowski T., Siemieniako F.: Control system of the mechatronics aerostatic planar drive. 6th International Carpathian control Conference : ICC'2005. Proceedings vol.1. s.293-298, Miskolc, 2005.
- [40] Kuźmierowski T., Siemieniako F., Karpovich S.: The coordinates of the aerostatic bearing applied in the generation of the two-dimensional trajectory. Izvestiâ Belorusskoj Inženernoj Akademii, 2003, nr 1/4 str.200-202.
- [41] Kuźmierowski T., Siemieniako F., Karpowicz S.: Mechatronics step motor of the planar aerostatic relative base applied in parallel mechanisms 3D. International Carpathian Control Conference : ICC'2004, Zakopane, May 25-28, 2004, s.739-744.
- [42] Kuźmierowski T., Siemieniako F., Karpowicz S.: Analiza ruchu przestrzennego mechanizmu równoległego. XIX Konferencja Naukowo-Dydaktyczna, Kraków, 12-14.10.2004 r. s.237-241.
- [43] Leinecker R. C., Archer T.: Visual C++ 6. Vademecum profesjonalisty. Wydawnictwo Helion, Gliwice, 2006.
- [44] Łaski P.: Badanie własności kinematycznych i dynamicznych wieloosiowego manipulatora elektropneumatycznego o strukturze platformy Stewarta. Rozprawa doktorska, Kielce, 2006.
- [45] Maxwell J. C.: The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 1890.
- [46] Mianowski K.: Manipulator POLMAN-3x2 do zastosowań neurochirurgicznych. PAK 4/2004, s.5-10.
- [47] Miller S.: Teoria maszyn i mechanizmów. Analiza układów mechanicznych, Wydawnictwo Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 1989.
- [48] Młynarski T.: Uogólniona metoda analityczna analizy kinematycznej mechanizmów płaskich, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków, 1994.
- [49] Morecki A., Knapczyk J.(red.): Podstawy robotyki. Teoria i elementy manipulatorów i robotów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1999.
- [50] Morecki A., Knapczyk J., Kędzior K.: Teoria mechanizmów i manipulatorów. Podstawy i przykłady zastosowań w praktyce, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002.
- [51] Manseur R., Doty K. L.: A Fast Algorithm for Inverse Kinematic Analysis of Robot

- Manipulators. Int. Journal of Robotics Research. Vol.. 7, No. 3. s.52-63, 1988.
- [52] Olszewski M., Barczyk J., Falkowski J.L., Kościelny W. J.: Manipulatory i roboty przemysłowe. Automatyczne maszyny manipulacyjne. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1992.
- [53] Pawłowski J.: Projektowanie mechanizmów. Wspomagany komputerowo dobór cech konstrukcyjnych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1998.
- [54] Pieper D.L.: The Kinematics of Manipulators under Computer Control. Ph.D. Thesis, Stanford Univ., 1968.
- [55] Pierrot F.: Robots Pleinement Paralleles Legers: Conception Modelisation et Commande. These the doctorat. Universitete Montpellier II, Montpellier, 1991.
- [56] Polanski Z.: Planowanie doświadczeń w technice. PWN, Warszawa, 1984.
- [57] Pollard, W.L.V., "Position controlling apparatus," US Patent No. 2,286,571, June 16, 1942.
- [58] Prucnal-Wieszort M.: Analiza ruchu manipulatorów równoległych płaskich w otoczeniu położzeń osobliwych. Rozprawa doktorska, Wrocław, 2003.
- [59] Raghavan M., Roth B.: A General Solution for the Inverse Kinematics of all Series Chains. Proc. of the 8<sup>th</sup> CISM-IFTToMM Symp. RoManSy'90. Kraków 1990. s.21-28.
- [60] Siemieniako F., Kuźmierowski T., Huścio T., Karpovich S.: Mechatroniczny moduł współrzędnościowy do generowania trajektorii 2D. Hydraulika i Pneumatyka 2003 nr. 6 str. 24-26.
- [61] Spong M. W., Vidyasagar M.: Dynamika i sterowanie robotów. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1997.
- [62] Sternheim F.: Computation of the direct and inverse geometric models of the Delta 4 parallel robot, Robotersysteme 3, 1987, s.199-203.
- [63] Stewart, D., "A platform with six degrees of freedom," Proceedings of the IMechE, Vol. 180, Pt. 1, No. 15, pp. 371-385, 1965-66.
- [64] Stępniewski A. A.: Modele symulacyjne. Planowanie trajektorii i analiza ruchu maszyn manipulacyjnych. Uczelniane Wydawnictwa Naukowo-Dydaktyczne, Kraków, 2004.
- [65] Szkodny T.: Modele matematyczne ruchu manipulatorów robotów przemysłowych na potrzeby sterowania. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Gliwice, 1993.
- [66] Wawrzecki J.: Teoria manipulatorów. Wydawnictwa Politechniki Łódzkiej, Łódź, 1995.
- [67] <http://rtm.uni-paderborn.de>

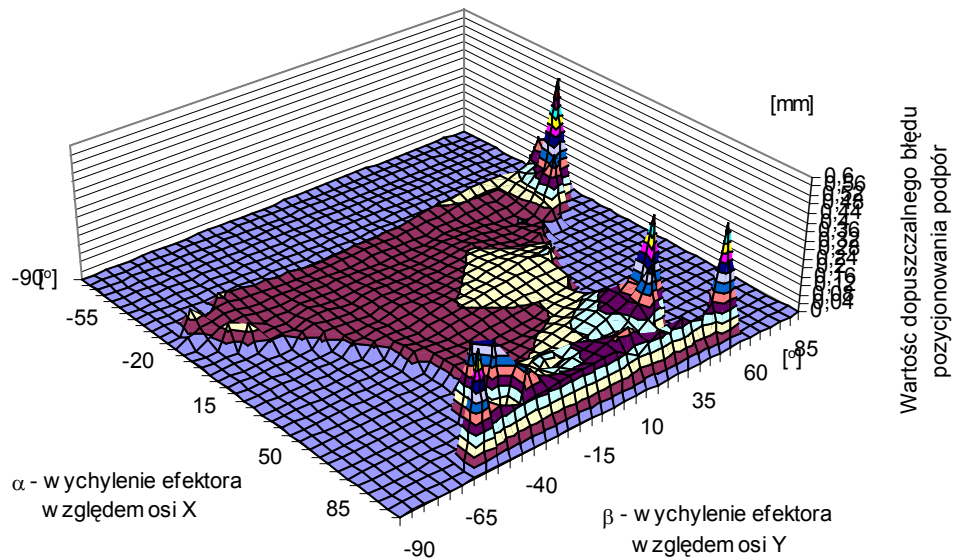
- [68] <http://robotics.ing.unibs.it>
- [69] <http://rtm.uni-paderborn.de/forschung/triplanar/index.php>
- [70] <http://synthetica.eng.uci.edu/~curtis/index.html>
- [71] <http://www.ruchservomotor.com>
- [72] <http://www.abb.be>
- [73] <http://www.hexel.com>
- [74] <http://www.iwf.ing.tu-bs.de>
- [75] <http://www.lapic.ru>
- [76] <http://www.mikromat.net>
- [77] <http://www.parallemic.org>
- [78] <http://www.physikinstrumente.com/en/products/>
- [79] <http://www.polytecpi.com/hexapod.htm>
- [80] <http://www1.cs.columbia.edu/~laza/Stewart/thesis/>
- [81] [http://wwwrobot.gmc.ulaval.ca/home\\_ang.html](http://wwwrobot.gmc.ulaval.ca/home_ang.html)
- [82] <http://www-sop.inria.fr/coprin/equipe/merlet/Photo/mosaic.html>
- [83] <http://www.brownandsharpe.com/>

# ZAŁĄCZNIKI

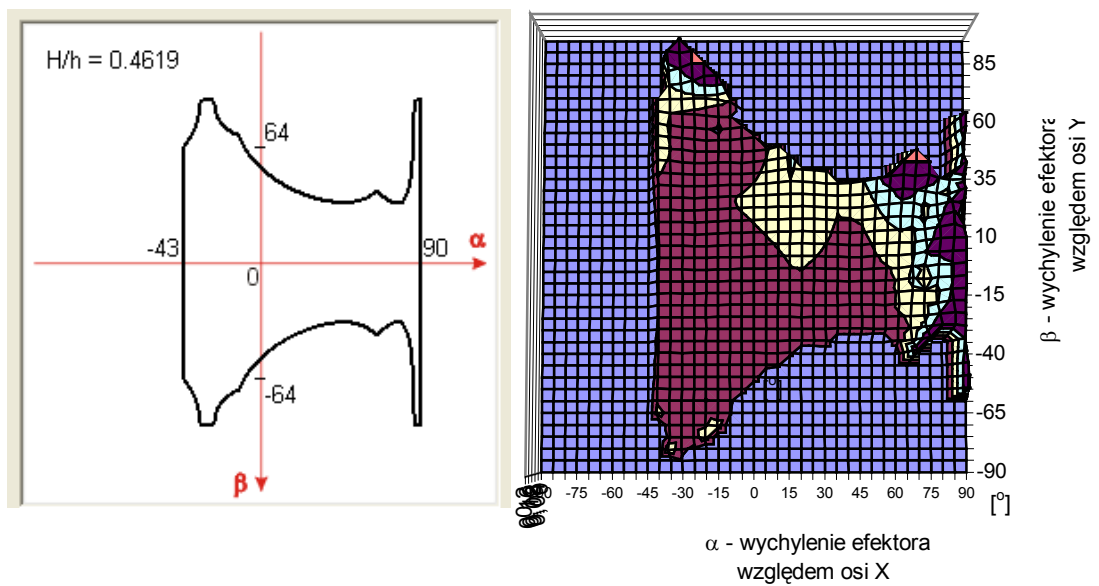
Wykresy dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór w całym zakresie zmian kątów  $\alpha$  i  $\beta$  dla wybranych wysokości punktu pracy efektora  $H$  (strefa robocza  $S_H$ ) oraz konfiguracji geometrycznych manipulatora.



