

Przemysław Korohoda *

Projektowanie banków filtrów wyższych rzędów dla potrzeb transmultipleksacji**

1. Wprowadzenie

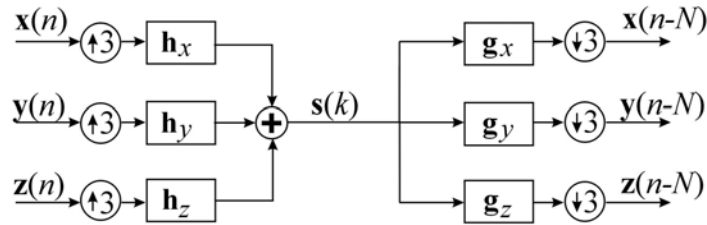
Transmultipleksacja jest pojęciem opisującym rodzinę systemów, które dla potrzeb zapisu lub transmisji łączą M sygnałów w jeden sygnał, z wykorzystaniem R -krotnego nadpróbkowania [2, 3]. Wszystkie rozważane tutaj sygnały są sygnałami z czasem dyskretnym, czyli mogą być interpretowane jako ciągi próbek. Istotną cechą opisywanych systemów jest idealne odtworzenie sygnałów wejściowych (*Perfect Reconstruction*). W literaturze opisane są rozwiązania dla $R \geq M$, przy czym rozwiązania te dotyczą filtrów o skończonej odpowiedzi impulsowej FIR (*Finite Impulse Response*) o liczbie współczynników równych M . Wydłużanie odpowiedzi impulsowej pozwala jednak na bardziej elastyczne kształtowanie charakterystyk częstotliwościowych filtru [2], a zatem na lepsze dostosowanie tego filtru do specyfiki wymagań danego zastosowania. Dlatego też w niniejszym opracowaniu przedstawiono propozycję wyznaczania zestawów filtrów dekomponujących i syntetyzujących dla systemu z transmultipleksacją, gwarantujących dokładne odtworzenie, gdy liczba współczynników filtrów przekracza M . Rysunek 1 przedstawia ideę transmultipleksacji, gdy $M = 3$. Dokładne odtworzenie ma miejsce, gdy sygnały na wyjściu są wierną kopią sygnałów wejściowych, jedynie opóźnionych o N taktów. Warto zwrócić uwagę, iż sygnał s posiada w tym przykładzie 3-krotnie większe tempo próbkowania niż sygnały wejściowe, czyli $R = M$. W [3] rozważane są również przypadki, gdy wzrost tempa próbkowania jest większy niż liczba sygnałów wejściowych.

W dalszej części opracowania przyjęto, iż w przypadku zmiennych wektorowych indeks wyrażony w nawiasie okrągłym odnosi się do wskazanej tym indeksem współrzędnej wektora (zatem jest to skalar), natomiast indeks dolny przy wektorze stanowi identyfikator całego wektora, zmieniającego się wraz z tym indeksem.

W celu opracowania warunków idealnego odtworzenia posłużono się macierzowym zapisem filtracji splotowej, czyli w dziedzinie pierwotnej, przy wykorzystaniu efektu nadpróbkowania. Przyjęto także, iż krotność nadpróbkowania jest równa liczbie sygnałów.

* Katedra Elektroniki, Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

** Praca zrealizowana w ramach badań własnych AGH w roku 2005, nr 10.10.120.311



Rys. 1. Schemat systemu transmultipleksującego dla trzech sygnałów

2. Macierzowy opis systemu transmultipleksacji w dziedzinie pierwotnej

Przyjmijmy iż sygnał wejściowy liniowego systemu stacjonarnego, odpowiedź impulsowa tego systemu oraz sygnał wyjściowy mogą być opisane jako odpowiednie wektory kolumnowe: $\mathbf{x}$, $\mathbf{h}$, $\mathbf{v}$. Wówczas proces filtracji może być zapisany następująco

$$\mathbf{v}(n) = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{h}(k) \cdot \mathbf{x}(n-k) \quad (1)$$

