
Jakub Świerczek*

ANALIZA FUNDAMENTU I KORPUSU ELEKTROWNI WIATROWEJ

W pracy przeprowadzono analizę fundamentu i korpusu elektrowni wiatrowej w programie Hexagon.Marc/Mentat. Utworzono przestrzenny model MES żelbetowej płyty fundamentowej opartej na podłożu oraz stalowy korpus składający się z płaszcza oraz wręg obwodowych i podłużnych. Żelbet tworzy spójna siatka 8-węzłowych elementów przestrzennych, korpus jest zbudowany z 4-węzłowych elementów powłokowych płaszcza oraz wręg podłużnych i poprzecznych. Generator oraz łopaty wirnika turbiny wiatrowej zostały zastąpione masami skupionymi w środkach ciężkości tych elementów oraz odpowiednimi masowymi momentami bezwładności. Parcie wiatru zostało przedstawione w postaci sił i ciśnień. Dokonano analizy tych wielkości w zakresie maksymalnej eksploatacyjnej prędkości wiatru. Celem pracy było utworzenie modelu numerycznego fundamentu i korpusu elektrowni wiatrowej, w którym wzorowano się na elektrowni Lagerwey LW58 o mocy 750 kW. W obliczeniach wyznaczono przemieszczenia spowodowane statycznymi obciążeniami, częstością drgań własnych oraz prędkością drgań fundamentu i korpusu w wybranym zakresie częstotliwości sił wymuszających.

ANALYSIS OF THE FOUNDATION AND STEEL STRUCTURE OF A WIND POWER PLANT

In this paper, the foundation and body of a wind turbine were analyzed using Hexagon.Marc/Mentat software. A spatial FEM model of a reinforced concrete foundation slab supported on the ground and a steel body consisting of shell, perimeter and longitudinal frames was created. The reinforced concrete is formed by a coherent mesh of 8-node spatial elements, the body is formed by 4-node shell elements of the shell, longitudinal and transverse frames. The generator and rotor blades of the wind turbine were replaced by masses centered at the centers of gravity of these elements and the corresponding mass moments of inertia. Wind pressure was represented in terms of forces and pressures. An analysis of these quantities in terms of maximum operational wind speed was carried out. The purpose of the study was to create a numerical model of the foundation and body of a wind turbine, where the 750 kW Lagerwey LW58 power plant was modeled. In the calculations, the displacements from static loads, natural frequencies and vibration velocities of the foundation and body in the selected frequency range of forcing forces were determined.

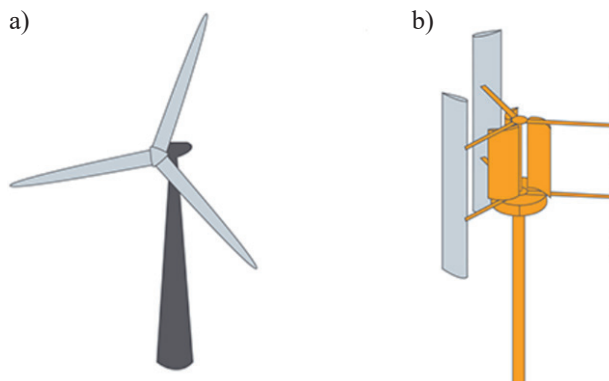
* AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Inżynierii Łądowej i Gospodarki Zasobami, Katedra Geomechaniki, Budownictwa i Geotechniki, Koło Naukowe Mechaniki Konstrukcji „Aksjator”.

1. WSTĘP

Elektrownie wiatrowe stanowią jedno z najbardziej dynamicznie rozwijających się źródeł energii odnawialnej na świecie. Ich rosnąca popularność wynika z wielu czynników, w tym zmian klimatycznych, zwiększonego zanieczyszczenia środowiska, dążenia do niezależności energetycznej oraz postępu technologicznego. Elektrownie wiatrowe wykorzystują energię kinetyczną wiatru do wytwarzania elektryczności za pomocą obracających się łopatek turbiny. Ta energia jest odnawialna i nie emituje szkodliwych gazów cieplarnianych ani zanieczyszczeń (na etapie wytwarzania energii elektrycznej), co sprawia, że elektrownie wiatrowe są atrakcyjnym alternatywnym rozwiązaniem wobec tradycyjnych źródeł energii takich jak paliwa kopalne. W ostatnich latach rozwój technologii wiatrowych doprowadził do znacznego wzrostu wydajności i konkurencyjności cenowej elektrowni wiatrowych, co przyczyniło się do ich coraz szerszego zastosowania na całym świecie. Dodatkową zaletą elektrowni wiatrowych jest także ich zdolność do produkcji energii w sposób zdecentralizowany, co może przyczynić się do zwiększenia stabilności sieci energetycznej oraz redukcji zależności od tradycyjnych źródeł energii. Wprowadzenie elektrowni wiatrowych stanowi więc istotny krok w kierunku zrównoważonej, czystej i niezależnej energetyki.