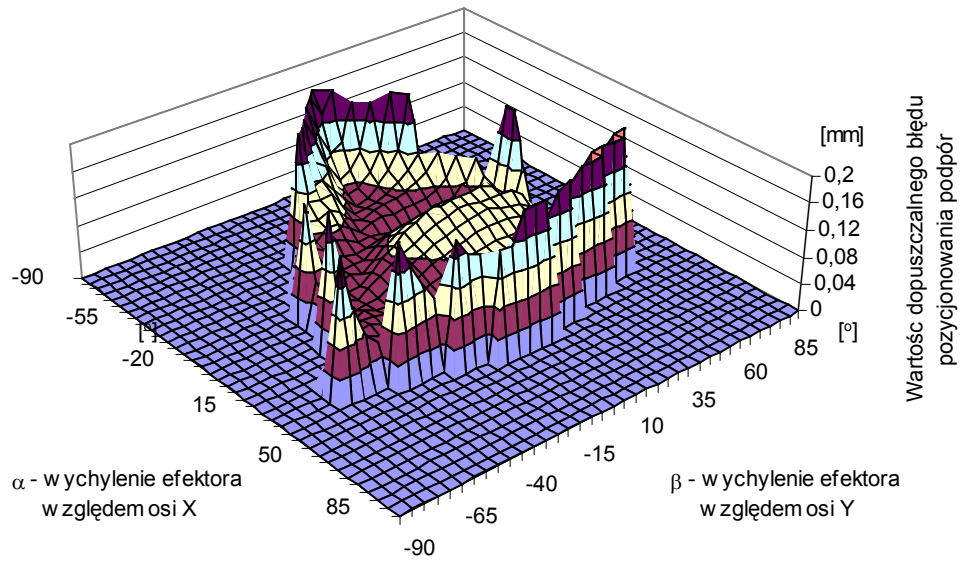
Wysokość punktu pracy  $H = 40$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



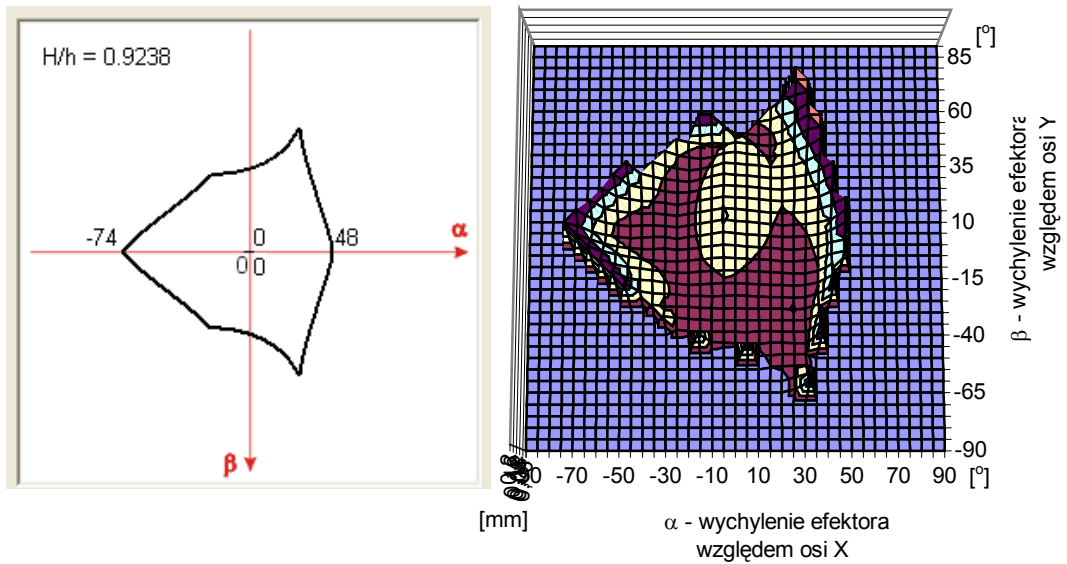
Wysokość punktu pracy  $H = 40$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



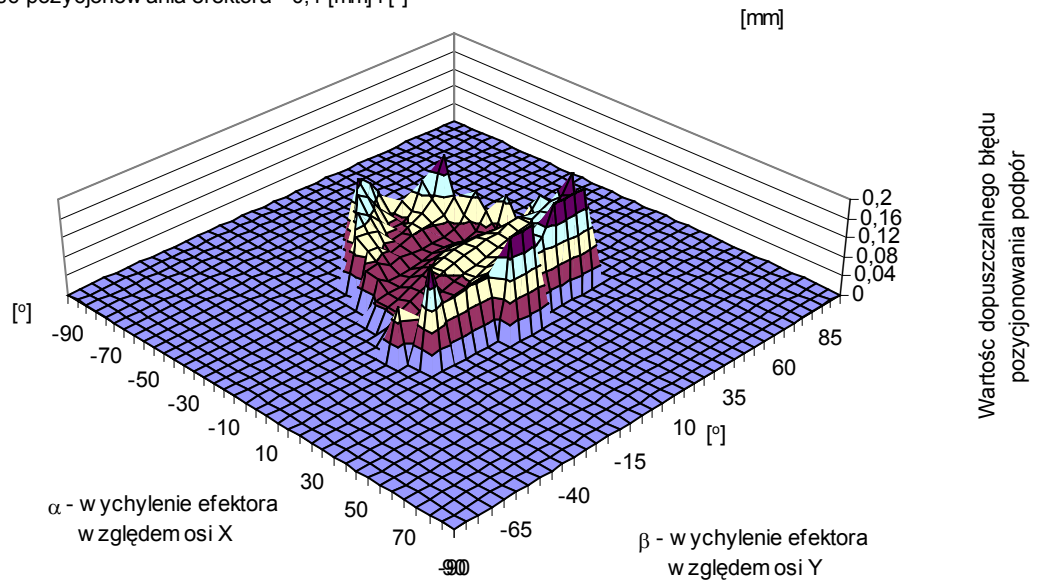
Wysokość punktu pracy  $H = 80$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



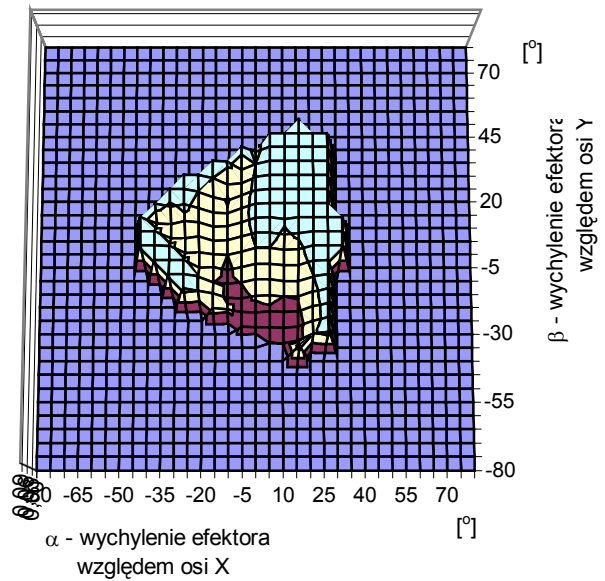
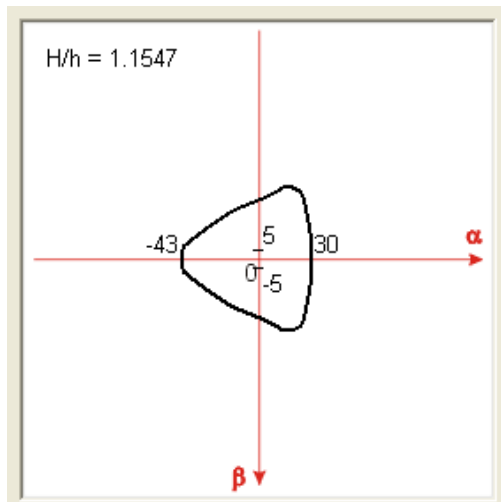
Wysokość punktu pracy  $H = 80$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



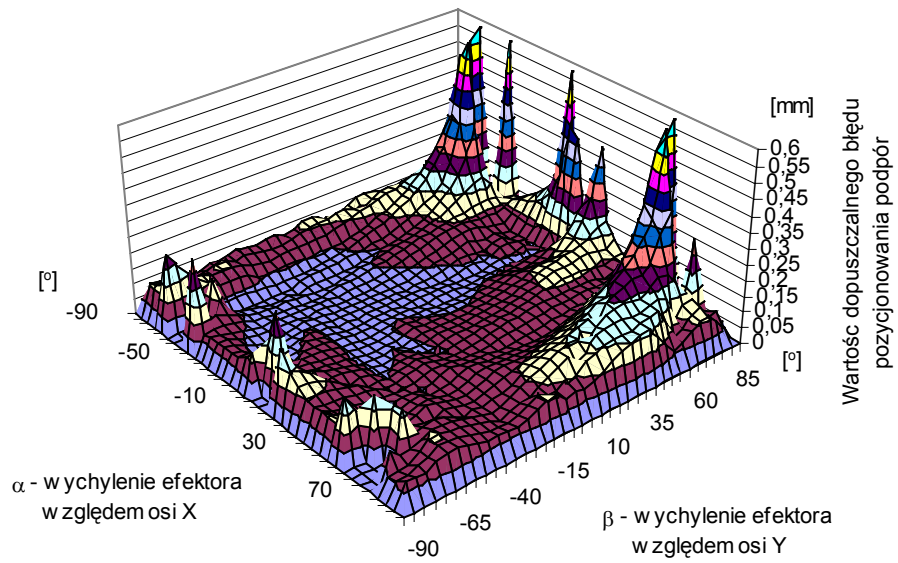
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