Przyjmując dla ustalenia uwagi $K = 8$, równanie (1) można również przedstawić w postaci wektorowej

$$\mathbf{v}(n) = [\mathbf{h}(0) \quad \mathbf{h}(1) \quad \mathbf{h}(2) \quad \mathbf{h}(3) \quad \mathbf{h}(4) \quad \mathbf{h}(5) \quad \mathbf{h}(6) \quad \mathbf{h}(7)] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{x}(n-1) \\ \mathbf{x}(n-2) \\ \mathbf{x}(n-3) \\ \mathbf{x}(n-4) \\ \mathbf{x}(n-5) \\ \mathbf{x}(n-6) \\ \mathbf{x}(n-7) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Wprowadzenie M -krotnego nadpróbkowania powoduje następującą modyfikację sygnału wejściowego (tu, dla ustalenia uwagi: $M = 3$)

$$\mathbf{x}_M = [\mathbf{x}(n) \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{x}(n-1) \quad 0 \quad 0 \quad \mathbf{x}(n-2) \quad 0]^T \quad (3)$$

Wynik filtracji takiego sygnału, po opuszczeniu mnożeń, w których uczestniczą zera, można zatem zapisać wektorowo

$$\mathbf{v}_M(k) = [\mathbf{h}(0) \quad \mathbf{h}(3) \quad \mathbf{h}(6)] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{x}(n-1) \\ \mathbf{x}(n-2) \end{bmatrix} \quad (4)$$

przy czym indeksy k oraz n są powiązanie poprzez operację nadpróbkowania

$$k = M \cdot n \quad (5)$$

Na podstawie powyższych rozważań wyliczenie kolejnych elementów wektora $\mathbf{v}_M$ można zapisać macierzowo

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_M(k) \\ \mathbf{v}_M(k+1) \\ \mathbf{v}_M(k+2) \\ \mathbf{v}_M(k+3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(3) & \mathbf{h}(6) \\ 0 & \mathbf{h}(1) & \mathbf{h}(4) & \mathbf{h}(7) \\ 0 & \mathbf{h}(2) & \mathbf{h}(5) & 0 \\ \mathbf{h}(0) & \mathbf{h}(3) & \mathbf{h}(6) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n+1) \\ \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{x}(n-1) \\ \mathbf{x}(n-2) \end{bmatrix} \quad (6)$$

W zapisie (6) przyjęto, iż rozważany filtr posiada $K = 4$ współczynniki. Przedstawiony sposób opisu można łatwo uogólnić dla dowolnych wartości K oraz M .

W celu wyjaśnienia dalszego sposobu rozumowania rozważymy przykładowy system dla $M = 3$ oraz $K = 8$. Jeżeli skonstruujemy wektor zawierający próbki wszystkich trzech sygnałów w pięciu kolejnych chwilach pierwotnego taktowania (przed nadpróbkowaniem)

$$\mathbf{xyz}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{y}(n) \\ \mathbf{z}(n) \end{bmatrix}_{3 \times 1} \Rightarrow \mathbf{s}_{xyz,n} = \begin{bmatrix} \mathbf{xyz}_{n+2} \\ \mathbf{xyz}_{n+1} \\ \mathbf{xyz}_n \\ \mathbf{xyz}_{n-1} \\ \mathbf{xyz}_{n-2} \end{bmatrix}_{15 \times 1} \quad (7)$$

to w celu otrzymania zsumowanego sygnału nadpróbkowanego w kolejnych 8 taktach

$$\mathbf{s}_k = [\mathbf{s}(k) \quad \mathbf{s}(k+1) \quad \mathbf{s}(k+2) \quad \mathbf{s}(k+3) \quad \mathbf{s}(k+4) \quad \mathbf{s}(k+5) \quad \mathbf{s}(k+6) \quad \mathbf{s}(k+7)]^T \quad (8)$$

powinno się posłużyć następującą macierzą zawierającą odpowiedzi impulsowe filtrów syntetyzujących $\mathbf{h}$, stanowiącą odpowiednio rozbudowaną wersję macierzy z równania (6)