2. KRYTERIA PODZIAŁÓW ELEKTROWNI WIATROWYCH

Rozwiązania konstrukcyjne EW można podzielić według kilku podstawowych kryteriów [1]. Jednym z nich jest ustawienie osi obrotu wirnika. Występują elektrownie o poziomej i pionowej osi obrotu (rys. 1), jednak zdecydowanie przeważa ten pierwszy typ. Wynika to z faktu, że konstrukcje o pionowej osi obrotu wykazują się małą wydajnością energetyczną. Zaletą EW o pionowej osi obrotu jest niewrażliwość na zmiany kierunku wiatru. Wszystkie kierunki wiatru są jednakowo uprzywilejowane i nie ma potrzeby ustawiania wirnika pod wiatr oraz stosowania mechanizmów, które takie ustawianie by umożliwiły.



Rys. 1. Elektrownia wiatrowa o poziomej (a) i pionowej (b) osi obrotu

Źródło: [2]

Elektrownie o poziomej osi obrotu są bardziej wydajne, ale jednocześnie wymagają zastosowania bardziej złożonej technologii. Wysoką wydajność zawdzięczają mechanizmom odpowiednio pozycjonującym wirnik względem kierunku wiania wiatru. Kolejnym systemem, który wspiera funkcjonowanie tych EW, jest mechanizm zmiany geometrii łopatek wirnika. System ten umożliwia takie ustawienie łopatek, aby w danych warunkach wiatrowych praca turbiny była optymalna. Pozwala również w kryzysowych sytuacjach przy wysokich prędkościach wiatru wyłączyć EW dzięki ustawieniu łopatek w najbardziej opływowej pozycji, która jednocześnie nie wywołuje obrotu wirnika. Szereg zastosowanych rozwiązań pozwala elektrowniom o poziomej osi obrotu osiągać moc nawet kilku megawatów.

Kolejnym kryterium podziału jest wartość współczynnika szybkobieżności λ . Wyróżnia się EW: wolnobieżne o $\lambda \leq 1,5$, średnobieżne o $1,5 \leq \lambda \leq 3,5$ oraz szybkobieżne o $\lambda \geq 3,5$. Współczynnik szybkobieżności określony jest zależnością:

$$\lambda = \frac{\Omega \cdot R_z}{V}$$

gdzie:

Ω – prędkość kątowna koła wirnikowego, $\Omega = \pi \cdot n/30$ [rad/s],

V – prędkość wiatru [m/s],

R_z – promień (zewnątrzny) koła wirnikowego [m],

n – prędkość obrotowa wirnika [obr/min].

EW klasyfikuje się również ze względu na moc generatora (Nn). Występują EW: małej mocy o $Nn \leq 50$ kW, średniej mocy o 50 kW $< Nn < 250$ kW, dużej mocy o 250 kW $\leq Nn < 750$ kW i bardzo dużej mocy o $Nn \geq 750$ kW.

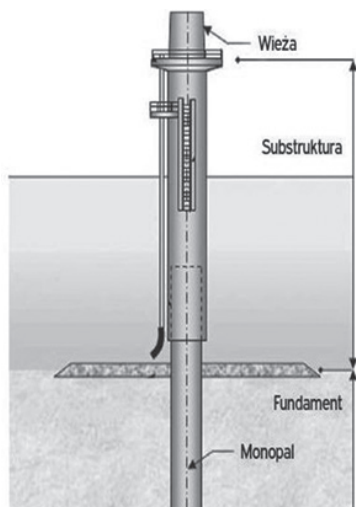
Można również podzielić EW ze względu na liczbę łopatek wirnika – stosowane są wirniki z dwoma, trzema oraz czterema łopatom.

3. POSADOWIENIE ELEKTROWNI WIATROWYCH

Fundamenty pod elektrownie wiatrowe są kluczowymi strukturami, które umożliwiają stabilne umieszczenie turbin wiatrowych na lądzie oraz morzu. Ze względu na wysoce rozwiniętą technologię istnieje wiele rodzajów fundamentów. W związku z tym podczas projektowania posadowienia należy rozważyć, które rozwiązanie będzie najlepsze i zapewni bezpieczeństwo całej elektrowni wiatrowej.

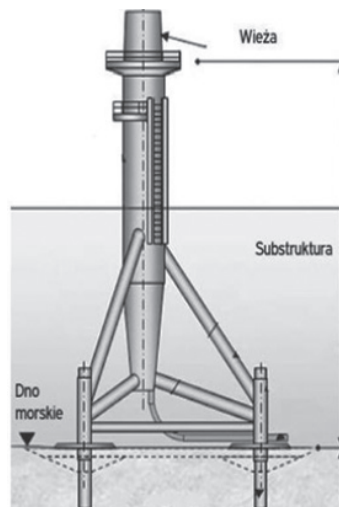
Wśród posadowień stosowanych na obszarach morskich można wyróżnić fundament monopalowy (rys. 2), który ma zazwyczaj cylindryczną konstrukcję osadzaną w dnie morskim za pomocą wbijanych lub wkręcanych pali. W podobny sposób przenosi obciążenia fundament trójnożny (rys. 3) przytwierdzony do dna morskiego za pomocą trzech pali i odpowiednio ukształtowanych ramion, które łączą się ze sobą u góry, tworząc platformę turbiny wiatrowej. Kolejnym przykładem jest fundament kratownicowy (rys. 4), który ze względu na swoją budowę zapewnia sztywność i niskie opory wody. Jest to konstrukcja sprawdzona i wykorzystywana również przy budowie platform do wydobycia ropy naftowej na obszarach

morskich. Na lądzie najpopularniejszym typem posadowienia elektrowni wiatrowych jest posadowienie bezpośrednie monolityczne żelbetowe (rys. 5). Rozwiązanie to pozwala na dobór parametrów geometrycznych i materiałowych w zależności od występujących warunków geotechnicznych oraz wielkości obiektu.