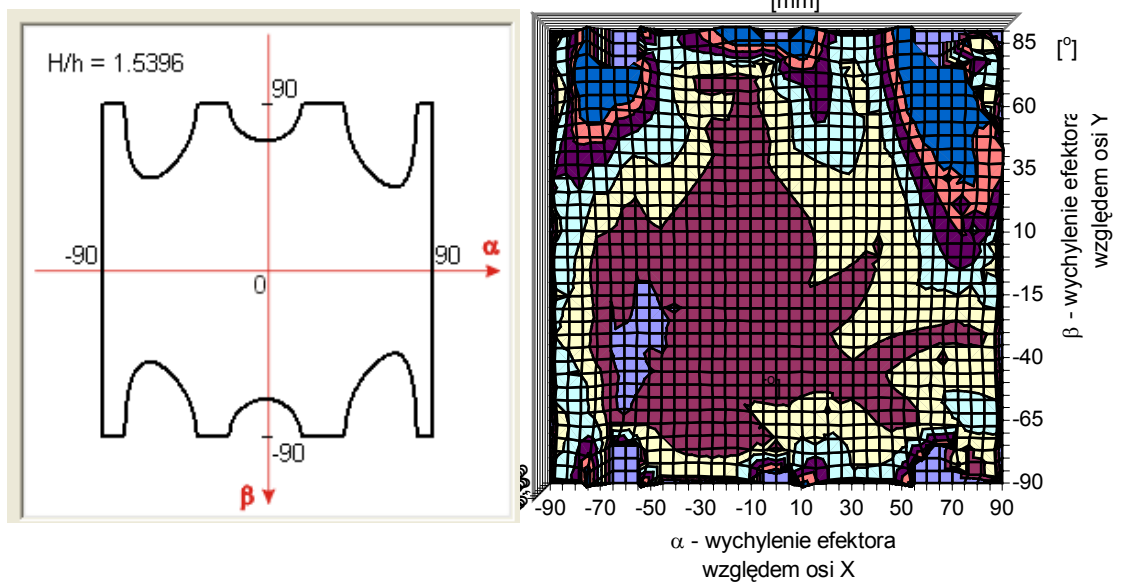
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 100$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



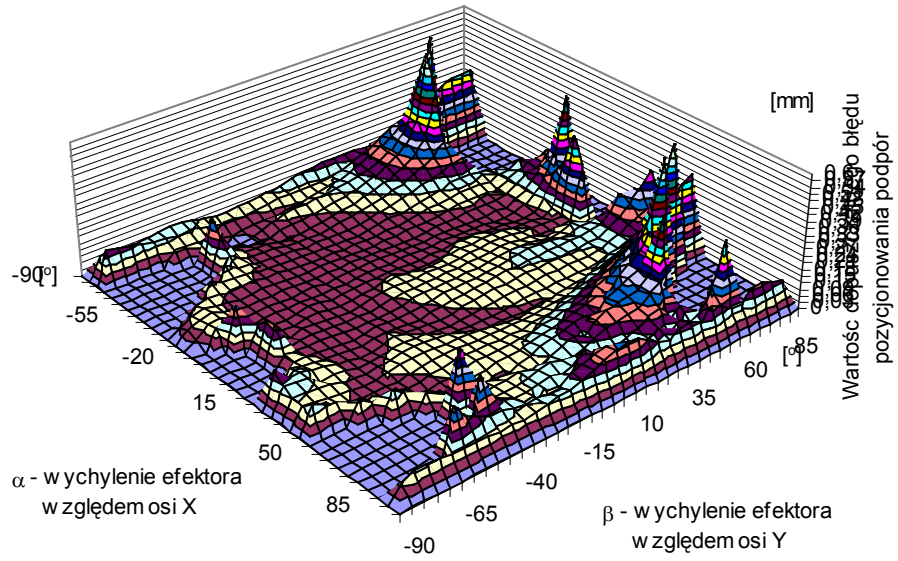
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



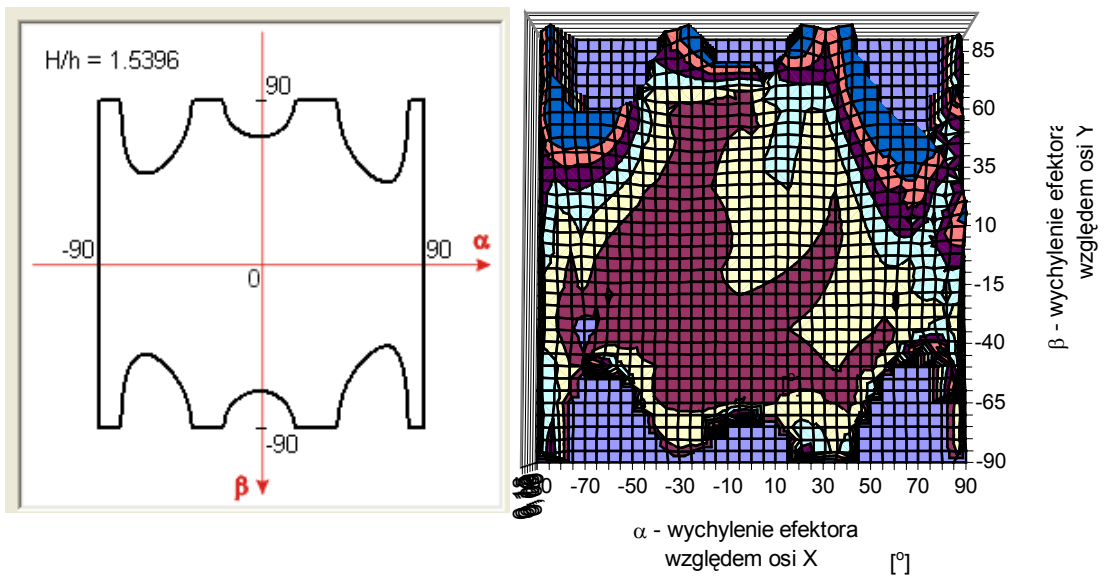
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



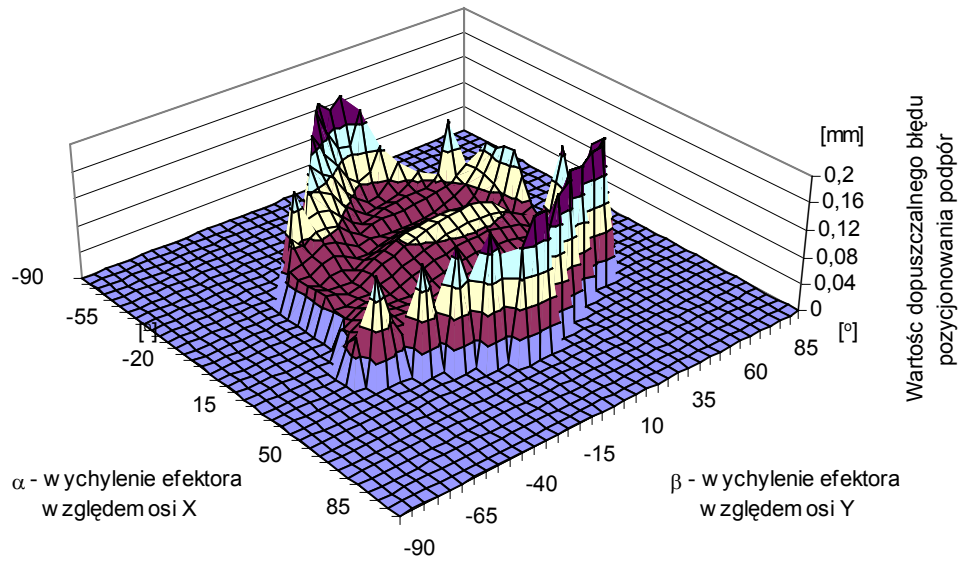
Wysokość punktu pracy  $H = 40$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\ ]$



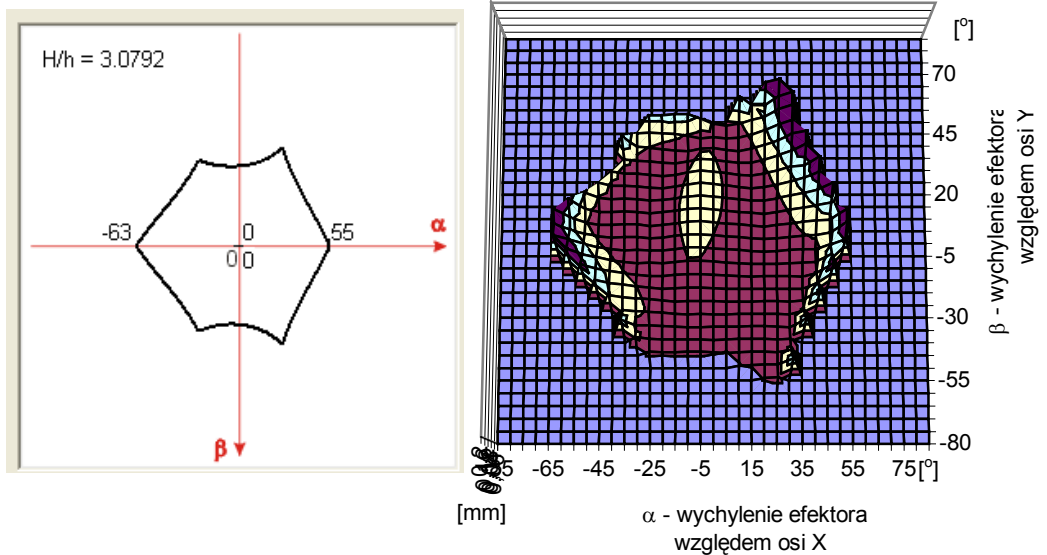
Wysokość punktu pracy  $H = 40$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\ ]$