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(0) & \mathbf{h}_y(0) & \mathbf{h}_z(0) & \mathbf{h}_x(3) & \mathbf{h}_y(0) & \mathbf{h}_z(0) & \mathbf{h}_x(6) & \mathbf{h}_y(6) & \mathbf{h}_z(6) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(1) & \mathbf{h}_y(1) & \mathbf{h}_z(1) & \mathbf{h}_x(4) & \mathbf{h}_y(1) & \mathbf{h}_z(1) & \mathbf{h}_x(7) & \mathbf{h}_y(7) & \mathbf{h}_z(7) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(2) & \mathbf{h}_y(2) & \mathbf{h}_z(2) & \mathbf{h}_x(5) & \mathbf{h}_y(2) & \mathbf{h}_z(2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(0) & \mathbf{h}_y(0) & \mathbf{h}_z(0) & \mathbf{h}_x(3) & \mathbf{h}_y(3) & \mathbf{h}_z(3) & \mathbf{h}_x(6) & \mathbf{h}_y(3) & \mathbf{h}_z(3) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(1) & \mathbf{h}_y(1) & \mathbf{h}_z(1) & \mathbf{h}_x(4) & \mathbf{h}_y(4) & \mathbf{h}_z(4) & \mathbf{h}_x(7) & \mathbf{h}_y(4) & \mathbf{h}_z(4) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{h}_x(2) & \mathbf{h}_y(2) & \mathbf{h}_z(2) & \mathbf{h}_x(5) & \mathbf{h}_y(5) & \mathbf{h}_z(5) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{h}_x(0) & \mathbf{h}_y(0) & \mathbf{h}_z(0) & \mathbf{h}_x(3) & \mathbf{h}_y(3) & \mathbf{h}_z(3) & \mathbf{h}_x(6) & \mathbf{h}_y(6) & \mathbf{h}_z(6) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{h}_x(1) & \mathbf{h}_y(1) & \mathbf{h}_z(1) & \mathbf{h}_x(4) & \mathbf{h}_y(4) & \mathbf{h}_z(4) & \mathbf{h}_x(7) & \mathbf{h}_y(7) & \mathbf{h}_z(7) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Filtracja może być teraz zapisana za pomocą równania macierzowego

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{D} \cdot \mathbf{s}_{xyz,n} \quad (10)$$

Macierz $\mathbf{D}$ posiada K wierszy oraz $P \cdot M$ kolumn, gdzie

$$P = 2 \cdot \left\lceil \frac{K}{M} \right\rceil - 1 \quad (11)$$

Symbol $\lceil \cdot \rceil$ oznacza zaokrąglenie w górę.

Kolumny macierzy $\mathbf{D}$ można podzielić na grupy po M kolumn, przy czym centralne M kolumn to macierz $\mathbf{H}$, która w rozważanym przykładzie zawiera 3 kolumny

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_x \quad \mathbf{h}_y \quad \mathbf{h}_z]_{K \times M} \quad (12)$$

Uogólniając, macierz $\mathbf{D}$ konstruuje się następująco. Przesuwając się w lewo od centrum co M kolumn, kopiuje się zawartość poprzednich M kolumn, przesuwając je jednocześnie w dół o M wierszy i wypełniając powstałe wolne miejsca zerami. Kolumny na prawo od środka konstruuje się analogicznie, jednak przesuwanie wierszy odbywa się o M wierszy ku górze. W wyniku otrzymuje się zależność (11) na konieczną liczbę kolumn oraz postać macierzy przedstawioną przykładowo w (9).