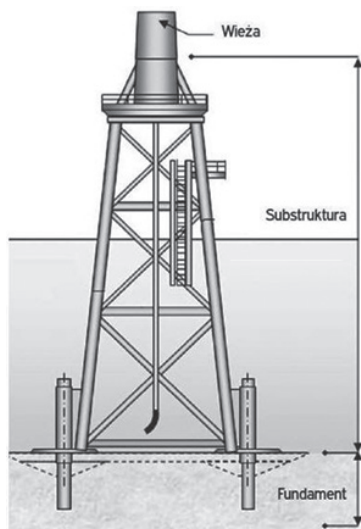
Rys. 2. Fundament monopalowy

Źródło: [3]



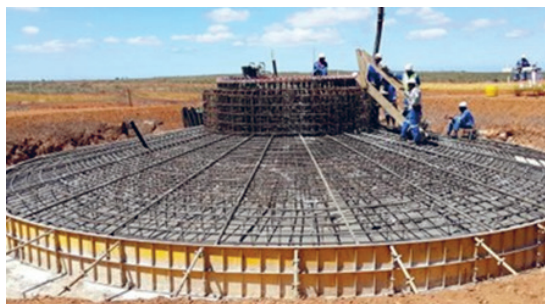
Rys. 3. Fundament trójnożny

Źródło: [3]



Rys. 4. Fundament kratownicowy

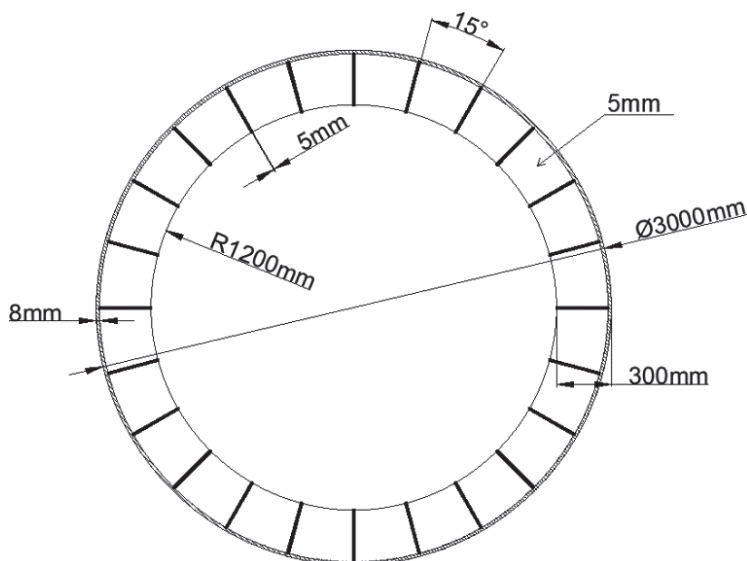
Źródło: [3]



Rys. 5. Fundament bezpośredni monolityczny żelbetowy

Źródło: [4]

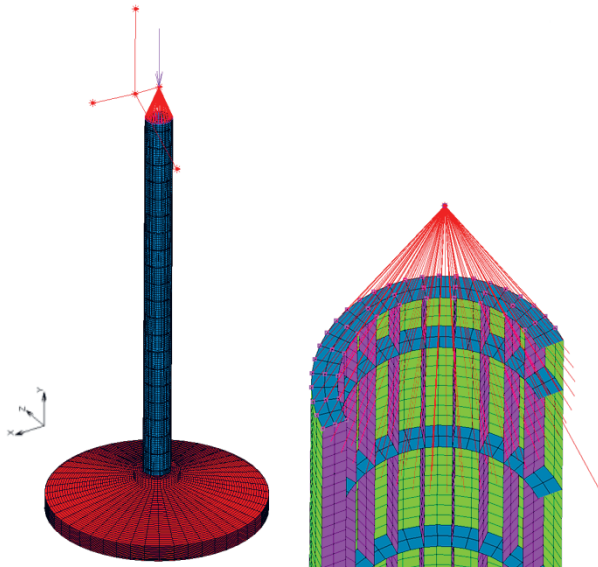
Utworzono przestrzenny model MES płyty fundamentowej opartej swobodnie całą swoją powierzchnią na podłożu oraz stalowy korpus składający się z płaszcza, wręgi obwodowej oraz wręgi podłużnej. Płytę fundamentową tworzy spójna siatka 8-węzłowych elementów przestrzennych typu HEX8 współpracująca z korpusem. Korpus składający się z płaszcza oraz wręg obwodowych i wręg podłużnych jest sztywno połączony z fundamentem. Powłoki tworzą 4-węzłowe elementy powłokowe typu QUAD4 (rys. 7). Przyjęto następujące parametry materiałowe żelbetowej płyty fundamentowej: gęstość objętościową równą 2500 kg/m^3 , moduł sprężystości podłużnej (moduł Younga) wynoszący 34 GPa i współczynnik odkształcenia poprzecznego (współczynnik Poissona) o wartości $0,2$. W odniesieniu do płaszcza oraz wręgi obwodowej i podłużnej zostały zadane parametry charakterystyczne dla stali i przyjęto gęstość objętościową równą 7850 kg/m^3 , moduł Younga równy 210 GPa oraz współczynnik Poissona wynoszący $0,3$. Przyjęto grubości wręgi obwodowej i wręgi podłużnej 5 mm , a grubość płaszcza stalowego 8 mm (rys. 7).