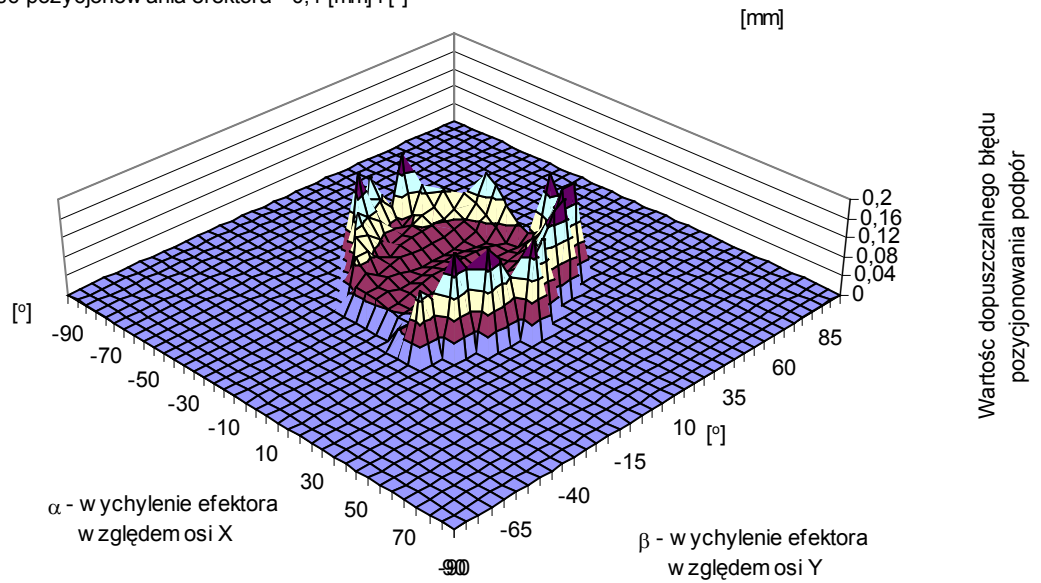
Wysokość punktu pracy  $H = 80$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



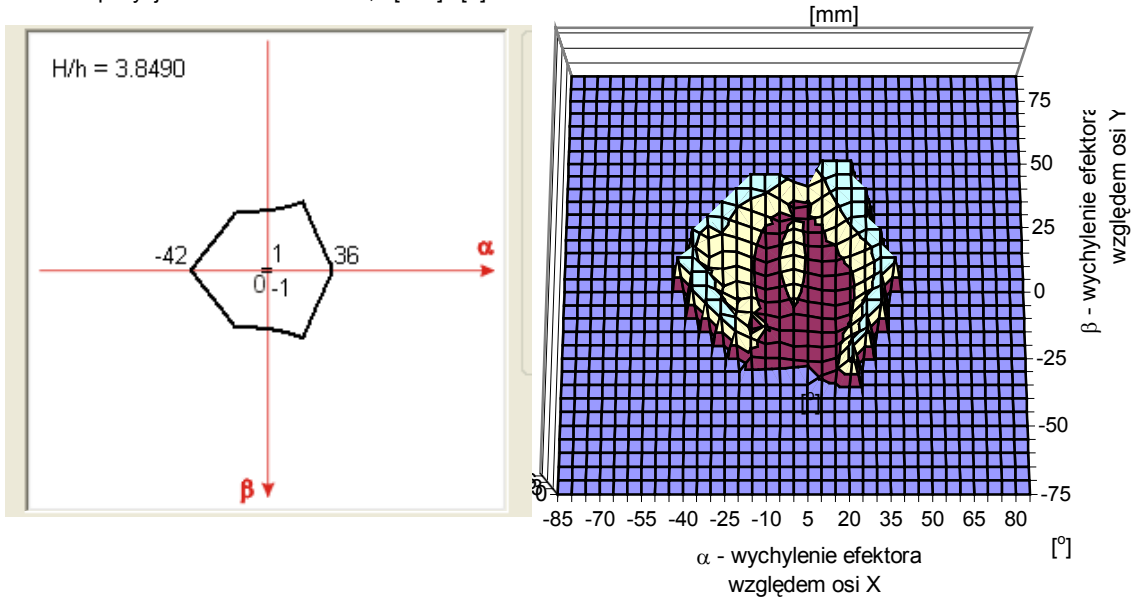
Wysokość punktu pracy  $H = 80$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



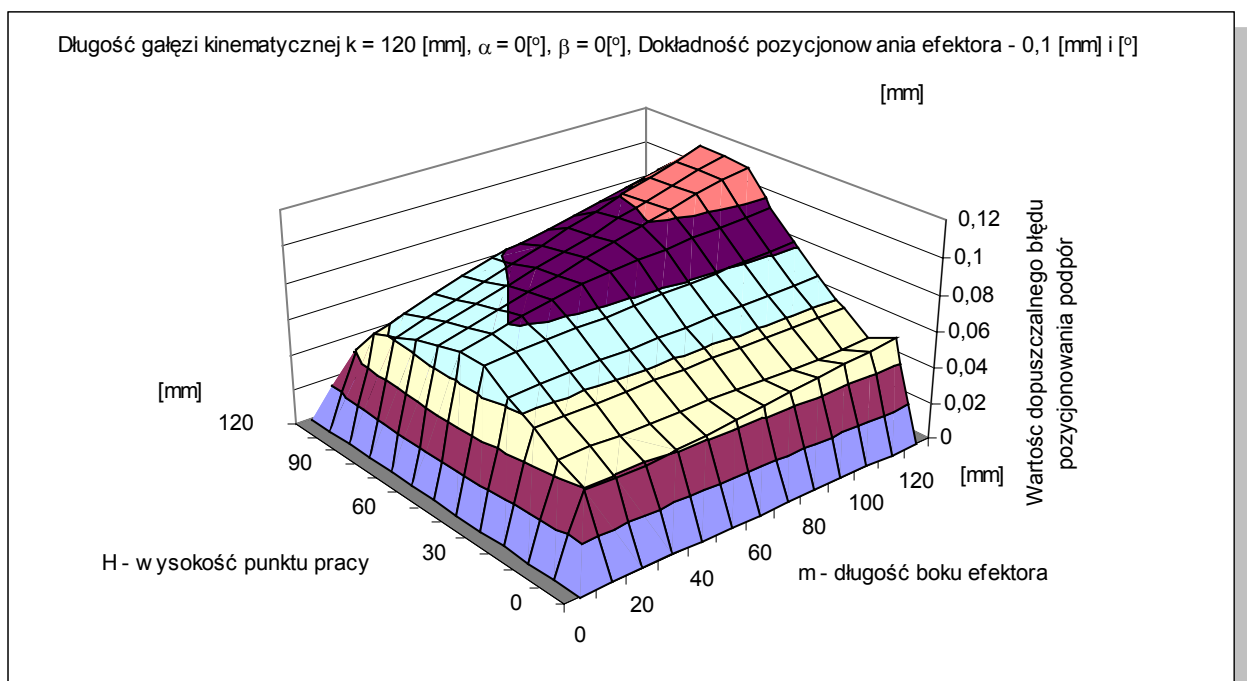
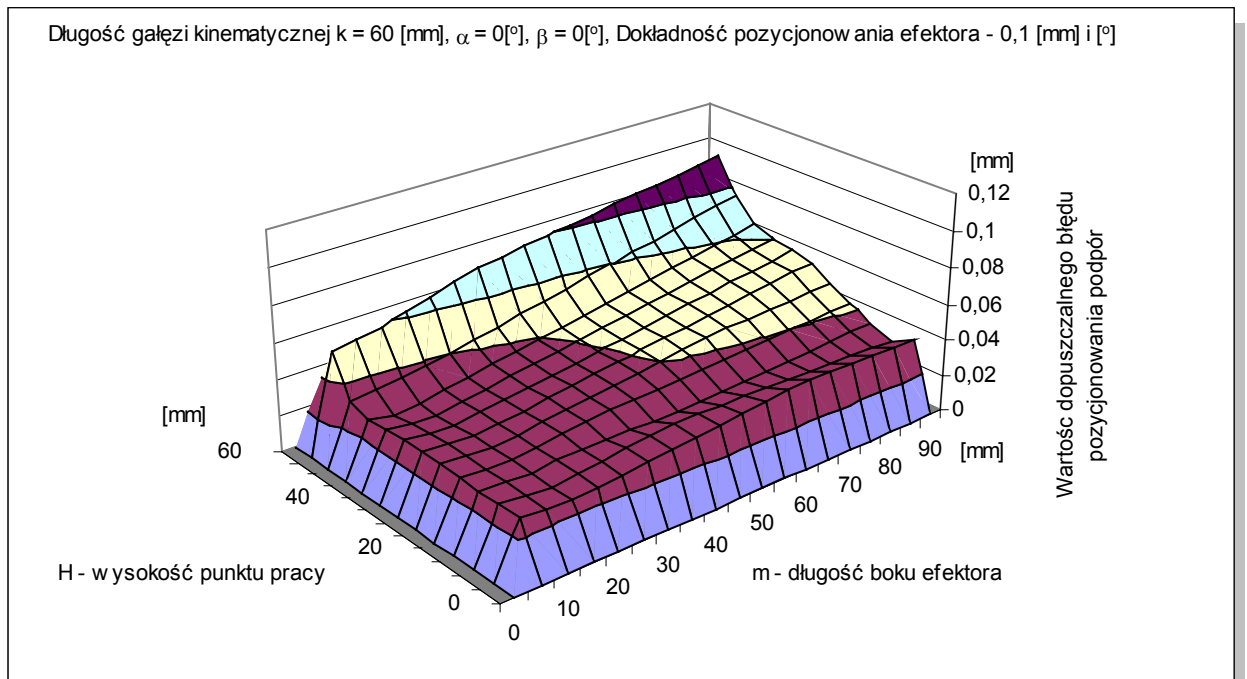
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i [°]