Proces analizy sygnału $\mathbf{s}$ można również zapisać macierzowo (dla przykładowych trzech sygnałów)

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{s}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(n) \\ \mathbf{y}(n) \\ \mathbf{z}(n) \end{bmatrix} \quad (13)$$

gdzie macierz $\mathbf{G}$ zawiera w swoich wierszach filtry analizujące w odwróconej kolejności

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_x(7) & \mathbf{g}_x(6) & \mathbf{g}_x(5) & \mathbf{g}_x(4) & \mathbf{g}_x(3) & \mathbf{g}_x(2) & \mathbf{g}_x(1) & \mathbf{g}_x(0) \\ \mathbf{g}_y(7) & \mathbf{g}_y(6) & \mathbf{g}_y(5) & \mathbf{g}_y(4) & \mathbf{g}_y(3) & \mathbf{g}_y(2) & \mathbf{g}_y(1) & \mathbf{g}_y(0) \\ \mathbf{g}_z(7) & \mathbf{g}_z(6) & \mathbf{g}_z(5) & \mathbf{g}_z(4) & \mathbf{g}_z(3) & \mathbf{g}_z(2) & \mathbf{g}_z(1) & \mathbf{g}_z(0) \end{bmatrix} \quad (14)$$

Chcąc dokładnie odtworzyć sygnały wejściowe, należy doprowadzić do tego, by zastosowane filtry gwarantowały spełnienie następującego równania

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Uogólniając, można stwierdzić, iż wynikająca z mnożenia macierz (15) powinna mieć następującą budowę

$$[\mathbf{0}_{M \times M} \quad \mathbf{0}_{M \times M} \quad \cdots \quad \mathbf{0}_{M \times M} \quad \mathbf{E}_{M \times M} \quad \mathbf{0}_{M \times M} \quad \cdots \quad \mathbf{0}_{M \times M} \quad \mathbf{0}_{M \times M}]_{M \times P \cdot M} \quad (16)$$

gdzie $\mathbf{E}_{M \times M}$ oznacza macierz jednostkową o podanych wymiarach, a $\mathbf{0}_{M \times M}$ kwadratową macierz zerową.

W przedstawianym przykładzie prowadzi to między innymi do następujących warunków wiążących filtry $\mathbf{h}$ oraz $\mathbf{g}$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x(1) & \mathbf{g}_x(0) \\ \mathbf{g}_y(1) & \mathbf{g}_y(0) \\ \mathbf{g}_z(1) & \mathbf{g}_z(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{h}_x(0) & \mathbf{h}_y(0) & \mathbf{h}_z(0) \\ \mathbf{h}_x(1) & \mathbf{h}_y(1) & \mathbf{h}_z(1) \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{g}_x(7) & \mathbf{g}_x(6) \\ \mathbf{g}_y(7) & \mathbf{g}_y(6) \\ \mathbf{g}_z(7) & \mathbf{g}_z(6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{h}_x(6) & \mathbf{h}_y(6) & \mathbf{h}_z(6) \\ \mathbf{h}_x(7) & \mathbf{h}_y(7) & \mathbf{h}_z(7) \end{bmatrix} = \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad (18)$$

Warunki (17) i (18) stanowią zatem przykładowe, choć w tym przypadku niekompletne, wytyczne do projektowania opisywanych filtrów. W przypadku gdy $K = M$, kompletny zestaw warunków można zapisać następująco:

$$\mathbf{D} = \mathbf{H} \quad (19)$$

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{D} = \mathbf{E}_{M \times M} \quad (20)$$

co jest wynikiem zgodnym z opisanym w [2] i oznacza, że obie macierze filtrów muszą być wzajemnie odwrotne. Zgodność dla tego szczególnego przypadku z [3] może być potraktowana jako potwierdzenie poprawności przeprowadzonego rozumowania.

W dążeniu do opracowania metody wyznaczania filtrów gwarantującej spełnienie dyskutowanych warunków przydatne okazały się twierdzenia dotyczące rzędów sumy i iloczynu macierzy. Przyjmując, że $r(\mathbf{A})$ oznacza rząd macierzy $\mathbf{A}$, a m jest wspólnym wymiarem mnożonych macierzy, twierdzenia te można zapisać następująco [1]:

$$r(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \leq r(\mathbf{A}) + r(\mathbf{B}) \quad (21)$$

$$r(\mathbf{A}) + r(\mathbf{B}) - m \leq r(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) \leq \min(r(\mathbf{A}), r(\mathbf{B})) \quad (22)$$

Sposób wykorzystania powyższych twierdzeń zostanie przedstawiony w kolejnym rozdziale.