Rys. 7. Przekrój korpusu stalowego analizowanej EW

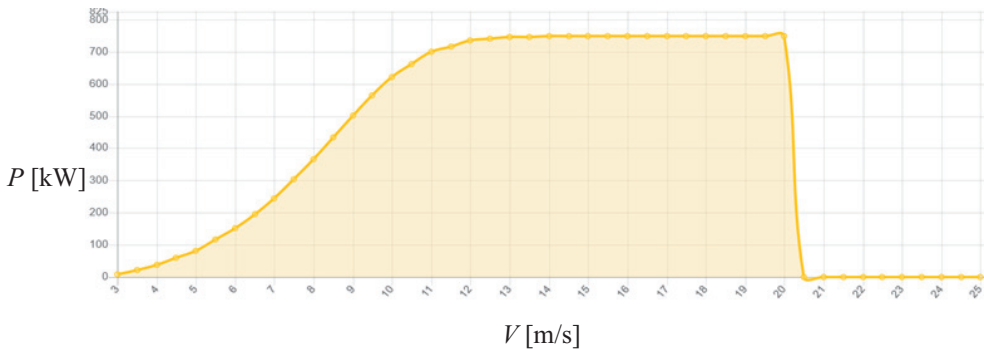
Generator został zastąpiony masą skupioną $M_G = 56 \text{ t}$ umieszczoną w środku ciężkości, przy czym założono, że jego połączenie z płaszczem jest sztywne – zrealizowano to za pomocą elementów RBE2 [6] (rys. 8). Dodatkowo w celu opisu przestrzennych własności bezwładnościowych generatora wyliczono diagonalny tensor bezwładności (osie główne centralne) $T_G = \text{diag}(101,55; 242,67; 194,88) \text{ t}\cdot\text{m}^2$; przyjęto założenie, że masa jest równomiernie rozłożona w prostopadłościanie o wymiarach $2,4 \text{ m} \times 6 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ (rys. 6).

Masy łopat zamodelowano w ich środkach ciężkości (rys. 8). Każda łopata ma masę $4,6 \text{ t}$. Masowe momenty bezwładności wyrażono w osiach głównych centralnych; w przypadku każdej łopaty tensor ten ma wartości $T_L = \text{diag}(0,368; 428,55; 428,55) \text{ t}\cdot\text{m}^2$.



Rys. 8. Zamocowanie mas generatora i mas łopaty wirnika.
Czerwony kolor oznacza sztywne elementy RBE2

Parcie wiatru na łopaty wirnika zostało przedstawione w postaci siły skupionej skierowanej poziomo ze zwrotem w stronę płaszcza w środku ciężkości każdej z łopat¹. Analizowany model ma zmienną geometrię łopat wirnika i w zakresie prędkości od 12 m/s do 21 m/s utrzymuje stałą moc generowanego prądu (rys. 9).



Rys. 9. Funkcja mocy od prędkości wiatru dla analizowanego generatora

Źródło: [7]

¹ Jest to w istocie przybliżenie. Wypadkowa statycznie ekwiwalentnego parcia wiatru powinna być przyłożona w środku parcia łopaty. Takie uproszczenie jest usprawiedliwione tym, że nie przeprowadza się tu analizy statycznej łopat.

Ostatecznie przyjęto w analizie, że maksymalna prędkość eksploatacyjna wynosi właśnie $V_{\max} = 21$ m/s. Siła działająca na łopatę wirnika została obliczona ze wzoru [8]:

$$P_L = \beta \cdot C_x \cdot \frac{\rho V_{\max}^2}{2} \cdot l \cdot L$$

W obliczeniach przyjęto: bezwymiarowy współczynnik oporu opływu $C_x = 1,26$, gęstość powietrza $\rho = 1,25$ kg/m³, prędkość wiatru $V_{\max} = 21$ m/s, cięciwę profilu $l = 0,8$ m, efektywną długość łopaty $L = 26$ m oraz współczynnik dynamiczny $\beta = 1,5$. Po podstawieniu tych wartości do wzoru otrzymano $P_L = 10,34$ kN.

Wiatr jest obciążeniem oddziałującym również na stalowy korpus EW w postaci ciśnienia. W celu wyznaczenia obwodowej zmienności pola ciśnień najpierw obliczono wartość bazową ciśnienia prędkości wiatru (q_b) [9]:

$$q_b = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 21^2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,28 \text{ kPa}$$

Następnie obliczono współczynnik ekspozycji $C_e(z)$ [9] dla I kategorii terenu, do której należą jeziora lub tereny płaskie, poziome, o nieznacznej roślinności i bez przeszkód terenowych, ponieważ w dużej mierze na takich terenach występuje największa liczba elektrowni wiatrowych. Wysokość odniesienia przyjęto $z = 46$ m.