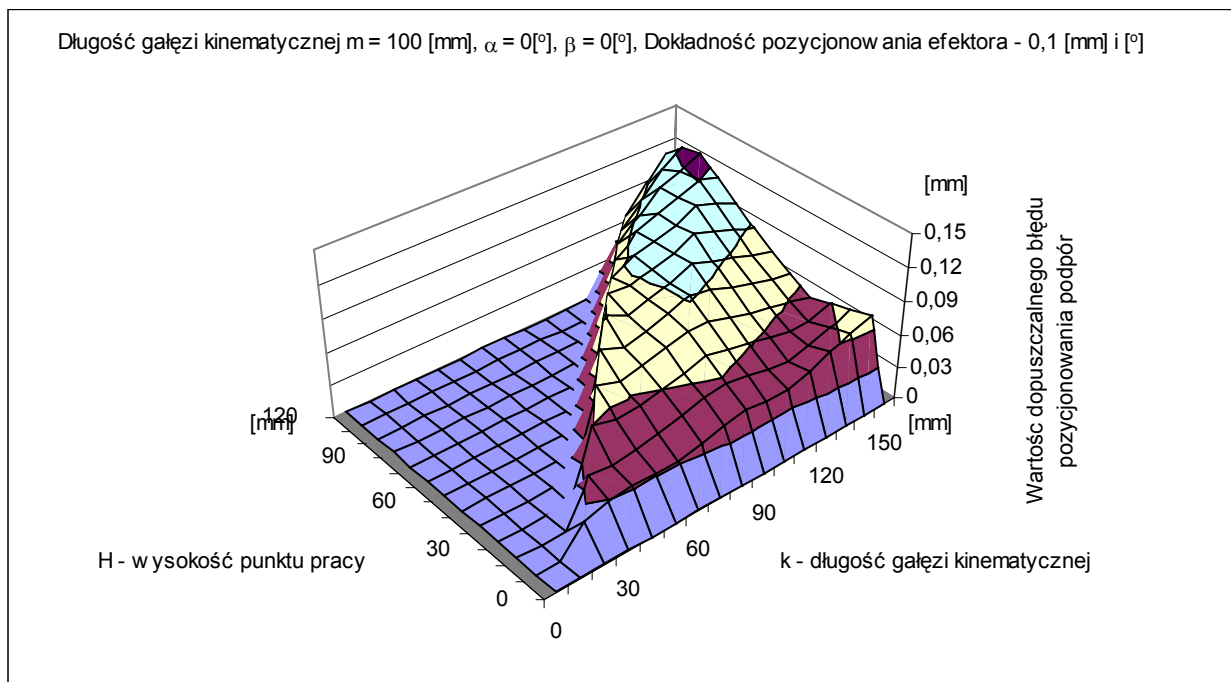
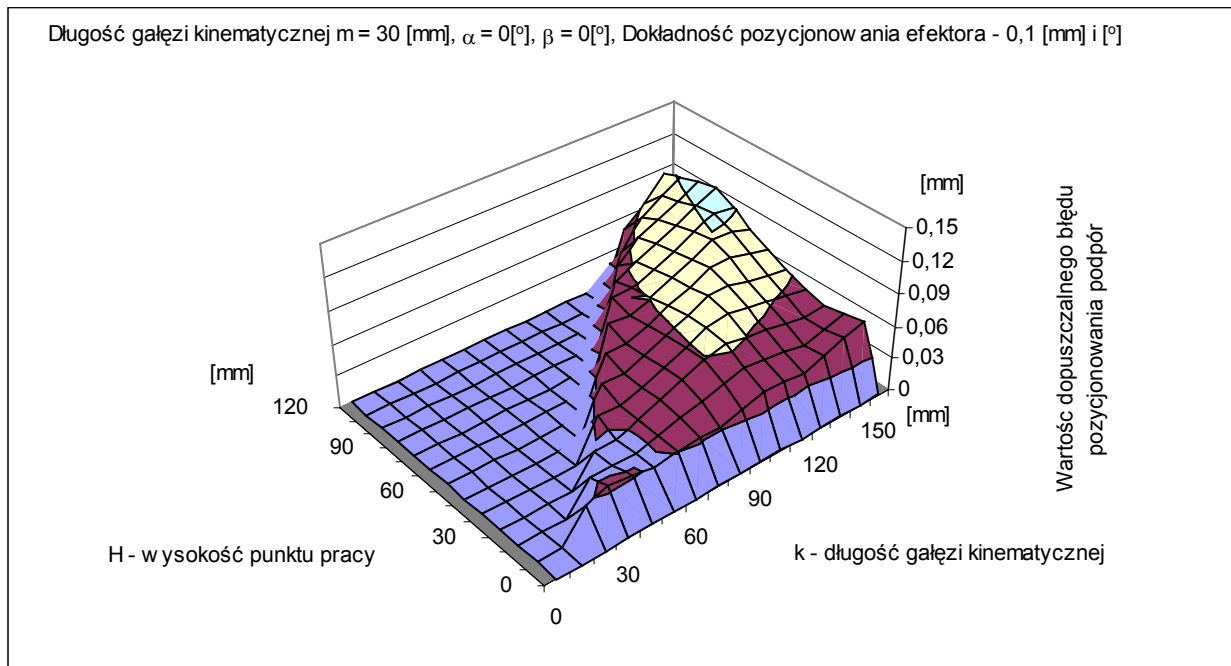
Wysokość punktu pracy  $H = 20$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 120$  [mm], długość boku efektora  $m = 30$ ,  
 Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i [°]