3. Przykłady

3.1. Przykład 1

Przyjmijmy $M = 3$ oraz $K = 6$. W takim przypadku macierze $\mathbf{D}$ i $\mathbf{G}$ można zapisać następująco:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{G} = [\mathbf{G}_1 \quad \mathbf{G}_2] \quad (24)$$

Wszystkie podmacierze wyszczególnione w (23) i (24) są kwadratowe, o wymiarach 3×3 . Zastosowanie (21) i (22) prowadzi w tym przypadku do następujących warunków

$$\begin{cases} r(\mathbf{H}_1) + r(\mathbf{H}_2) = 3 \\ r(\mathbf{G}_1) + r(\mathbf{G}_2) = 3 \\ r(\mathbf{G}_1) + r(\mathbf{H}_2) \leq 3 \\ r(\mathbf{G}_2) + r(\mathbf{H}_1) \leq 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r(\mathbf{H}_1) = 2 \\ r(\mathbf{H}_2) = 1 \\ r(\mathbf{G}_1) = 1 \\ r(\mathbf{G}_2) = 2 \end{cases} \text{ lub } \begin{cases} r(\mathbf{H}_1) = 1 \\ r(\mathbf{H}_2) = 2 \\ r(\mathbf{G}_1) = 2 \\ r(\mathbf{G}_2) = 1 \end{cases} \quad (25)$$

Warunki te oznaczają, iż, przykładowo, trzy trójwymiarowe wektory będące kolumnami macierzy $\mathbf{H}_1$ muszą być współliniowe i równoległe do płaszczyzny wyznaczonej przez trzy wektory będące wierszami macierzy $\mathbf{G}_2$. Oczywiście wektory w macierzy $\mathbf{G}_2$ muszą być współpłaszczyznowe. Analogiczny związek zachodzi między wektorami macierzy $\mathbf{G}_1$ i $\mathbf{H}_2$. Jednocześnie cała macierz $\mathbf{G}$ musi być rzędu trzeciego i to samo dotyczy trzech środ-

kowych kolumn macierzy $\mathbf{D}$. W oparciu o przedstawione przesłanki można skonstruować algorytm umożliwiający wyznaczenie odpowiednich filtrów. Ciąg dalszy rozumowania zostanie przedstawiony na kolejnym przykładzie.

3.2. Przykład 2

Przyjmijmy w tym przypadku, że $M = 3$, natomiast $K = 5$. Wykorzystanie opisanych wcześniej warunków prowadzi do następującej propozycji wyznaczenia zestawu filtrów gwarantujących dokładne odtworzenie trzech sygnałów wejściowych. Macierz $\mathbf{H}$, której kolumny to filtry syntetyzujące, tworzona jest z wykorzystaniem skalnych współczynników a oraz dwuwymiarowych wektorów kolumnowych $\mathbf{v}_1$ i $\mathbf{v}_2$. Współczynniki a muszą być tak dobrane, by macierz $\mathbf{H}$ była rzędu trzeciego, co oznacza, że macierz składająca się ze współczynników a musi być nieosobliwa

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot \mathbf{v}_1 & a_{12} \cdot \mathbf{v}_1 & a_{13} \cdot \mathbf{v}_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} \cdot \mathbf{v}_2 & a_{32} \cdot \mathbf{v}_2 & a_{33} \cdot \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Następnie tworzone są dwa dwuwymiarowe wektory kolumnowe $\mathbf{w}_1$ i $\mathbf{w}_2$ i wyznaczone są wartości następujących iloczynów skalarnych:

$$\gamma = \mathbf{w}_1 \circ \mathbf{v}_1; \quad \delta = \mathbf{w}_2 \circ \mathbf{v}_2 \quad (27)$$