$$C_e(46) = 2,8 \cdot \left(\frac{46}{10} \right)^{0,19} = 3,74$$

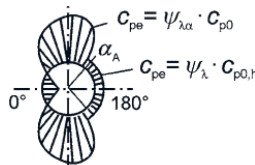
Następnie obliczono wartość szczytową ciśnienia prędkości wiatru $q_p(z)$:

$$q_p(46) = C_e(46) \cdot q_b = 3,74 \cdot 0,28 \text{ kPa} = 1,04 \text{ kPa}$$

Ciśnienie wiatru działające na powierzchnię korpusu wyznaczono z wyrażenia:

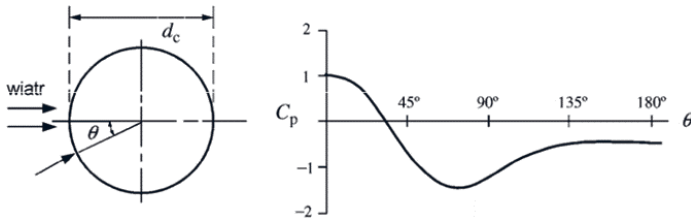
$$w_e(\theta) = \beta \cdot q_p(46) \cdot C_p(\theta)$$

W tym wzorze kluczową pozostaje funkcja $C_p(\theta)$ odwzorowująca pole oddziaływań wiatru na korpus EW (rys. 10) – jest ona określona w normie [9] w zależności od współrzędnej obwodowej θ z punktem początkowym na ścianie nawietrznej (rys. 11).



Rys. 10. Pole oddziaływań wiatru na korpus EW

Źródło: [9]



Rys. 11. Zmienność ciśnienia wiatru wokół połowy obwodu silosu pojedynczego

Źródło: [10]

Obwodowa zmienność ciśnienia (o wartości dodatniej, gdy skierowane do wewnątrz) jest określona zależnością:

$$C_p(\theta) = -0,53 + 0,283 \cdot \cos\theta + 1,03 \cdot \cos 2\theta + 0,36 \cdot \cos 3\theta - 0,14 \cdot \cos 4\theta$$

w której współczynniki wynikają z geometrii płaszcza.

W pracy analizowano dodatkowo drgania wywołane ustalonymi obrotami wirnika. Wiąże się to z wprowadzeniem sił harmoniczných wynikających z obrotów niewyważonych części ruchomych wirnika oraz generatora, które wpływają na dynamikę konstrukcji. W wyniku obrotu wirnika z prędkością obrotową Ω na nie równoważoną masę m_w działa siła bezwładności:

$$F_o = m_w \cdot e \cdot \Omega^2$$

Promień niewyważenia mas wirujących oszacowano na $e = 2,5$ mm, wielkość mas wirujących $m_w = 36,6$ t, zaś $\Omega = \pi n/30$ analizowano w przedziale obrotów $n = [2; 20]$. Powyższa zależność określa siły prostopadłe do osi wału. Natomiast składnik siły wzdłuż osi oszacowano na $F_x = 0,2F_o$.

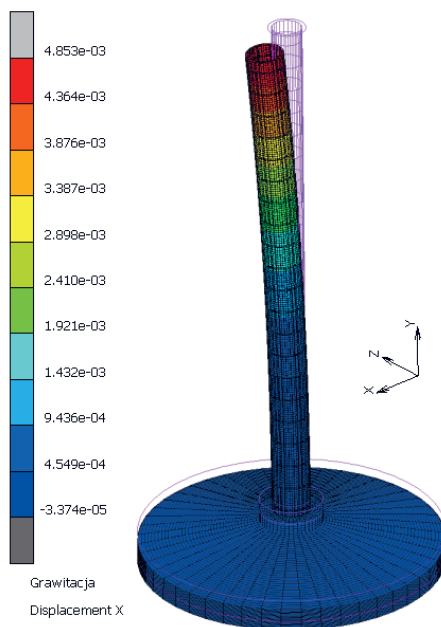
Kinematyczne warunki brzegowe związane są z podparciem sprężystym fundamentu – zastosowano sprężyste podparcie powierzchniowe wynikające z własności gruntu $k_g = 40$ MPa/m [11].

5. WYNIKI ANALIZY

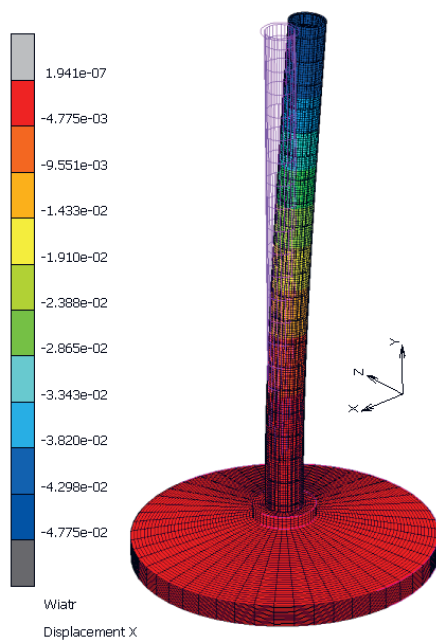
Pierwszym zadaniem było obliczenie oddziaływań statycznych. Na rysunku 12 pokazano przemieszczenia wywołane ciężarem własnym konstrukcji; maksymalne wychylenie trzonu EW wynosi 4,9 mm w stronę wirnika, który zgina trzon.

Obliczono również przemieszczenia spowodowane działaniem wiatru (rys. 13). Maksymalne przemieszczenia wynoszą $D_x = 48$ mm w kierunku wiatru. Jak zaznaczono, wiatr oddziałuje na wirnik oraz trzon EW (rys. 14).