$$\text{Bład} = f(m, H)$$



$$\text{Błąd} = f(k, H)$$

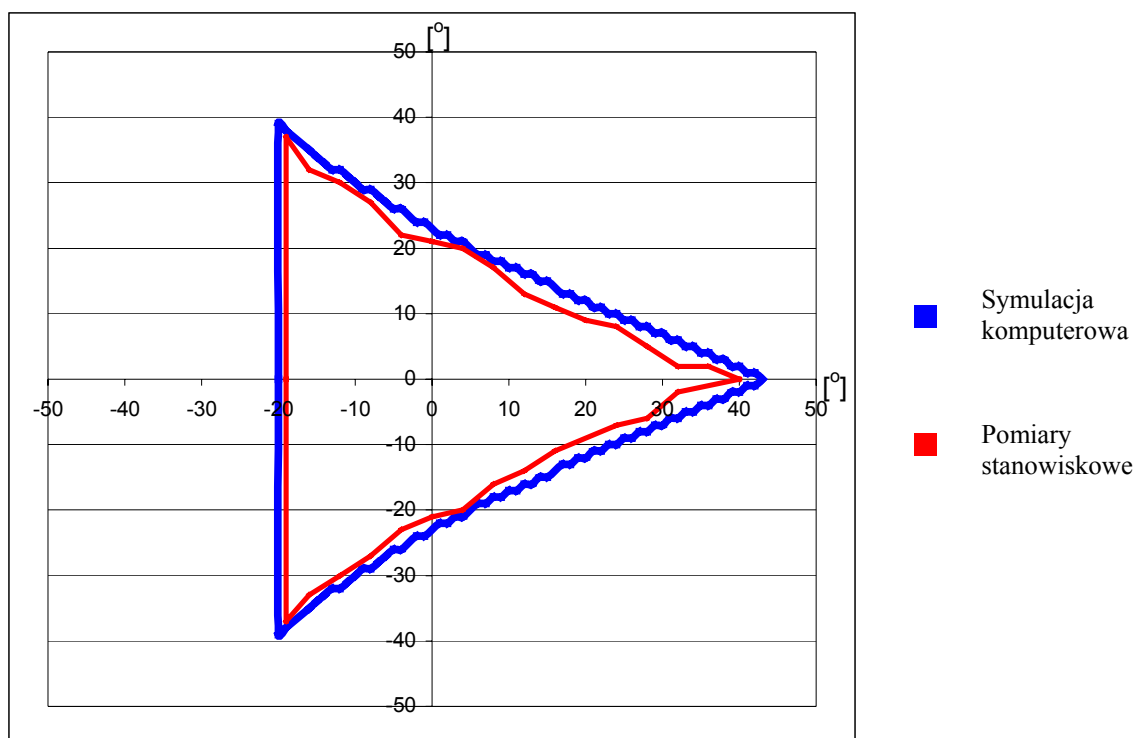


Wyniki pomiarów położenia efektora

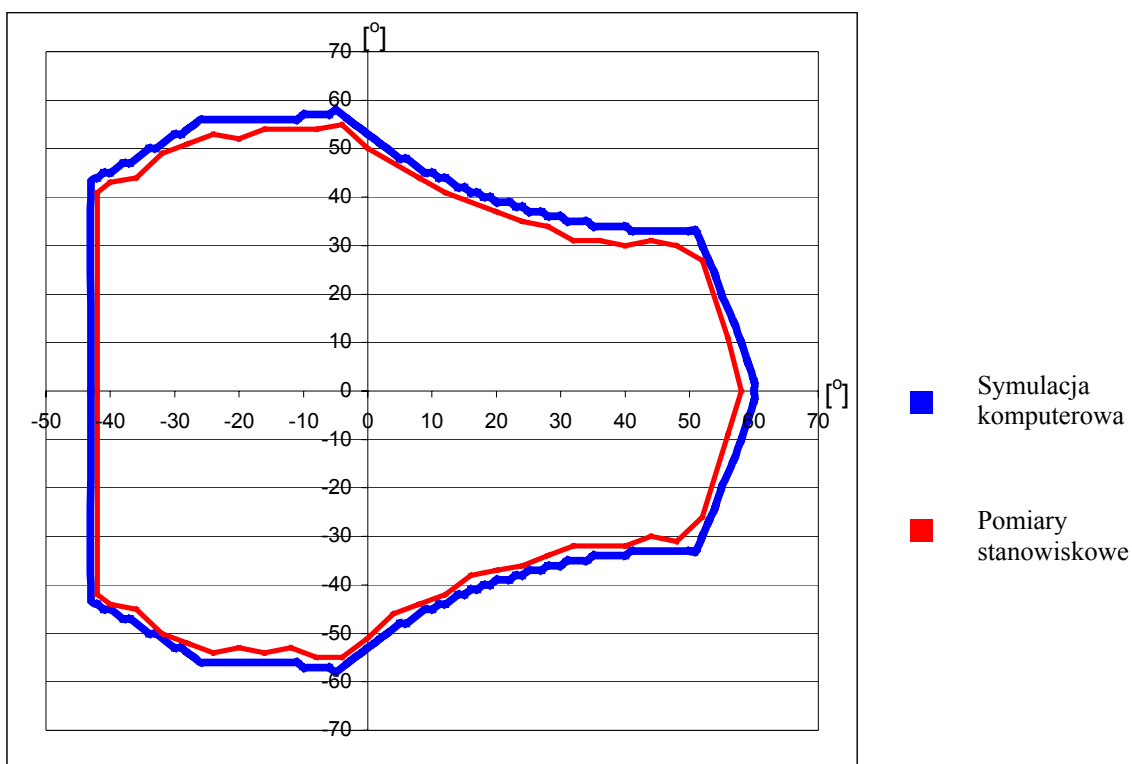
Badana konfiguracja	Współrzędne punktów - pomiar stanowiskowy Średnia 100 pomiarów	Współrzędne punktów – symulacja komputerowa	Różnica współrzędnych wyliczonych i zmierzonych Wartość bezwzględna
[mm],[°]	[mm]	[mm]	[mm]
k=400, m=500, H=300, $\alpha=0$ , $\beta=0$	M (-250.01, -144.34, 299.98) N ( 250.02, -144.35, 300.02) P (0.02, 288.65, 300.03) A (-0.03, -408.92, 0) B (354.14, 204.46, 0) C (-354.12, 204.44, 0)	M (-250, -144.337, 300) N ( 250, -144.337, 300) P (0, 288.675, 300) A (0, -408.913, 0) B (354.129, 204.456, 0) C (-354.129, 204.456, 0)	$\Delta M$ (0.01, 0.003, 0.02) $\Delta N$ (0,02, 0.013, 0.02) $\Delta P$ (0,02, 0.025, 0.03) $\Delta A$ (0.03, 0.007, 0) $\Delta B$ (0.011, 0.004, 0) $\Delta C$ (0.009, 0.0016, 0)
k=400, m=500, H=300, $\alpha=0$ , $\beta=15$	M (-241.49, -144.32, 364.68) N (241.47, -144.34, 235.31) P (0.01, 288.69, 299.96) A (-80,40 -396.38, 0) B (361.51, 246.44, 0) C (-332.53, 140.60, 0)	M (-241.481, -144.337, 364.705) N (241.481, -144.337, 235.295) P (0, 288.675, 300) A (-80,385 -396.405, 0) B (361.549, 246.457, 0) C (-332.534, 140.618, 0)	$\Delta M$ (0.09, 0.017, 0.025) $\Delta N$ (0,011, 0.003, 0.015) $\Delta P$ (0,01, 0.015, 0.04) $\Delta A$ (0.015, 0.025, 0) $\Delta B$ (0.039, 0.017, 0) $\Delta C$ (0.004, 0.018, 0)
k=400, m=500, H=300, $\alpha=15$ , $\beta=0$	M (-249.90, -139.44, 266.65) N ( 250.01, -139.43, 262.66) P (0, 278.81, 374.69) A (-0.12, -441.01, 0) B (285.14, 250.83, 0) C (-285.15, 250.82, 0)	M (-250, -139.419, 266.643) N ( 250, -139.419, 262.643) P (0, 278.839, 374.715) A (0, -441.112, 0) B (285.138, 250.817, 0) C (-285.138, 250.817, 0)	$\Delta M$ (0.1, 0.021, 0.007) $\Delta N$ (0,01, 0.011, 0.017) $\Delta P$ (0, 0.029, 0.025) $\Delta A$ (0.12, 0.102, 0) $\Delta B$ (0.002, 0.013, 0) $\Delta C$ (0.012, 0.003, 0)
k=400, m=500, H=300, $\alpha=15$ , $\beta=15$	M (-241,46 -156.20, 325.08) N ( 241.47, -122.66, 200.12) P (0.08, 278.82, 374.69) A (-47.30, -437.39, 0) B (285.58, 302.19, 0) C (-270.46, 184.32, 0)	M (-241,481 -156.166, 325.143) N ( 241.481, -122.672, 200.143) P (0, 278.839, 374.715) A (-47.313, -437.379, 0) B (285.559, 302.18, 0) C (-270.478, 184.336, 0)	$\Delta M$ (0.021, 0.034, 0.063) $\Delta N$ (0,011, 0.012, 0.023) $\Delta P$ (0.08, 0.019, 0.025) $\Delta A$ (0.013, 0.011, 0) $\Delta B$ (0.021, 0.01, 0) $\Delta C$ (0.018, 0.016, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=0$ , $\beta=0$	M (-249.92, -144.32, 99.93) N ( 250.09, -144.32, 100.12) P (0.11, 288.60, 100.08) A (-0.04, -531.71, 0) B (460.38, 265.89, 0) C (-460.39, 265.91, 0)	M (-250, -144.337, 100) N ( 250, -144.337, 100) P (0, 288.675, 100) A (0, -531.636, 0) B (460.41, 265.818, 0) C (-460.41, 265.818, 0)	$\Delta M$ (0.08, 0.017, 0.07) $\Delta N$ (0,09, 0.017, 0.12) $\Delta P$ (0.11, 0.075, 0.08) $\Delta A$ (0.04, 0.074, 0) $\Delta B$ (0.03, 0.072, 0) $\Delta C$ (0.02, 0.092, 0)

k=400, m=500, H=100, $\alpha=0$ , $\beta=15$	M (-241.47, -144.30, 164.74) N ( 241.52, -144.34, 35.34) P (0.07, 288.69, 99.92) A (-26.81, -530.82, 0) B (460.55, 271.84, 0) C (-458.59, 240.70, 0)	M (-241.481, -144.337, 164.705) N ( 241.481, -144.337, 35.295) P (0, 288.675, 100) A (-26.795, -530.708, 0) B (460.67, 271.848, 0) C (-458.478, 240.74, 0)	$\Delta M$ (0.011, 0.037, 0.035) $\Delta N$ (0,039, 0.003, 0.045) $\Delta P$ (0.07, 0.015, 0.08) $\Delta A$ (0.015, 0.112, 0) $\Delta B$ (0.12, 0.08, 0) $\Delta C$ (0.112, 0.04, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=15$ , $\beta=0$	M (-250.14, -139.40, 62.69) N ( 250.12, -139.41, 62.67) P (-0.13, 278.96, 174.83) A (0.16, -534.52, 0) B (437.88, 288.71, 0) C (-437.92, 288.72, 0)	M (-250, -139.419, 62.643) N ( 250, -139.419, 62.643) P (0, 278.839, 174.715) A (0, -534.484, 0) B (438.04, 288.619, 0) C (-438.04, 288.619, 0)	$\Delta M$ (0.14, 0.019, 0.047) $\Delta N$ (0,12, 0.009, 0.027) $\Delta P$ (0.13, 0.121, 0.115) $\Delta A$ (0.16, 0.036, 0) $\Delta B$ (0.16, 0.091, 0) $\Delta C$ (0.12, 0.101, 0)
k=400, m=500, H=100, $\alpha=15$ , $\beta=15$	M (-241,66 -156.26, 125.08) N ( 241.59, -122.57, 0.10) P (0.20, 278.96, 174.80) A (11.16, -534.39, 0) B (437.40, 306.54, 0) C (-437.39, 254.36, 0)	M (-241,481 -156.166, 125.143) N ( 241.481, -122.672, 0.143) P (0, 278.839, 174.715) A (11.174, -534.326, 0) B (437.277, 306.471, 0) C (-437.458, 254.239, 0)	$\Delta M$ (0.179, 0.094, 0.063) $\Delta N$ (0,109, 0.102, 0.043) $\Delta P$ (0.078, 0.121, 0.085) $\Delta A$ (0.014, 0.064, 0) $\Delta B$ (0.123, 0.069, 0) $\Delta C$ (0.068, 0.121, 0)