Żadna z par wektorów: $\mathbf{v}_1$ i $\mathbf{w}_1$ ani $\mathbf{v}_2$ i $\mathbf{w}_2$, nie może być ortogonalna, ponieważ żaden z iloczynów (27) nie może dawać zera. Na tej podstawie tworzona jest macierz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} \cdot \gamma & a_{12} \cdot \gamma & a_{13} \cdot \gamma \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} \cdot \delta & a_{32} \cdot \delta & a_{33} \cdot \delta \end{bmatrix} \quad (28)$$

oraz macierz do niej odwrotna

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-1} \quad (29)$$

Przyjmując, iż macierz $\mathbf{B}$ składa się z elementów b , można teraz następująco zapisać macierz $\mathbf{G}$ składającą się z filtrów analizujących

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} b_{11} \cdot \mathbf{w}_1^T & b_{12} & b_{13} \cdot \mathbf{w}_2^T \\ b_{21} \cdot \mathbf{w}_1^T & b_{22} & b_{23} \cdot \mathbf{w}_2^T \\ b_{31} \cdot \mathbf{w}_1^T & b_{32} & b_{33} \cdot \mathbf{w}_2^T \end{bmatrix} \quad (30)$$

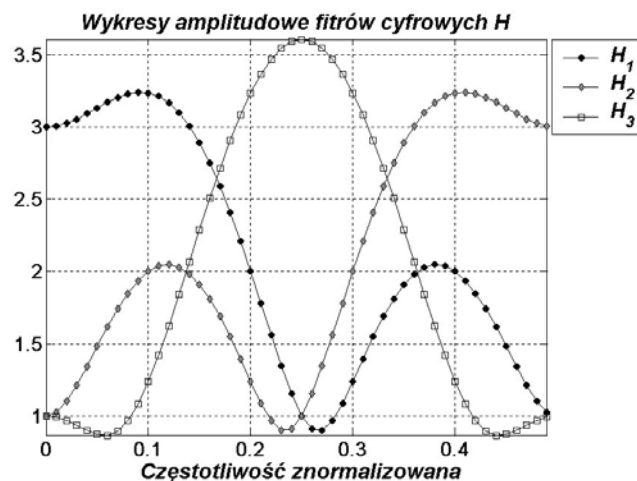
Realizację opisanego algorytmu rozpoczyna się od wyznaczenia zestawu filtrów syntetyzujących, zawartych w macierzy $\mathbf{H}$. Istnieje nieskończenie wiele zestawów filtrów spełniających opisane powyżej warunki, dlatego na potrzeby ilustracji wywodu wytypowano przykład jak najprostszy. Niech zatem

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Zastosowanie opisanej wyżej procedury prowadzi do wyznaczenia następujących filtrów analizujących gwarantujących wierne odtworzenie sygnałów wejściowych

$$\mathbf{G} = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

Na rysunku 2 pokazano amplitudowe charakterystyki filtrów syntetyzujących wykorzystanych w przykładzie, gdzie przez H_k oznaczono charakterystykę częstotliwościową k -tego filtru.



Rys. 2. Wykresy charakterystyk amplitudowych wykorzystanych w przykładzie filtrów syntetyzujących

4. Podsumowanie

Rozwiązanie problemu wyznaczenia filtrów dla: $K = M$ (przy dowolnym M) oraz $K \geq M$, gdy $M = 2$, zostało obszernie opisane w [3]. W przedstawionym opracowaniu opisano propozycję rozwiązania problemu doboru zestawów filtrów dla systemu transmultipleksacji, gdy założone ciągi odpowiedzi impulsowych filtrów są dłuższe niż liczba sygnałów, czyli dla $K > M$, oraz gdy jednocześnie liczba tych sygnałów jest większa niż dwa, czyli dla $M > 2$.

Literatura

- [1] Bierski F.: *Struktury algebraiczne*. Wyd. 4 popr. Kraków, UWND AGH 1999
- [2] Proakis G., Manolakis D.G.: *Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications*. 3rd ed., Prentice Hall, 1996
- [3] Vetterli M., Kovacevic J.: *Wavelets and Subband Coding*. Englewood Cliffs, Prentice Hall 1995