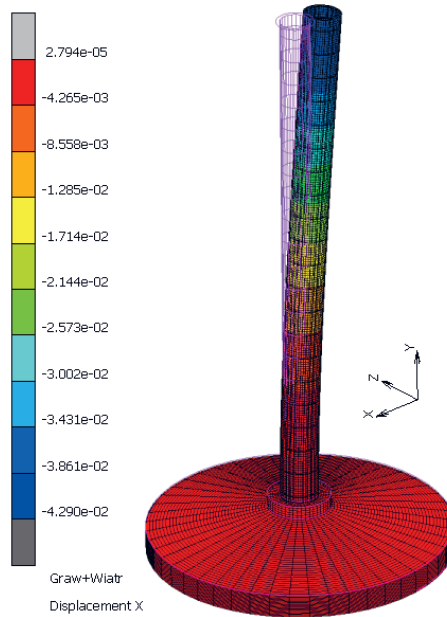
Przemieszczenia nie przekraczają wartości dopuszczalnych $u_{dop} = 160$ mm [12].



Rys. 12. Przeszczenia $D_x = 4,9$ mm wywołane działaniem ciężaru własnego

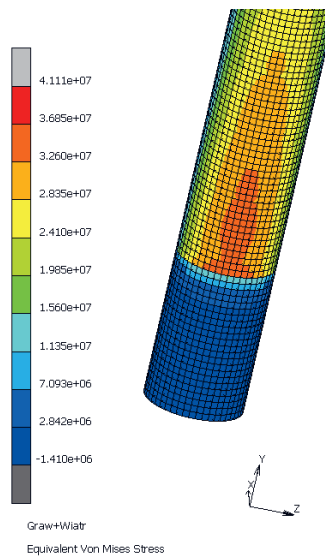


Rys. 13. Przeszczenia $D_x = 48$ mm spowodowane parciem wiatru



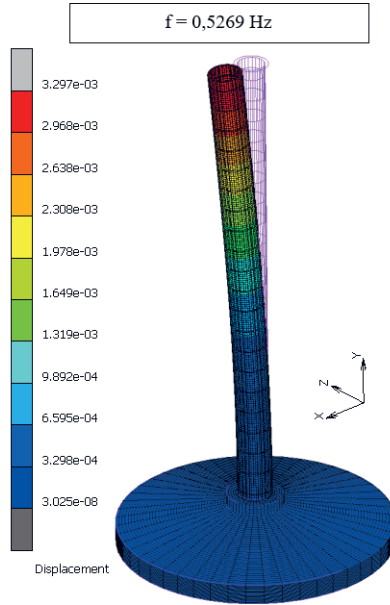
Rys. 14. Przemieszczenia $D_x = 43$ mm spowodowane parciem wiatru i działaniem ciężaru własnego

Na rysunku 15 pokazano maksymalne naprężenia zredukowane HMM – w powłoce trzonu wynoszą one $\sigma_{\text{HMH}} = 41$ MPa.

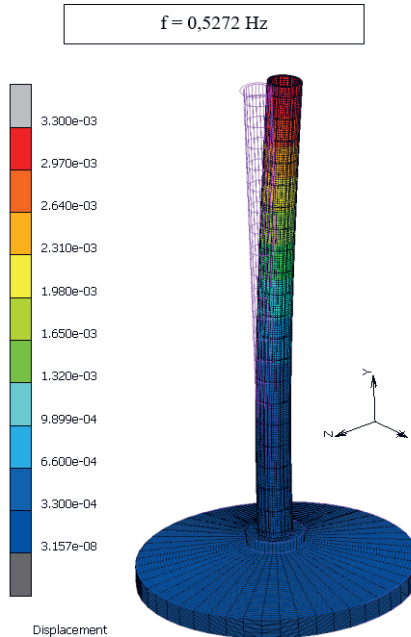


Rys. 15. Maksymalne naprężenia HMM spowodowane parciem wiatru i działaniem ciężaru własnego $\sigma_{\text{HMH}} = 41$ MPa

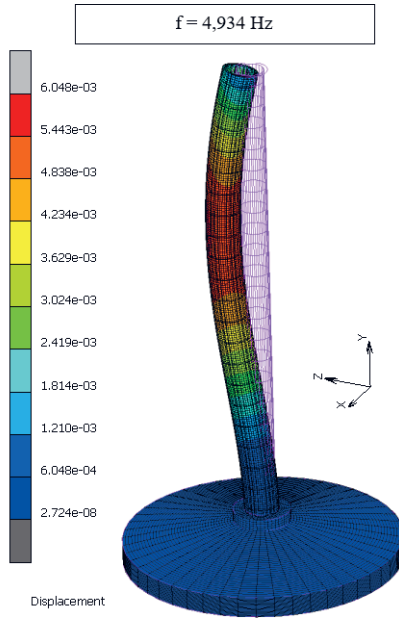
Następnym krokiem było wyznaczenie częstotliwości drgań własnych konstrukcji. Na kolejnych rysunkach (rys. 16–21) pokazano postacie drgań i odpowiadające im częstotliwości.