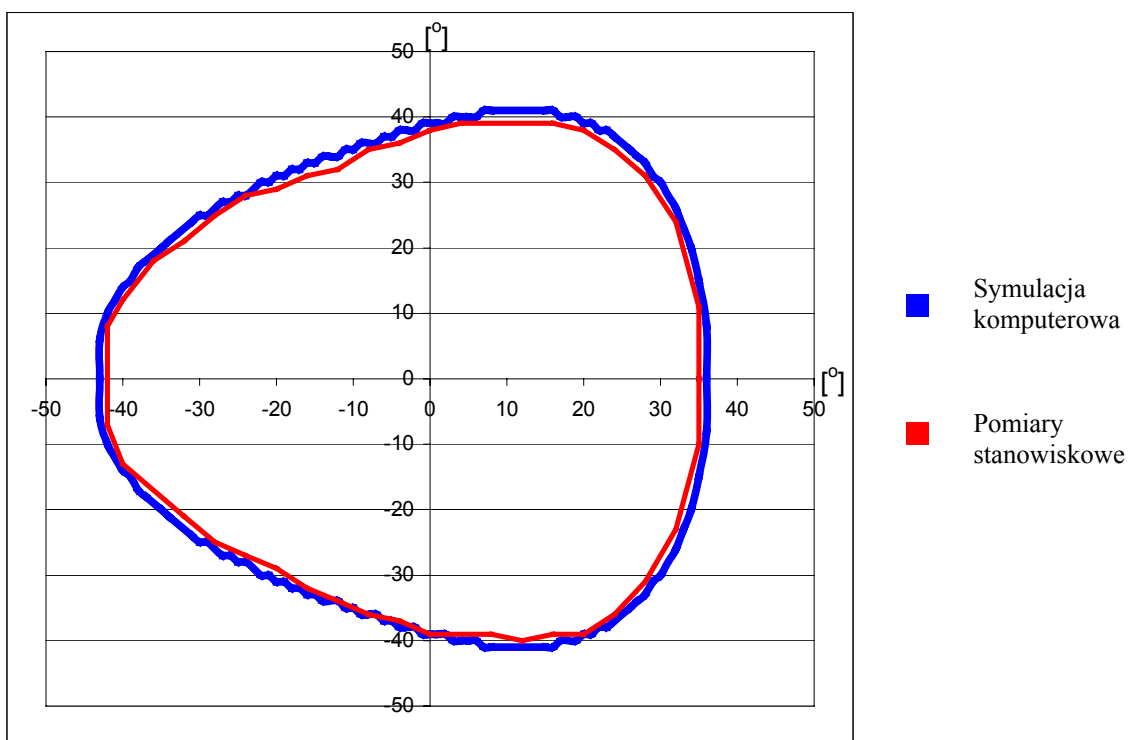
### Wyniki i porównanie pomiarów strefy roboczej efektora



Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy H = 100 [mm]



*Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy  $H = 200$  [mm]*

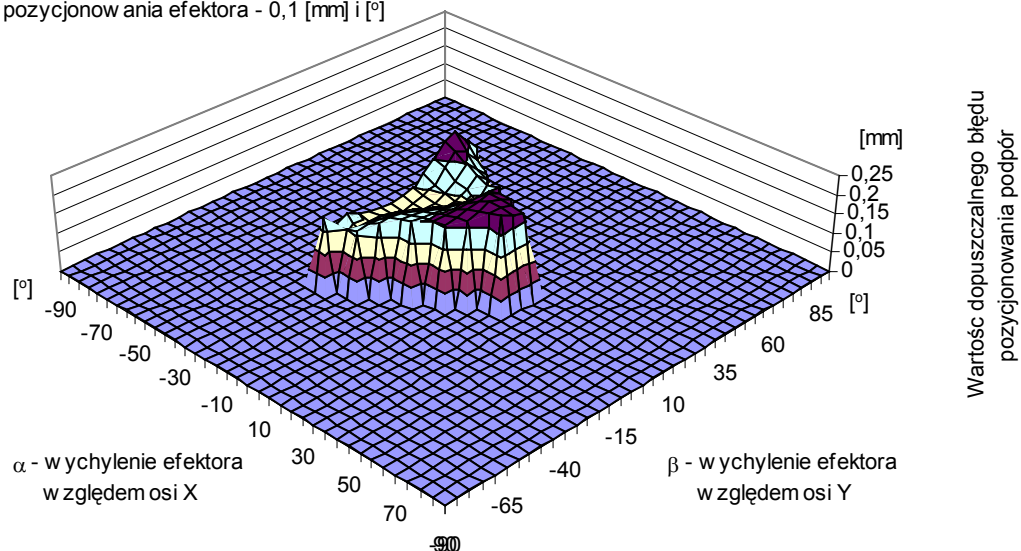


*Strefa robocza z symulacji i z pomiarów dla wysokości punktu pracy  $H = 300$  [mm]*

## Wyniki i porównanie pomiarów dokładności pozycjonowania podpór

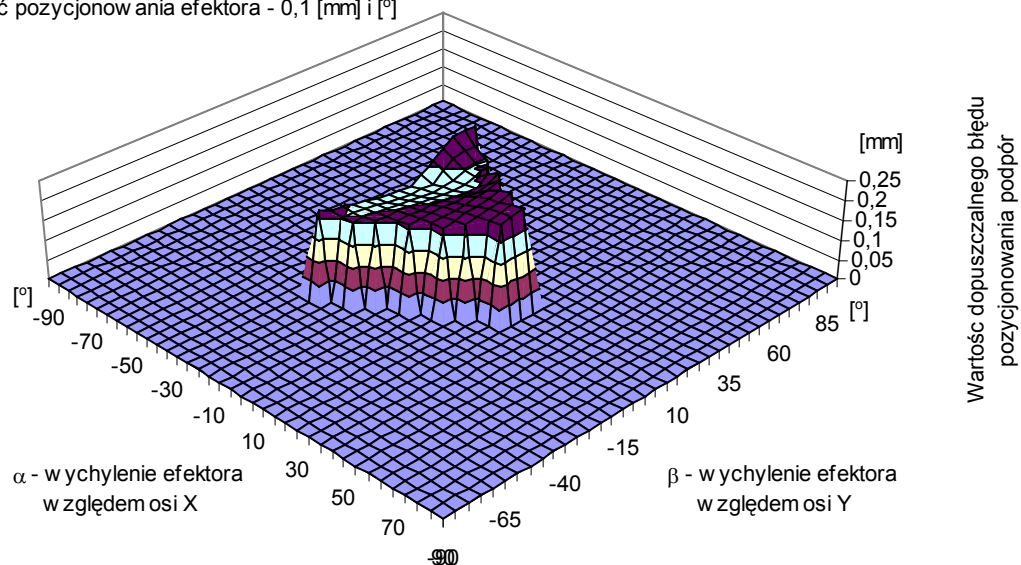
### WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Wysokość punktu pracy  $H = 100$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ ,  
Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$



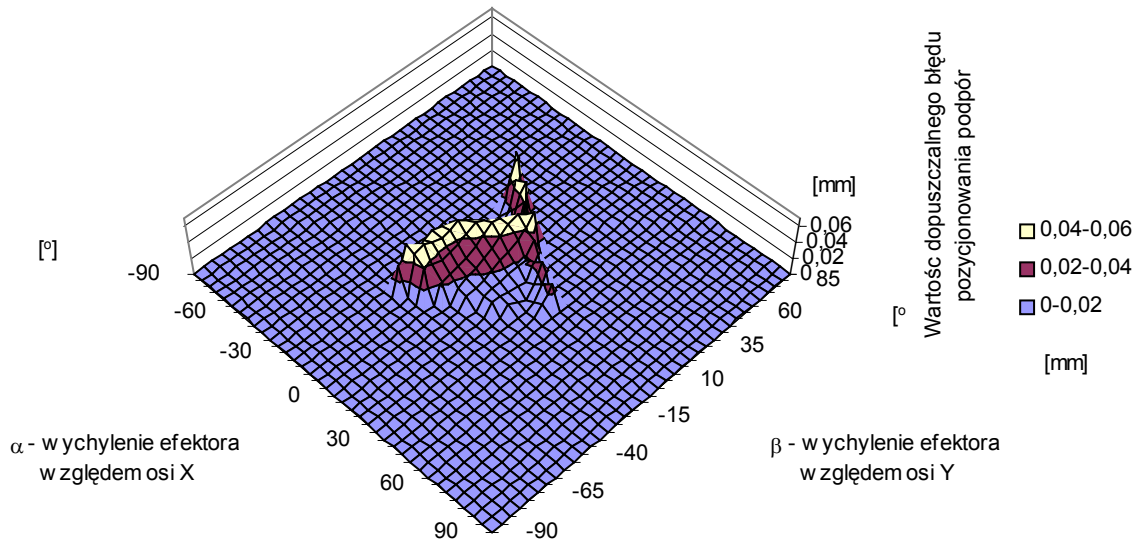
### WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH

Wysokość punktu pracy  $H = 100$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ ,  
Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$