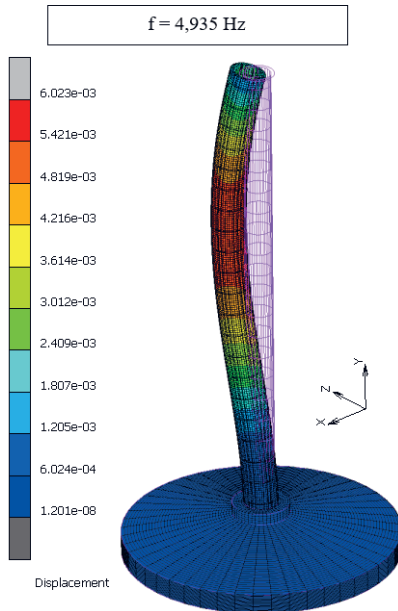
Rys. 16. Pierwsza postać drgań własnych $f_1 = 0,53 \text{ Hz}$



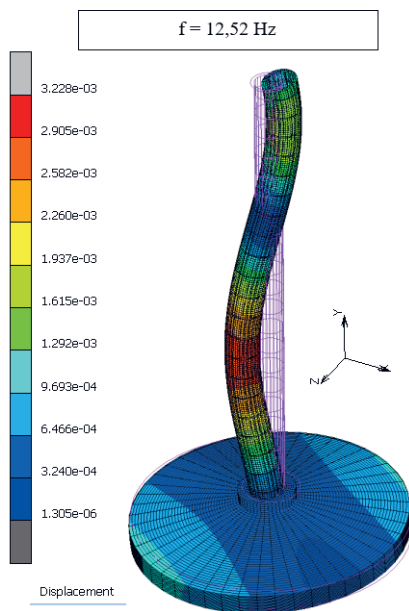
Rys. 17. Druga postać drgań własnych $f_2 = 0,53 \text{ Hz}$



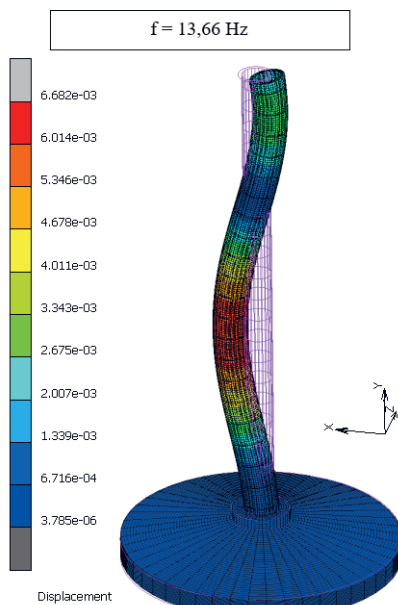
Rys. 18. Trzecia postać drgań własnych $f_3 = 4,934$ Hz



Rys. 19. Czwarta postać drgań własnych $f_4 = 4,935$ Hz



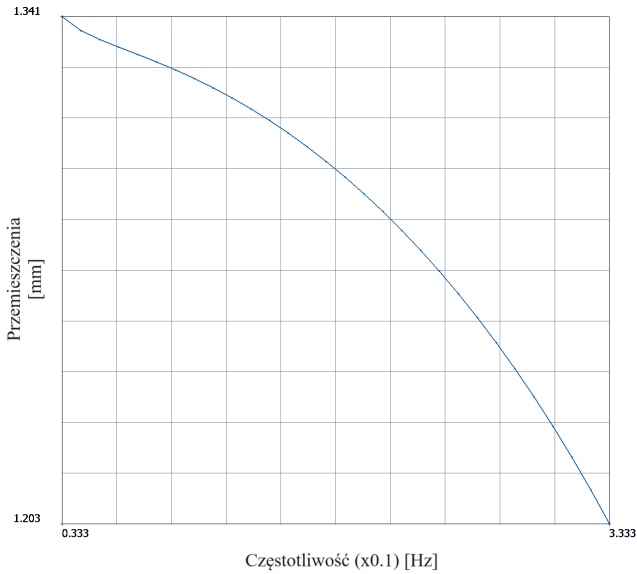
Rys. 20. Piąta postać drgań własnych $f_5 = 12,52$ Hz



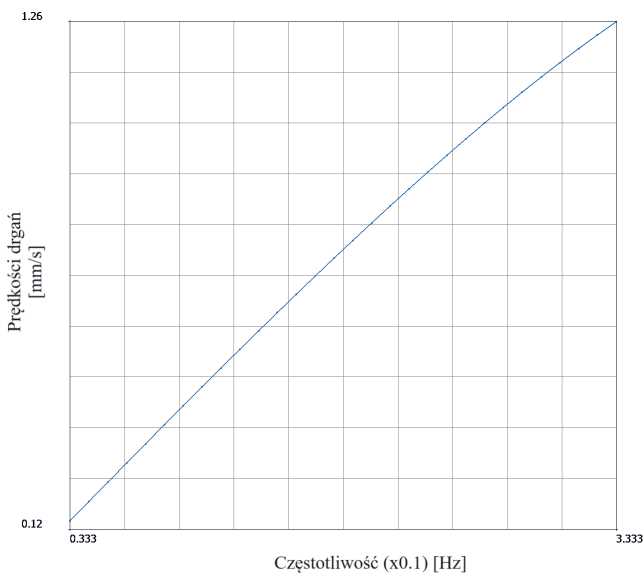
Rys. 21. Szósta postać drgań własnych $f_6 = 13,66$ Hz

Wszystkie częstotliwości drgań własnych leżą poza zakresem drgań generowanych obrotami wirnika, który wynosi $f \in [0,03; 0,33]$ Hz [13].

Kolejnym krokiem było wyliczenie amplitud przemieszczeń i prędkości w eksploatacyjnym zakresie częstotliwości obrotów. Na rysunku 22 pokazano amplitudy przemieszczeń środka masy generatora, a na rysunku 23 – jego amplitudy prędkości drgań. Obie zmienne są uzależnione od częstotliwości obrotów generatora.



Rys. 22. Amplitudy przemieszczeń środka masy generatora w funkcji częstotliwości obrotów



Rys. 23. Amplitudy prędkości środka masy generatora w funkcji częstotliwości obrotów

6. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono wyniki obliczeń wykonanych na modelu MES elektrowni wiatrowej utworzonej w programie Hexagon.Marc/Mentat. Zastosowanie odpowiednich warunków brzegowych, przypadków obciążenia i ich wartości oraz zdefiniowanie własności materiałowych stali i betonu pozwoliło uzyskać cyfrowy model konstrukcji elektrowni wiatrowej. Do obliczenia sił spowodowanych parciem wiatru działających na model użyto wzorów normowych. Model MES został przeanalizowany pod kątem przemieszczeń powstałych w wyniku oddziaływania sił grawitacji oraz wiatru. Z wyników można odczytać, że na skutek oddziaływania wyłącznie siły ciężkości generator wychyla się w kierunku wirnika. Jednak po przyłożeniu sił wywołanych parciem wiatru środek masy przemieszcza się w kierunku przeciwnym. Przemieszczenia nie przekraczają dopuszczalnych wartości normowych.

Konstrukcja została również przeanalizowana pod kątem dynamicznym. Wyznaczono częstotliwości drgań własnych oraz sprawdzono, jak siły wymuszenia spowodowane niewyważeniem generatora będą oddziaływać na konstrukcję. Po analizie ustalono, że nie ma ryzyka wystąpienia rezonansu, ponieważ częstotliwości pracy generatora są znacząco różne od częstotliwości drgań własnych EW. Również wykresy amplitud przemieszczeń i prędkości drgań środka masy generatora pokazują znikome wartości.

W związku z prężnie rozwijającą się energetyką niekonwencjonalną i rosnącym znaczeniem elektrowni wiatrowych tworzenie modeli MES tych obiektów jest koniecznym i niezwykle użytecznym narzędziem inżyniera.

LITERATURA

- [1] Matachowski F., Martynowicz P., *Analiza dynamiki konstrukcji elektrowni wiatrowej z wykorzystaniem środowiska COMSOL Multiphysics*, Modelowanie Inżynierskie, t. 13, nr 44, 2012, s. 209–215.
- [2] Firląg S., *Energia wiatru*, [w:] *Poradnik inwestora: Buduję z głową, buduję energooszczędnie*, Fundacja „Ziemia i Ludzie”, Warszawa 2014, s. 111, <http://mieszkaj-energooszczednie.pl/poradnik-inwestora/ograniczenie-zuzycia-energii-elektrycznej/161-14-4-eenergia-wiatru> [dostęp: 25.03.2024].
- [3] Instsani – Vademecum dla uczniów technikum, *Montaż elektrowni wiatrowych morskich: Przegląd konstrukcji farm offshore*, <https://instsani.pl/technik-urzadzen-i-systemow-energetyki-odnawialnej/vademecum-energetyki-odnawialnej/energia-wiatru/montaz-elektrowni-wiatrowych-morskich/przeglad-konstrukcji-farm-offshore/> [dostęp: 25.03.2024].
- [4] Zelbet.com, *Fundamenty pod elektrownie wiatrowe*, https://zelbet.com.pl/oferta/fundamenty-pod-elektrownie-wiatrowe/?fbclid=IwAR2lwoF6eJ_A8vWPyr9SceONJOJYN-0fM8_PLBNH1LLvjGjeW32MRhJZACdE [dostęp: 25.03.2024].
- [5] *Marc 2020 feature Pack 1. Volume A: Theory and User Information*, MSC Software.
- [6] Kruszewski J., Sawiak S., Wittbrodt E., *Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1999.

- [7] Wind-turbine-models.com, *Lagerwey LW 58/750*, <https://pl.wind-turbine-models.com/turbines/1349-lagerwey-lw-58-750> [dostęp: 25.03.2024].
- [8] Gumuła S., Knap T., Strzelczyk P., Szczerba Z., *Energetyka wiatrowa*, wyd. 3 zm., Wydawnictwa AGH, Kraków 2023.
- [9] PN-EN 1991-1-4:2008, *Eurokod 1: Oddziaływania na konstrukcje – Część 1–4: Oddziaływania ogólne, Oddziaływania wiatru*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2008.
- [10] PN-EN 1993-4-1:2009, *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 4–1: Silosy*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2009.
- [11] PN-B-03040:1980, *Fundamenty i konstrukcje wsporcze pod maszyny*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 1980.
- [12] PN-EN 1993-1-1:2006, *Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1–1: Reguły ogólne i reguły dla budynków*, Polski Komitet Normalizacyjny, Warszawa 2006.
- [13] Nizioł J.: *Metodyka rozwiązywania zadań z mechaniki*, Wydawnictwo WNT, Warszawa 2017.