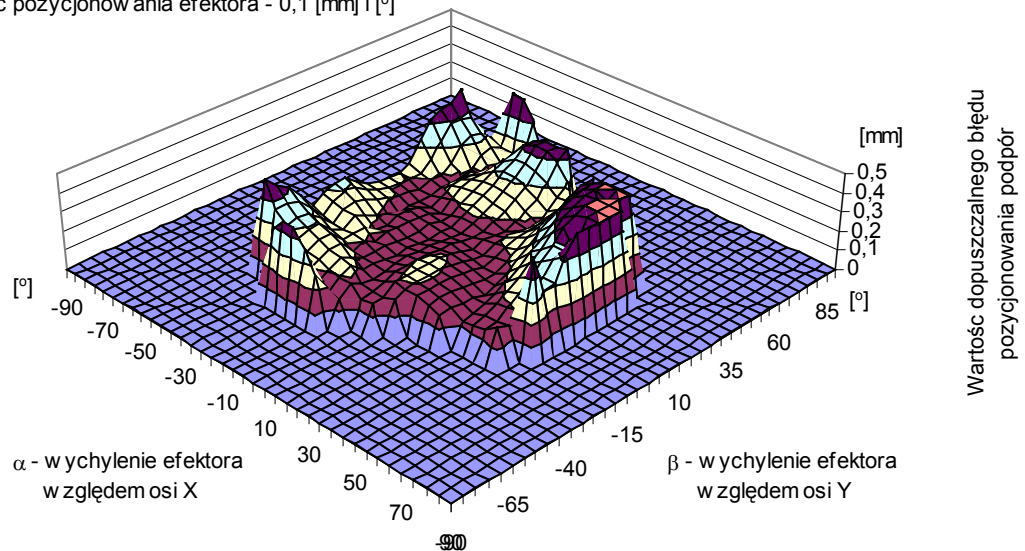
### RÓŻNICA MIĘDZY POMIARAMI I SYMULACJĄ

Wysokość punktu pracy  $H = 100$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



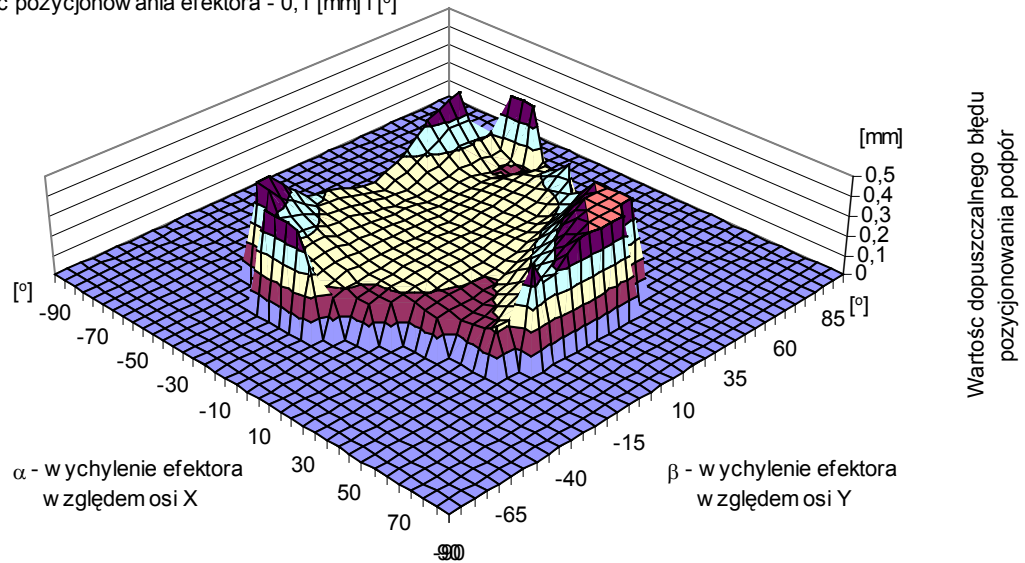
### WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

Wysokość punktu pracy  $H = 200$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



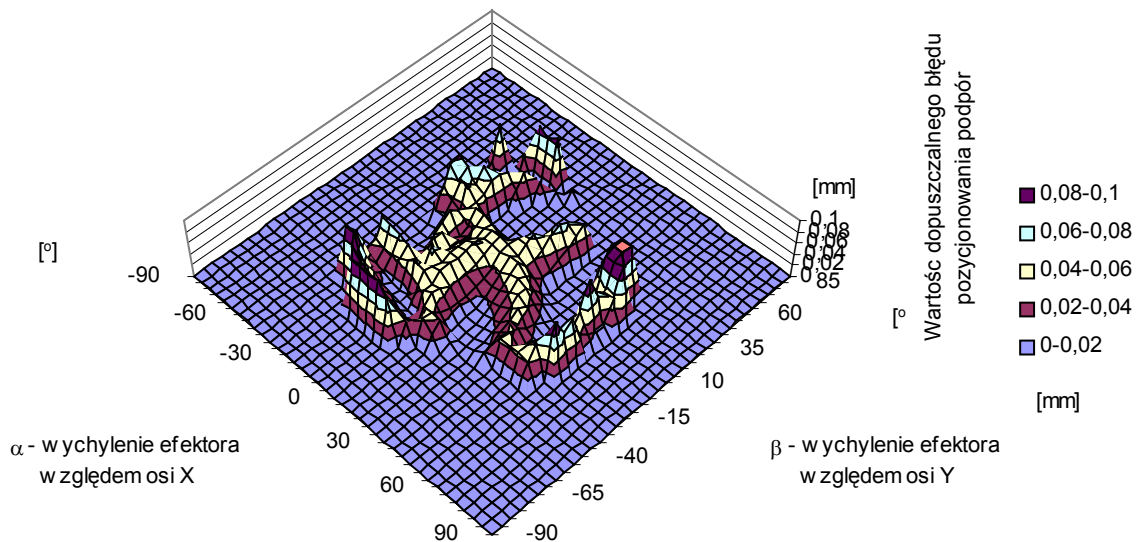
### WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH

Wysokość punktu pracy  $H = 200$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



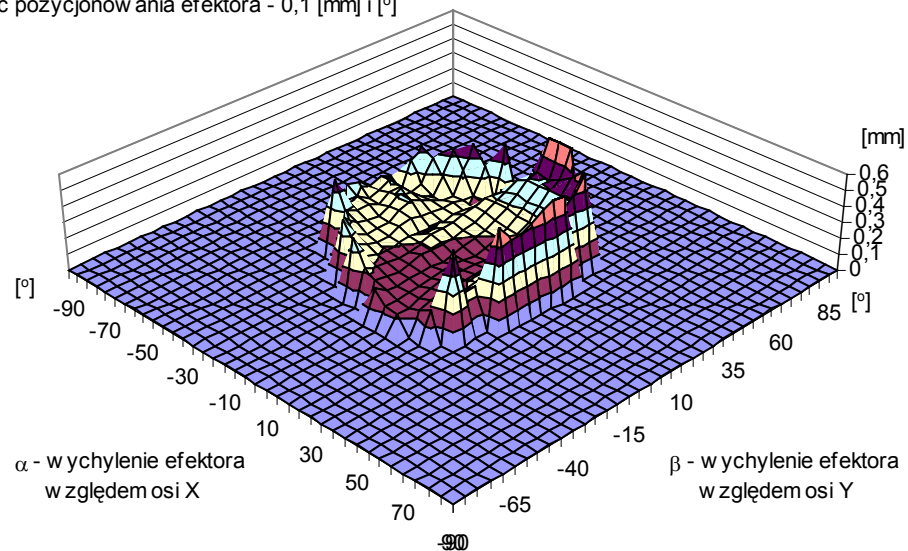
### RÓŻNICA MIĘDZY POMIARAMI I SYMULACJĄ

Wysokość punktu pracy  $H = 200$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $[\circ]$



### WYNIKI SYMULACJI KOMPUTEROWEJ

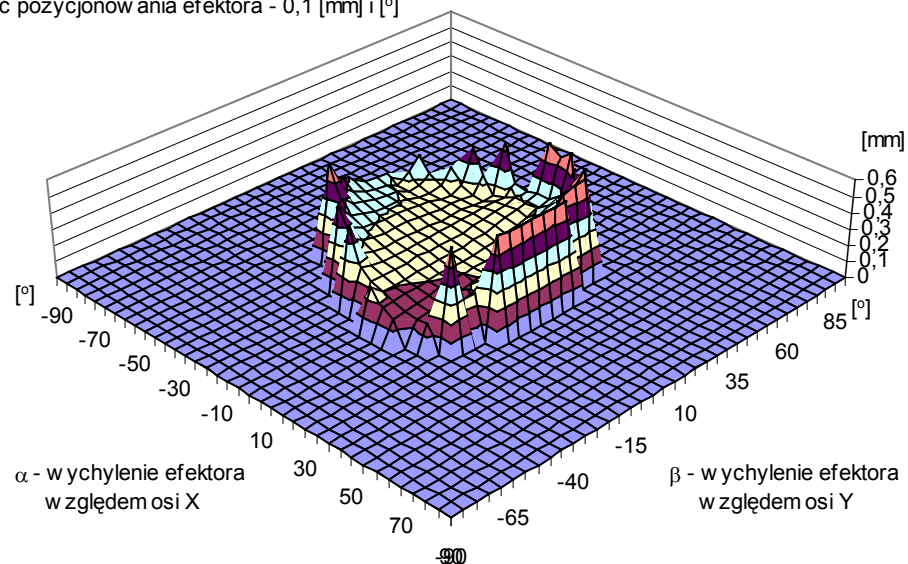
Wysokość punktu pracy  $H = 300$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$



Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór

### WYNIKI POMIARÓW STANOWISKOWYCH

Wysokość punktu pracy  $H = 300$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $^{\circ}$



Wartość dopuszczalnego błędu pozycjonowania podpór

### RÓŻNICA MIĘDZY POMIARAMI I SYMULACJĄ

Wysokość punktu pracy  $H = 300$  [mm], Długość gałęzi kinematycznej  $k = 400$  [mm], długość boku efektora  $m = 500$ , Dokładność pozycjonowania efektora -  $0,1$  [mm] i  $0^\circ$

